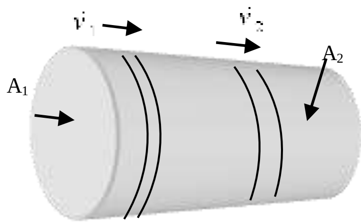
Fluidos em Movimento



O escoamento pode ser turbulento ou não. Neste curso só trabalharemos com escoamento de um fluido "ideal", isto é não turbulento. É o escoamento onde não há dissipação de energia mecânica. Se admitirmos que o fluido é incompressível, a densidade é constante em qualquer ponto do fluido. Se tivermos um tubo de área de secção reta variável, e um fluido escoando por ele, a partícula fluída que "entra" na secção A_1 do tubo durante o intervalo de tempo Δt, é representado por: $A_1.v_1.\Delta t = A_1.x_1 = \Delta V$

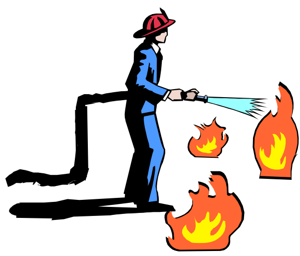
Como admitimos que o fluido é incompressível, uma partícula fluída igual deve "sair" no tubo pela área 2, A_2. Portanto, $\Delta V = A_2.x_2 = A_2.v_2.\Delta t$. Assim:
$A_1.v_1.\Delta t = A_2.v_2.\Delta t \Rightarrow A_1.v_1 = A_2.v_2 = I_V = \text{constante}$ (1) $[I_V] = m^3/s$
Onde I_V é chamada *vazão* volumar também interpretada como $I_V = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$. A expressão (1) é a equação da continuidade.

14. (Tipler Cap 13 E 49) O sangue circula a 30 cm/s numa aorta com 9 mm de raio.
a) Calcular a vazão do sangue em litros por minuto. b) Embora a área da seção reta de um capilar sangüíneo seja muito menor do que a da aorta há muitos capilares, de modo que a área total das seções retas do sistema de capilares é muito maior do que a da aorta. O sangue da aorta passa através dos capilares com uma velocidade de 1,0 mm/s. Estimar a área total das seções retas dos capilares.
a) Dado que 1ℓ equivale a 1000 cm^3 deixaremos as unidades em cm. A área da aorta = $3,14*(0.9)^2 = 2,54\ cm^2$
Assim, a vazão do sangue em litros por minuto é:

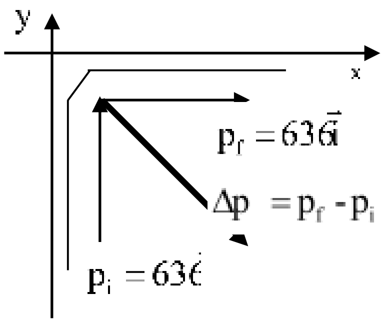
$$vazão = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t} = A\cdot v = \pi r^2\cdot v = \pi(0{,}9)^2 30.60 = 2{,}54.1800 = 4572\frac{cm^3}{\min} = 4{,}6\frac{l}{\min}$$

b) $$vazão = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow A = \frac{vazão}{v} = \frac{4572}{0{,}1.60} = 763\ cm^2$$

16. (Tipler Cap 13 E54) Um bombeiro segura uma mangueira de incêndio que tem uma curvatura, como está na figura ao lado. O raio da seção reta do jato de água no bocal é 1,5 cm e a velocidade da água é 30m/s. a) Que massa de água sai pelo bocal em 1s? b) Qual o momento horizontal dessa massa de água? c) Antes de chegar à curva da mangueira, o momento da água é dirigido na vertical para cima e depois está na direção horizontal. Desenhar o diagrama vetorial dos vetores momentos inicial e final e achar a variação do momento da água, na curva, em 1 s. Calcular então a força que a mangueira exerce sobre a água.



