

Aula 11. Escoamento gradualmente variado, ocorrência e conceitos fundamentais

Hidráulica II

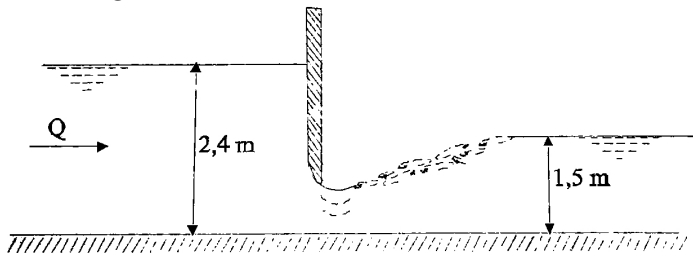
Maria M. Gamboa

1º Semestre de 2019. 28/05/2019

Exercício aula anterior

Em um canal retangular de 1.20m de largura há uma comporta plana e vertical, da mesma largura. Um ressalto hidráulico ocorre imediatamente a jusante da comporta.

Determine a vazão. Despreze as perdas de carga pela comporta, mas não a carga cinética a montante.



Escoamento gradualmente variado

- Ver exemplo neste video

Escoamento gradualmente variado

- Ver exemplo neste video
- Velocidade do escoamento (nível d'água) muda ao longo de um canal → Escoamento variado

Escoamento gradualmente variado

- Ver exemplo neste video
- Velocidade do escoamento (nível d'água) muda ao longo de um canal → Escoamento variado
- Cada seção é mantida no tempo → Permanente

Escoamento gradualmente variado

- Ver exemplo neste video
- Velocidade do escoamento (nível d'água) muda ao longo de um canal → Escoamento variado
- Cada seção é mantida no tempo → Permanente
- Variação brusca: Escoamento rapidamente variado → Ressalto hidráulico

Escoamento gradualmente variado

- Ver exemplo neste video
- Velocidade do escoamento (nível d'água) muda ao longo de um canal → Escoamento variado
- Cada seção é mantida no tempo → Permanente
- Variação brusca: Escoamento rapidamente variado → Ressalto hidráulico
- Variação suave, ao longo de um trecho: Escoamento gradualmente variado → Curvas de remanso

Lembrando conceito de seção de controle

Motivo para acontecer escoamento variado: Controles

Seção de controle

Seção de um conduto livre na qual há uma relação única entre a altura da lâmina d'água e a vazão.

Lembrando conceito de seção de controle

Motivo para acontecer escoamento variado: Controles

Seção de controle

Seção de um conduto livre na qual há uma relação única entre a altura da lâmina d'água e a vazão.

- Ocorrência de altura crítica y_c
Ocorrência: 'Quedas', vertedor horizontal de parede espessa, calha Parshall...
Relação: $Fr^2 = 1 = \frac{Q^2 B}{g A^3}$

Lembrando conceito de seção de controle

Motivo para acontecer escoamento variado: Controles

Seção de controle

Seção de um conduto livre na qual há uma relação única entre a altura da lâmina d'água e a vazão.

- Ocorrência de altura crítica y_c
Ocorrência: 'Quedas', vertedor horizontal de parede espessa, calha Parshall...
Relação: $Fr^2 = 1 = \frac{Q^2 B}{g A^3}$
- Estabelecimento de escoamento uniforme, altura normal y_0
Ocorrência: Canal prismático suficientemente longo
Relação: $Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} I_f^{1/2}$

Lembrando conceito de seção de controle

Motivo para acontecer escoamento variado: Controles

Seção de controle

Seção de um conduto livre na qual há uma relação única entre a altura da lâmina d'água e a vazão.

- Ocorrência de altura crítica y_c
Ocorrência: 'Quedas', vertedor horizontal de parede espessa, calha Parshall...
Relação: $Fr^2 = 1 = \frac{Q^2 B}{g A^3}$
- Estabelecimento de escoamento uniforme, altura normal y_0
Ocorrência: Canal prismático suficientemente longo
Relação: $Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} I_f^{1/2}$
- Relação conhecida $Qvs.h$
Ocorrência: Orifícios, comportas, vertedores...
Relação: Segundo cada estrutura

Lembrete: Vertedores e orifícios

Orifício pequeno de parede fina: $Q = C_d A \sqrt{2gH}$

Comporta de fundo plana: $q = C_d a \sqrt{2gy_1}$

Vertedor, forma geral: $Q = CLh^{3/2}$

Vertedor retangular de parede fina: $Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} L h^{3/2}$

Vertedor de soleira espessa (retangular): $Q = C_d 1.704 b h^{3/2}$

Escoamento gradualmente variado

Para analisar o escoamento gradualmente variado é necessário simplificar com seguintes suposições:

- Declividade pequena, de forma que $y = h$
- Canal prismático e vazão constante
- Distribuição de pressões hidrostática
- Distribuição de velocidade constante
- Perdas de carga podem ser determinadas pelas equações de perda do escoamento uniforme (Chezy, Manning...)

