

Lista de exercícios propostos de Distribuições Discretas
Estatística I

OBS: Os exercícios estão dispostos em ordem de dificuldade.

1. Sendo X uma variável seguindo uma distribuição Uniforme Discreta, com valores no conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, pergunta-se:
 - (a) $P(X \geq 7)$;
 - (b) $P(3 < X \leq 7)$;
 - (c) $P(X \leq 7 | X \geq 6)$.

2. (*Bussab et al. E.31 p.157*). Na manufatura de certo artigo, é sabido que um entre dez dos artigos é defeituoso. Qual é a probabilidade de que uma amostra casual de tamanho quatro contenha:
 - (a) nenhum defeituoso?
 - (b) exatamente um defeituoso?
 - (c) exatamente dois defeituosos?
 - (d) não mais do que dois defeituosos?

3. O número de pedidos de reparo que uma construtora recebe por mês é uma variável aleatória. Em média, são recebidos 7,5 pedidos por mês. Determine a probabilidade de que em um mês qualquer, a construtora receba:
 - (a) exatamente dois pedidos de reparo.
 - (b) no máximo 2 pedidos de reparo.
 - (c) no mínimo 8 pedidos de reparo.

4. Joga-se um dado equilibrado. Qual é a probabilidade de serem necessários 10 lançamentos até a:
 - (a) primeira ocorrência de um seis?
 - (b) terceira ocorrência de um seis?

5. Uma caixa contém 12 lâmpadas das quais 5 estão queimadas. São escolhidas 6 lâmpadas ao acaso. Qual a probabilidade de que:
 - (a) Exatamente duas estejam queimadas?
 - (b) Pelo menos uma esteja boa?
 - (c) Pelo menos duas estejam queimadas?
 - (d) O número esperado de lâmpadas queimadas?

- (e) A variância do número de lâmpadas queimadas?
6. Se $X \sim \text{Binomial}(5, 1/2)$, faça os gráficos da função de probabilidade e da função de distribuição acumulada de X .
7. (*Walpole et al. E. 5.78*). Na checagem de bagagens de um aeroporto, sabe-se que 3% das pessoas revistadas tem objetos suspeitos em suas bagagens. Qual é a probabilidade de que uma fila de 15 pessoas passe pela revista com sucesso antes que um indivíduo seja pego com um objeto suspeito? Qual é o número de pessoas em uma fila que passam pela revista antes de um indivíduo ser parado?
8. Um inspetor de qualidade extrai uma amostra aleatória de 10 tubos armazenados em um depósito onde, de acordo com os padrões de produção, se espera um total de 20% de tubos defeituosos.
- (a) Qual é a probabilidade de que não mais do que 2 tubos extraídos sejam defeituosos?
- (b) Quando se encontram quatro ou mais tubos defeituosos, o processo de produção é interrompido para revisão. Qual é a probabilidade que isto aconteça?
9. Uma secretária comete dois erros de digitação por página, em média. Qual a probabilidade de que, na próxima página, ela cometa:
- (a) Quatro erros ou mais?
- (b) Nenhum erro?
10. Considere o experimento em que uma moeda viciada é lançada sucessivas vezes, até que ocorra a primeira cara. Seja X a variável aleatória que conta o número de coroas obtidos no experimento (ou seja, a quantidade de lançamentos anteriores à obtenção da primeira cara). Sabendo que a probabilidade de cara é de 0,4, qual é a probabilidade de:
- (a) $P(2 \leq X < 4)$;
- (b) $P(X > 1 | X \leq 2)$;
- (c) $P(X \geq 1)$.
11. (*Walpole et al. E. 5.71*). Assumimos que o número de clientes que chegam a cada hora em um certo posto de serviços automobilísticos segue uma distribuição de Poisson com média $\lambda = 7$.
- (a) Calcule a probabilidade de que mais de dez clientes cheguem em um período de duas horas
- (b) Qual o número médio de chegadas durante o período de 90 minutos?