$$\rho_{agua} = \frac{m_{agua}}{V} \Rightarrow m_{agua} = \rho_{agua} \cdot V \quad (1)$$



$$V = vazão.\Delta t = A.v.\Delta t = \pi r^2.v.\Delta t = \pi(0{,}015)^2.30.1 = 0{,}0212\ m^3$$

a) de (1), $m_{agua} = \rho_{agua} \cdot V = 10^3.0{,}0212 = 21{,}2$ kg

b) $p = m.v = 21{,}2.30 = 636$ kg.m/s

$\Delta p = p_f - p_i = 636\vec{i} - 636\vec{j}$ em kg.m/s.

$|\Delta p| = \sqrt{2 \cdot 636^2} = \sqrt{809} = 899$ kg.m/s.

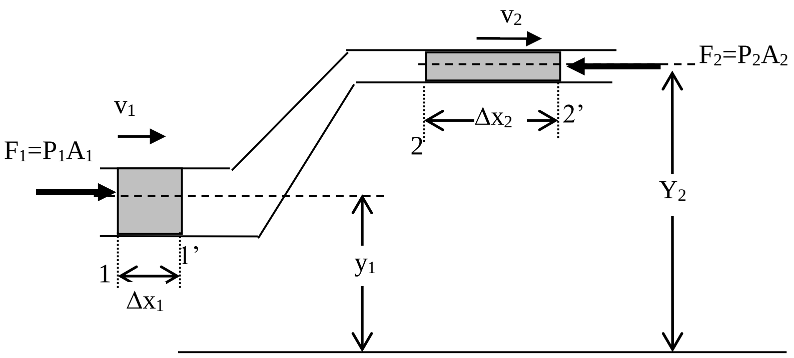
$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{899}{1} = 899 \text{ kg.m/s}$$

Equação de Bernoulli

Esta equação relaciona a pressão, a elevação e a velocidade de um fluido incompressível num escoamento permanente. É conseqüência das leis de Newton e se deduz pela conservação de energia de um segmento do fluido ou de uma "partícula fluída".

Consideremos um fluido em movimento num tubo cuja elevação e a área da secção reta sejam variáveis. Aplicaremos o teorema da conservação de energia ao fluido que está inicialmente entre os pontos 1 e 2. Depois de um intervalo de tempo Δt, o fluido se desloca no tubo e passa a ocupar a região entre os pontos 1' e 2'.

Se $\Delta m = \rho.\Delta V$ (1) for a massa dessa parte do fluido, o efeito do deslocamento do fluido durante o intervalo de tempo Δt é o deslocamento da massa Δm ter sido elevada da altura y_1 para a altura y_2 e a velocidade ter passado de v_1 a v_2.



Como o escoamento é estacionário, a porção do "filete" compreendida entre 1'e 2 não precisa ser levada em conta no balanço da energia, pois as condições permanecem as mesmas.

A variação de energia potencial no fluido é: $\Delta U = \Delta mgy_2 - \Delta mgy_1 = \rho\Delta Vg(y_2 - y_1)$ (2) após substituir Δm por $\rho\Delta V$ da expressão (1).

e a variação de energia cinética: $\Delta E = \frac{1}{2}\Delta mv_2^2 - \frac{1}{2}\Delta mv_1^2 = \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2)$ (3)

O fluido que está a esquerda do elemento de volume limitado pela área 1, exerce sobre o elemento de volume considerado uma força $F_1 = P_1A_1$, sendo P_1 a pressão em 1.

O trabalho dessa força é: $W_1 = F_1\Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1\Delta V$.

Ao mesmo tempo, o fluido à direita do elemento de volume considerado exerce uma força $F_2 = P_2A_2$, dirigida para a esquerda. O trabalho desta força é negativo pois se opõe ao movimento: $W_2 = -F_2\Delta x_2 = -P_2A_2\Delta x_2 = -P_2\Delta V$.

