Fórmulas Estatística I

- Média amostral: $\bar{X} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i}{n}$

- Variância amostral: $\hat{\sigma^2} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n}$ ou $S^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

- Coeficiente de variação: $CV = (S/\bar{X}).100\%$

- Probabilidade Condicional: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

- Esperança: $\mu = E(X) = \sum\limits_{x:f(x)>0} xf(x)$ ou $\int\limits_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

- Variância: $\sigma^2 = Var(X) = E[(X-\mu)^2] = E(X^2) - \mu^2$

- Propriedade da esperança: $E[g(X)] = \sum\limits_{x:f(x)>0} g(x)f(x)$ ou $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$

- Distribuição Binomial: $X \sim Bin(n,p)$
  $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0, 1, 2, ..., n$
  $E(X) = np$ e $Var(X) = np(1-p)$

- Distribuição Hipergeométrica: $X \sim Hiperg(N, n, k)$
  $f(x) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, $max\{0, n-(N-k)\} \leq x \leq min\{n, k\}$
  $E(X) = \frac{nk}{N}$ e $Var(X) = \frac{N-n}{N-1}.n.\frac{k}{N}\left(1 - \frac{k}{N}\right)$

- Distribuição Binomial Negativa: $X \sim BN(k,p)$
  $f(x) = \binom{x-1}{k-1} p^k q^{x-k}$, $x = k, k+1, k+2, ...$
  $E(X) = \frac{k}{p}$ e $Var(X) = \frac{k(1-p)}{p^2}$

- Distribuição Geométrica: $X \sim Geom(p)$
  $f(x) = pq^{x-1}$, $x = 1, 2, 3, ...$
  $E(X) = \frac{1}{p}$ e $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

- Distribuição de Poisson: $X \sim Poisson(\lambda)$
  $f(x) = \frac{\exp^{-\lambda}(\lambda)^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, ...$
  $E(X) = \lambda$ e $Var(X) = \lambda$

- Distribuição Uniforme contínua: $X \sim Uniforme(A, B)$

  $f(x) = \frac{1}{B-A}, \quad A \leq x \leq B$
  $E(X) = \frac{A+B}{2}$ e $Var(X) = \frac{(B-A)^2}{12}$

- Distribuição Exponencial: $X \sim Exp(\lambda)$

  $f(x) = \lambda \exp^{-\lambda x}, \quad x > 0$
  $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ e $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

- Distribuição Normal: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty \leq x \leq \infty$
  $E(X) = \mu$ e $Var(X) = \sigma^2$

- Transformação da Normal para a Normal Reduzida:
  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

- Teorema Central do Limite: Sejam $X_1, ..., X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas, com $E(X_i) = \mu$ e $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$, para $i = 1, ..., n$, então, quando $n \to \infty$:
  $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$, ou seja: $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$

  Casos particulares e observações:

  - se $X_i \sim Bernoulli(p)$, para $i = 1, ..., n$: $\hat{p} \approx N(p, \frac{p(1-p)}{n})$
  - se $Y \sim Binomial(n, p)$: $Y \approx N(np, np(1-p))$: aproximação da Binomial pela Normal
  - se σ desconhecido, pode-se usar adicionalmente o Teorema de Slutsky e: $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$

- Sejam $X_1, ..., X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas, com $X_i \sim N(0, 1)$, para $i = 1, ..., n$, então: $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t - Student(n-1)$

- Função de verossimilhança: $L(\theta) = f(x_1, x_2, ..., x_n/\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$, sendo a última igualdade decorrente da suposição de independência de $X_1, ..., X_n$

- $\hat{\theta}$ é estimador não viciado de θ se: $E(\hat{\theta}) = \theta$, para todo valor de θ.

- $\hat{\theta}$ é estimador consistente de θ se: $\lim_{n\to\infty} E(\hat{\theta}) = \theta$ e $\lim_{n\to\infty} V(\hat{\theta}) = 0$