

## 10.2 CÁLCULO COM CURVAS PARAMETRIZADAS

Revisão técnica: Ricardo Miranda Martins – IMECC – Unicamp

 É necessário usar uma calculadora gráfica ou computador.**1-2** Encontre  $dy/dx$ .

1.  $x = \sqrt{t} - t$ ,  $y = t^3 - t$     2.  $x = t \ln t$ ,  $y = \sin^2 t$

**3-6** Encontre uma equação da tangente à curva no ponto correspondente aos valores dados do parâmetro.


3.  $x = t^2 + t$ ,  $y = t^2 - t$ ;  $t = 0$   
4.  $x = t \sin t$ ,  $y = t \cos t$   $t = \pi$   
5.  $x = t^2 + t$ ,  $y = \sqrt{t}$ ;  $t = 4$   
6.  $x = 2 \sin \theta$ ,  $y = 3 \cos \theta$ ;  $\theta = \pi/4$

**7-10** Encontre uma equação da tangente à curva no ponto fornecido utilizando dois métodos: (a) sem eliminar o parâmetro e (b) eliminando primeiramente o parâmetro.

7.  $x = 2t + 3$ ,  $y = t^2 + 2t$ ; (5, 3)  
8.  $x = 5 \cos t$ ,  $y = 5 \sin t$ ; (3, 4)  
9.  $x = 1 - t$ ,  $y = 1 - t^2$ ; (1, 1)  
10.  $x = t^3$ ,  $y = t^2$ ; (1, 1)

**11-18** Encontre  $dy/dx$  e  $d^2y/dx^2$ 

11.  $x = t^2 + t$ ,  $y = t^2 + 1$   
12.  $x = t + 2 \cos(t)$ ,  $y = \sin(2t)$   
13.  $x = t^4 - 1$ ,  $y = t - t^2$   
14.  $x = t^3 + t^2 + 1$ ,  $y = 1 - t^2$   
15.  $x = \sin \pi t$ ,  $y = \cos \pi t$   
16.  $x = 1 + \operatorname{tg} t$ ,  $y = \cos 2t$   
17.  $x = e^{-t}$ ,  $y = te^{2t}$   
18.  $x = 1 + t^2$ ,  $y = t \ln t$

 **19.** Estime a área da região delimitada por cada laço da curva

$$x = \sin t - 2 \cos t \quad y = 1 + \sin t \cos t$$

**20-23** Defina, mas não avalie, uma integral que representa o comprimento da curva.

20.  $x = t^3$ ,  $y = t^4$ ,  $0 \leq t \leq 1$   
21.  $x = t^2$ ,  $y = 1 + 4t$ ,  $0 \leq t \leq 2$   
22.  $x = t \sin t$ ,  $y = t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq \pi/2$   
23.  $x = e^{-t}$ ,  $y = te^{2t}$ ,  $-1 \leq t \leq 1$

**24-29** Encontre o comprimento da curva.

24.  $x = t^3$ ,  $y = t^2$ ,  $0 \leq t \leq 4$   
25.  $x = 3t - t^3$ ,  $y = 3t^2$ ,  $0 \leq t \leq 2$   
26.  $x = 2 - 3 \sin^2 \theta$ ,  $y = \cos 2\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$   
27.  $x = 1 + 2 \sin \pi t$ ,  $y = 3 - 2 \cos \pi t$ ,  $0 \leq t \leq 1$   
28.  $x = 5t^2 + 1$ ,  $y = 4 - 3t^2$ ,  $0 \leq t \leq 2$   
29.  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ ,  $0 \leq t \leq \pi$

**30.** Esboce a curva

$$x = t \cos t + \sin t \quad y = t \sin t - \cos t \quad -\pi \leq t \leq \pi$$

E então utilize o SCA ou uma tabela de integrais para encontrar o comprimento exato da curva.

**31.** Utilize a Regra de Simpson com  $n = 10$  para estimar o comprimento da curva  $x = \ln t$ ,  $y = e^{-t}$ ,  $1 \leq t \leq 2$ .**32.** Defina, mas não calcule, uma integral que representa a área da superfície obtida pela rotação da curva  $x = t^3$ ,  $y = t^4$ ,  $0 \leq t \leq 1$  em torno do eixo  $x$ .**33-35** Encontre a área da superfície obtida pela rotação da curva fornecida em torno do eixo  $x$ .

33.  $x = t^2 + 2/t$ ,  $y = 8\sqrt{t}$ ,  $1 \leq t \leq 9$   
34.  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ ,  $0 \leq t \leq \pi/2$   
35.  $x = 2 \cos \theta - \cos 2\theta$ ,  $y = 2 \sin \theta - \sin 2\theta$