O trabalho resultante de ambas as forças é: $W_{total} = P_1\Delta V - P_2\Delta V = (P_1 - P_2)\Delta V$ (4)

Pela conservação da energia mecânica: $W_{total} = \Delta U + \Delta K$. (5)

Assim, de (5), (4), (3) e (2).

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \rho g\Delta V(y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2)$$

Dividindo esta expressão por ΔV,

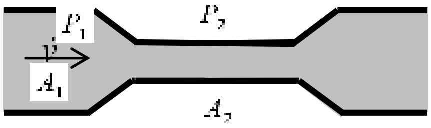
$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$P_1 - P_2 = \rho g y_2 - \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho g v_1^2 \Rightarrow P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \ (*)$$

$$P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \textbf{constante}$$

Num fluido em repouso, $v_1 = v_2 = 0$. Se aplicarmos a expressão anterior (*), $P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$, chegamos à lei de Stevin já analisada anteriormente.

Há casos em que o fluido escoa através de um tubo com uma secção estrangulada



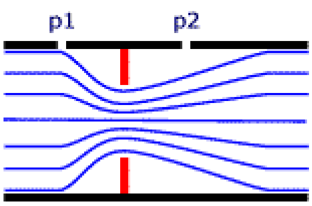
A altura das duas secções é a mesma, assim, na eq. (*)
$y_1 = y_2$. desta maneira a equação. De Bernoulli fica:

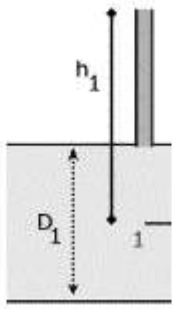
$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}\ .$$

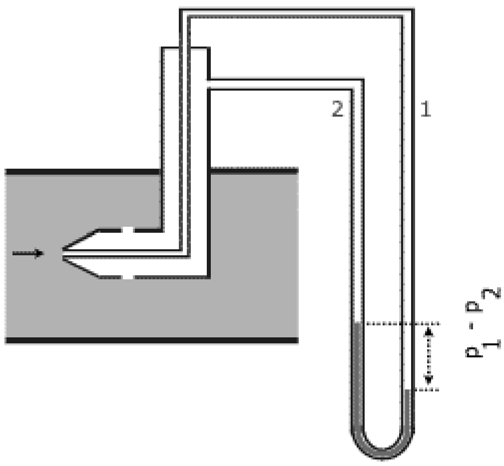
Quando um fluido se move numa região estrangulada, a área A_2 se torna menor e a velocidade v_2 aumenta a fim que o produto Av permaneça constante. Porém, como $P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}$, se a velocidade v aumenta, a pressão P deve diminuir. Então, a pressão na parte estrangulada fica reduzida.

Medição da vazão

Muitos tipos de dispositivos foram desenvolvidos, a partir da equação de Bernoulli, para medir a velocidade de escoamentos e vazões em massa.
Um modo eficiente de medir a vazão em volume em tubos é instalar algum tipo de restrição no tubo e medir a diferença entre as pressões na região de baixa velocidade e alta pressão e alta velocidade e baixa pressão







A equação de Bernoulli sofre uma séria restrição, pois não considera perdas de energia devido às tensões viscosas e turbulentas. Tais tensões se manifestam no interior do tubo de corrente gerando uma perda de energia que se degrada em calor. Na prática, esse calor terá dois destinos, em geral combinados em maior eou menor intensidade:uma parte é liberada ao meio ambiente e outra aumenta a energia interna do fluido. Em termos de carga, essa perda de energia é chamada de *perda de carga*, ΔH. Assim, esta equação se aplica ao fluido fictício não viscoso chamado *fluido perfeito*. Sabemos que os fluidos da natureza e os fluidos sintéticos, os flamados *fluido reais* têm todos viscosidade (que poderá ser baixa, mas são sempre viscosos). Portanto, a perda de carga sempre existirá no escoamento de um fluido real. Porém, há certos casos em que a perda de carga é pequena quando comparada com as demais cargas, podendo, então, ser desprezada na prática.