12. A taxa de suicídio em um certo estado é igual a 1 por 100.000 habitantes por mês.
- Encontre a probabilidade de que numa cidade desse estado com 400.000 habitantes haja 8 ou mais suicídios em um dado mês.
 - Qual a probabilidade de que em pelo menos 2 meses do ano ocorram 8 ou mais suicídios?
 - Quais as suposições realizadas para obtenção dos cálculos acima?
13. Uma empresa de assistência técnica está implantando um sistema de controle de qualidade no atendimento de seus clientes. Um dos critérios de qualidade estipulados é que pelo menos 80% das assistências requeridas em um determinado dia sejam atendidas em até 2 horas. Sabendo-se que a probabilidade de uma assistência técnica ser atendida em até duas horas é igual a 0.60, responda:
- Qual a probabilidade de que esse critério de qualidade seja obedecido, num dia em que 5 assistências técnicas são solicitadas.
 - Faça o gráfico da função de probabilidade do número de assistências técnicas atendidas em até duas horas, num dia em que 5 assistências técnicas são solicitadas.
 - Qual o número esperado de assistências técnicas atendidas em menos de duas horas em dias que 5 assistências são solicitadas.
14. (*Ross, 184 4.15*). O número de ovos colocados na folha de uma árvore por um inseto é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com parâmetro λ . Entretanto, tal variável aleatória pode ser observada apenas se for positiva, já que se ela é igual a zero, o inseto pode não ter passado por tal folha. Se Y denota o número de ovos, então $P(Y = i) = P(X = i | X > 0)$, onde X tem distribuição de Poisson com parâmetro λ . Encontre $E[Y]$.
15. (*Magalanes NPE, pag 83*). Uma moeda equilibrada é lançada sucessivamente, de modo independente, até que ocorra a primeira cara. Seja X a variável aleatória que conta o número de lançamentos anteriores à ocorrência de cara. Determine:
- $P(X < 2)$
 - $P(X > 1)$
 - $P(3 < X \leq 5)$
 - Quantas vezes deve, no mínimo, ser lançada a moeda para garantir a ocorrência de cara com pelo menos 0,8 de probabilidade? Dica: calcule $P(X \geq x) \geq 0,8$,
 - $E(X)$ e $V(X)$.

16. Em uma série do campeonato de basquete da NBA, o time que ganhar quatro jogos em 7 (melhor de 4) será o vencedor. Suponha que o time A tenha probabilidade 0,55 de ganhar do time B durante o campeonato.
- (a) Qual é a probabilidade de que A vença a série em seis jogos?
 (b) Qual é a probabilidade de que A vença a série?
17. (*Bussab et al. E.34 p.157*). O número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia ocorre segundo uma distribuição de Poisson, com $\lambda = 2$. As atuais instalações podem atender, no máximo, a três petroleiros por dia. Se mais de três aportarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.
- (a) Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto?
 (b) De quanto deverão ser aumentadas as instalações para permitir atender a todos os navios que chegarem pelo menos em 95 % dos dias?
 (c) Qual é o número médio de petroleiros que chegam por dia?
18. (*Walpole et al. E.5.35*). Uma empresa está interessada em avaliar seu procedimento atual de inspeção de carregamento de 50 itens idênticos. O procedimento é retirar uma amostra de cinco itens e liberar o carregamento se não mais do que dois itens forem defeituosos. Qual a probabilidade de aceitar um carregamento que tem 20 % de itens defeituosos?

RESPOSTAS:

- 1 a) 0,4; b) 0,4; c) 0,4
 2 a) 0,6561; b) 0,2916; c) 0,9963
 3 $R : 1,5\%$; $R : 2\%$; $R : 47,5\%$
 4 a) 0,0323; b) 0,0465
 5 a) 0,3788; b) 1; c) 0,8788; d) 2,50; e) 0,79545
 7 a) 0,0190; b) 33,33
 8 a) 0,6778; b) 0,1209
 9 a) 0,1429; b) 0,1353
 10 a) 0,2304; b) 0,18367; c) 0,6
 11 a) 0,8244; b) 10,5
 12 a) 0,0228; b) 0,0295 c) Foi suposto no item a) que o tamanho da amostra é suficientemente grande para realizar a aproximação.

13 a) 0,3369; c) 3

14 $E(Y) = \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda}}$

15 a) 0,75; b) 0,250 c) 0,047 d) 2

16 a) 0,18; b) 0,61

17 a) 0,3233; b) $P(k = 0) = 0,1353$ $P(k = 1) = 0,2707$ $P(k = 3) = 0,1804$ $P(k = 4) = 0,0902$; c) 2

18 $P(x = 5) = 0,029$ $P(x = 4) = 0,0128$ $P(x = 3) = 0,00437$ $P(x \leq 2) = 0,95383$