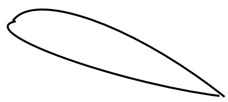
buscar: http://dited.bn.pt/31619/2606/3184.pdf

Sustentação Aerodinâmica de

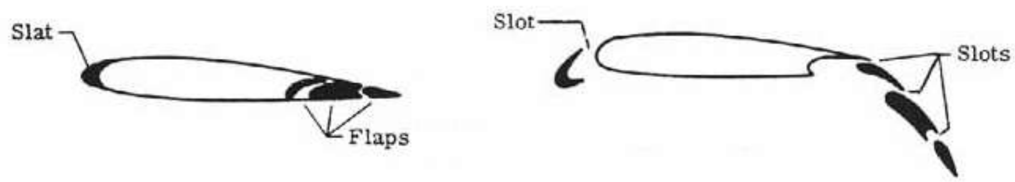
Pedro Magalhães Oliveira

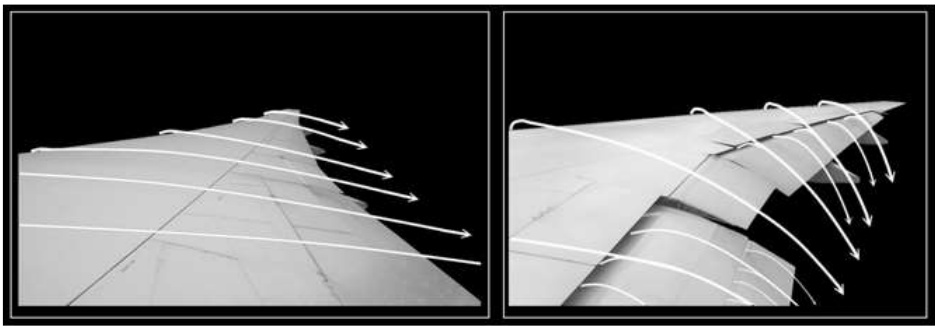
http://www.youtube.com/watch?v=uy0hgG2pkUs&feature=related
http://www.youtube.com/watch?v=E1ESmvyAmOs&feature=related

Quando a velocidade de um fluido aumenta, a pressão diminui.
Resultado conhecido como efeito Venturi. É aplicado nos casos em que se podem ignorar as variações de altura.
O efeito Venturi nos proporciona entendimento qualitativo sobre a sustentação da asa de um aeroplano, a trajetória de uma bola lançada “com efeito”, um tubo Pitot, utilizado para medir a velocidade de escoamento de um gás ou um atomizador.



A primeira é projetada de modo que o ar se desloque com maior velocidade na parte de cima do que na parte de baixo, com o que a pressão na parte de baixo é maior do que na de cima. Esta diferença de pressão provoca uma resultante de forças dirigida de baixo para cima. É a sustentação da asa.
Os "flaps" são dispositivos aerodinâmicos para aumento da sustentação. São prolongamentos das asas e da sua curvatura em ambas as direcções (no bordo de fuga e também no bordo de ataque). Quando a um "flap" se lhe junta uma fenda ou "slot", passa a chamar-se "slat".





O fenômeno de produzir sustentação por rotação é chamado *efeito magnus*.É o exemplo de uma bola que gira em torno do seu eixo e possui uma velocidade de translação ao mesmo tempo, A soma de ambos movimentos tende a transmitir o movimento ao ar que fica em volta. Assim, de um lado da bola o ar se movimenta com maior velocidade que no outro lado, fazendo com que a trajetória da bola seja curva, como pode ser observado na figura abaixo.

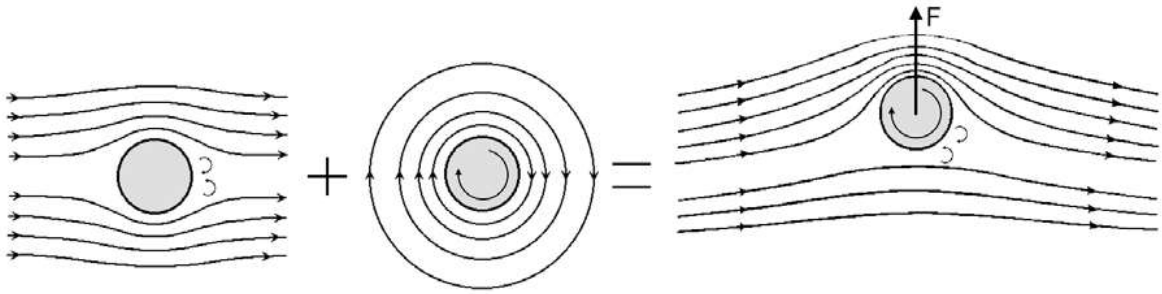
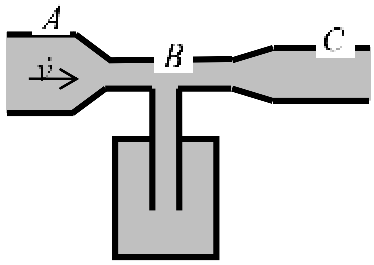


Figura 12 – Exemplo de aplicação do "Efeito Magnus", numa bola com rotação.

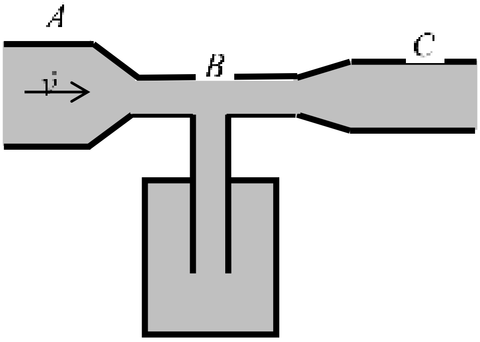
http://www.youtube.com/watch?v=xjSYuYdDfgM



Um terceiro exemplo é o do atomizador, que o ar forçado pela pêra, ao passar pelo estrangulamento do tubo horizontal, faz com que a pressão neste estrangulamento fique menor que a pressão atmosférica. O líquido no recipiente é aspirado pelo tubo vertical misturando-se com a corrente de ar, sendo projetado pelo bocal.

Embora a eq. De Bernoulli seja muito útil para descrições qualitativas de aspectos do escoamento de fluidos, as descrições que proporciona são, muitas vezes discrepantes com medições experimentais. A razão dessas discrepâncias, no caso de gases, se a compressibilidade do fluido, no caso de líquidos, a viscosidade, que invalida a conservação da energia mecânica. Além disso, um escoamento permanente, regular e sem turbulência é muito difícil de manter. A presença de efeitos turbulentos afeta em grande medida os parâmetros do escoamento do fluido.

18. (Tipler Cap 13 E85) A ao lado é o esquema de um *aspirador*, dispositivo simples para se conseguir um vácuo parcial num vaso ligado e um tubo vertical em B. Se o aspirador for acoplado a uma mangueira de jardim, pode ser aproveitado para aspergir água de sabão ou solução de fertilizante sobre as plantas. Seja 2,0 cm o diâmetro na seção de entrada A, e 1,0 cm o diâmetro na seção da saída C, aberta para a atmosfera. A vazão da água é 0,5 l/s e a pressão manométrica em A é 0,187 atm. Qual o diâmetro da seção estrangulada em B para que a pressão no vaso seja 0,1 % abaixo da pressão atmosférica?



Pela eq. de Bernoulli: $P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho g v_B^2$ (1).

A pressão manométrica em A equivale a pressão atmosférica mais o que indica o manômetro, Assim:

$P_A = (1+0{,}187)atm = (1+0{,}187).1{,}013.10^5 = 1{,}2024.10^5\, N/m^2$

e $P_B = (1-0{,}1)atm = (0{,}9).1{,}013.10^5 = 0{,}9117.10^5\, N/m^2$

Pelo deduzido anteriormente da vazão volumar, $A_C.v_C = A_B.v_B = I_{V,C} = \text{constante}$,

Então, a velocidade em B, $v_B = \frac{I_{V,C}}{A_B}$ e em A, $v_A = \frac{I_{V,C}}{A_A}$

Substituindo as velocidades respectivas na expressão (1),

$$P_A + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right) = P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_B}\right) \Rightarrow P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right) = \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_B}\right)$$

$$\left[P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right)\right]\cdot\frac{2}{\rho g} = \frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_B} \Rightarrow A^2{}_B = \frac{I^2{}_{V,C}}{\left[P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right)\right]\cdot\frac{2}{\rho g}}$$

$$A_B = \sqrt{\frac{I^2{}_{V,C}}{\left[P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right)\right]\cdot\frac{2}{\rho g}}} \therefore \pi(r_B)^2 = \sqrt{\frac{I^2{}_{V,C}}{\left[P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right)\right]\cdot\frac{2}{\rho g}}}$$

$$r_B = \sqrt{\frac{\dfrac{I^2{}_{V,C}}{\left[P_A - P_B + \frac{1}{2}\rho g\left(\frac{I^2{}_{V,C}}{A^2{}_A}\right)\right]\cdot\frac{2}{\rho g}}}{\pi}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\dfrac{500\cdot 10^{-6}}{\dfrac{2}{1000\cdot 10}\left[(1{,}2024 - 0{,}9117)\cdot 10^5 + \frac{1}{2}1000\cdot 10\left(\frac{500\cdot 10^{-6}}{(\pi\cdot 0{,}01^2)^2}\right)\right]}}{\pi}} =$$

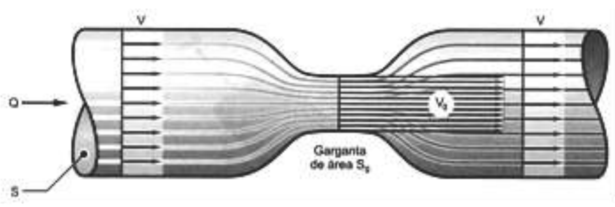
$$= 3{,}14\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m} \therefore \phi = 2.r = 6{,}28\cdot 10^{-4} \approx 0{,}6\,\mathrm{mm}$$

25. (SSY, 12-40) a) Encontre a expressão para a altura da subida de um capilar no espaço entre duas placas paralelas mergulhadas em um líquido. b) Duas placas de vidro paralelas entre si e com 0,5 mm de separação são mergulhadas na água. A que altura subirá a água entre elas? Considere zero o ângulo de contato.

Usando a expressão

$$y = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{\rho g r} = \frac{2\cdot 0{,}073}{1000\cdot 10\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}} = 0{,}0295 \approx 0{,}03\,\mathrm{m} \approx 3\,\mathrm{cm}$$

26. **(SF)** A figura ao lado mostra um tubo convergente/divergente, conhecido como *venturi*. A secção mínima do venturi é chamada garganta. Determine a velocidade média na garganta S_g, sabendo que na secção de entrada de área S a vazão em volume de um fluído incompressível é Q.



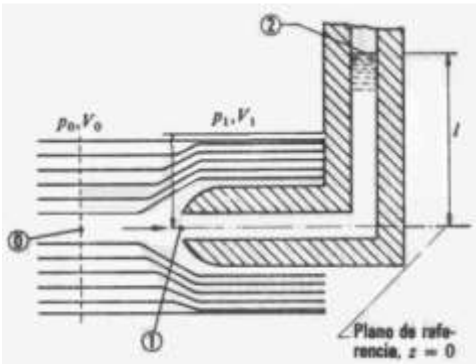
Por tratar-se de um fluido incompressível, aplica-se a equação de continuidade:

$A.v = A_g.v_g = I_{V,C} = \text{constante},$ onde $I_{v,C}$ é a vazão em volume na garganta. Então:

$$v_g = \frac{A}{A_g}.v$$

Na figura encontram-se esquematizadas as linhas de corrente no interior do venturi. Observa-se que há um aumento na velocidade média na garganta (representado pela convergência das linhas de corrente). O oposto ocorre entre a garganta e a secção de saída do venturi. Nesse caso a divergência das linhas de corrente vem acompanhada de uma redução da velocidade média. Esses resultados são gerais e permitem inferir variações de velocidade em regiões do escoamento pela simples inspeção da configuração das linhas de corrente, observando que a velocidade é maior onde as linhas de corrente estão próximas e menor onde estão afastadas.

Exemplo de Aplicação da equação de Bernoulli - Tubo de Pitot
Deseja- se medir a velocidade com que as partículas fluidas passam pelo ponto (0) do escoamento de líquido através da tubulação da figura ao lado usando o chamado *tubo de pitot.*



Éste é um instrumento usado par medir velocidades de fluidos e que foi inventado pelo francês Henri Pitot em 1732. Aplicando a equação de Bernoulli entre os pontos (0) e (1) antes e depois de colocação do tubo de Pitot considerando que ambos os pontos estão localizados muito próximos de maneira de desprezar a perda de carga por atrito (viscoso/turbulento), ou seja, assumimos que o escoamento refere-se ao de um fluido perfeito, assim:
l mede a pressão de estagnação no ponto 1 onde as partículas fluídas colidem atingindo velocidade zero. À esquerda há um piezômetro para a medida da pressão estática no ponto 0.

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_0 + \rho g y_0 + \frac{1}{2}\rho g v_0^2$$

Dado que a equação está sendo aplicada a dois pontos do escoamento pertencentes a uma mesma linha de corrente, $y_0 = y_1$
Nessa situação, as partículas que passam pelo ponto (0) e as que passam pelo ponto (1) relacionam-se pela equação:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho g v_0^2 \,.$$

Se dois piezômetros, para medir a pressão estática, forem colocados na altura de ambos os pontos (0) e (1), a altura dos fluidos seria a mesma já que a diferença de carga entre ambos os pontos é pequena e $v_0 = v_1$.

O orifício do tubo de Pitot é pequeno e quando é colocado, começa a ingressar fluido pelo mesmo até que a coluna de fluído no líquido se estabiliza, nesse instante a extremidade aberta passa a ser um obstáculo para as partículas que passam a aí incidir. Assim, as partículas que passam pelo ponto (0) possuem a mesma velocidade que antes de colocar o tubo

pitot. A medida que as partículas fluídas vão avançando, elas vão se desacelerando até que no ponto 1 a velocidade é nula, por eso esse ponto é chamado ponto de estagnação e a pressão que alí se desenvolve é chamada pressão de estagnação, a velocidade em 1 = 0. A partir do ponto 1, as partículas mudam de direção, contornando o obstáculo.
A pressão de estagnação é a soma da pressão estática mais a pressão dinâmica, assim:

$$P_{estagnação} = P_{estática} + P_{dinâmica}$$

O que ocorre no tubo é que como a carga estática não se altera entre os pontos 0 e 1, a carga cinética se transforma totalmente em carga de pressão no ponto de estagnação, gerando uma altura adicional l .
Assim:

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + P_1 = P_{estagnação} \therefore P_{estática} = P_1 \text{ e } \rho \frac{v_1^2}{2} = P_{dinamica}$$

Vomo antes e depois de ter sido colocado o tubo pitot a velocidade não se alterou, v1 = v2

$$v = \sqrt{\frac{2\left(P_{estagnação} - P_{estatica}\right)}{\rho}}\ .$$

Como $\frac{\left(P_{estagnação} - P_{estatica}\right)}{\rho} = hg$ de $\Delta P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$