Escoamento gradualmente variado

Com x : eixo longitudinal, no fundo do canal, e y altura d'água perpendicular \approx altura vertical

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} = y + E$$
$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

Escoamento gradualmente variado

Com x : eixo longitudinal, no fundo do canal, e y altura d'água perpendicular \approx altura vertical

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} = y + E$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

Considerando:

$$\frac{dE}{dx} = I_0 - I_f$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 - Fr^2$$

Resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_0 - I_f}{1 - Fr^2}$$

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)
- A : Canais em aclave $I_0 < 0$. (*Adverse slope*)

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)
- A : Canais em aclave $I_0 < 0$. (*Adverse slope*)

E segundo a altura do escoamento

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)
- A : Canais em aclave $I_0 < 0$. (*Adverse slope*)

E segundo a altura do escoamento

- 1 : Acima dos dois níveis, crítico e normal

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)
- A : Canais em aclave $I_0 < 0$. (*Adverse slope*)

E segundo a altura do escoamento

- 1 : Acima dos dois níveis, crítico e normal
- 2 : Entre o nível crítico e o normal

Classificação das curvas de remanso

Curvas (perfil) de remanso muda segundo o tipo de declividade do canal

- M : Canais de declividade fraca, ou moderada $I_0 < I_c$. (*Mild slope*)
- S : Canais de declividade forte, ou severa $I_0 > I_c$. (*Steep slope*)
- C : Canais de declividade crítica $I_0 = I_c$. (*Critical slope*)
- H : Canais sem declividade, horizontais $I_0 = 0$. (*Horizontal slope*)
- A : Canais em aclave $I_0 < 0$. (*Adverse slope*)

E segundo a altura do escoamento

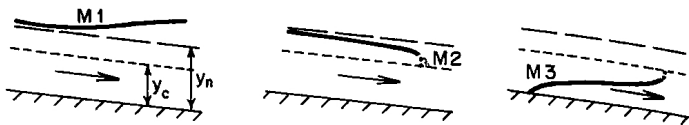
- 1 : Acima dos dois níveis, crítico e normal
- 2 : Entre o nível crítico e o normal
- 3 : Abaixo tanto do crítico quanto do normal

Curvas de remanso

- M1

Montante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_0

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Assintótica paralela a fundo



Curvas de remanso

- M1

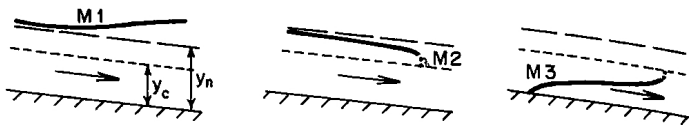
Montante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_0

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Assintótica paralela a fundo

- M2

Montante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_0

Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c



Curvas de remanso

- M1

Montante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_0

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Assintótica paralela a fundo

- M2

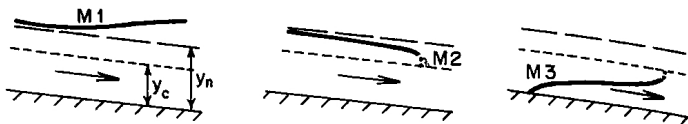
Montante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_0

Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c

- M3

Montante $y \rightarrow 0 \implies dy/dx \rightarrow \text{inf} / \text{inf}$. Começa em y inicial

Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas vira mudança brusca

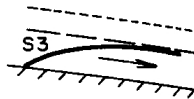
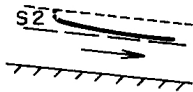
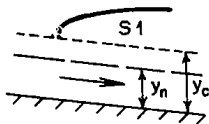


Curvas de remanso

- S1

Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Perpendicular a y_c

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0.$ Paralela a fundo



Curvas de remanso

- S1

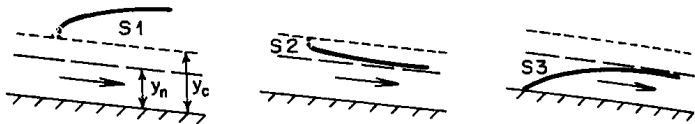
Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Perpendicular a y_c

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0.$ Paralela a fundo

- S2

Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Perpendicular a y_c

Jusante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0.$ Assintótica a y_0



Curvas de remanso

- S1

Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Perpendicular a y_c

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0.$ Paralela a fundo

- S2

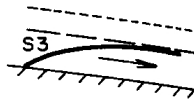
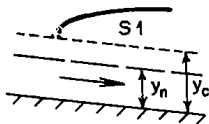
Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Perpendicular a y_c

Jusante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0.$ Assintótica a y_0

- S3

Montante $y \rightarrow 0 \implies dy/dx \rightarrow \text{inf} / \text{inf.}$ Começa em y inicial

Jusante $y \rightarrow y_0 \implies dy/dx \rightarrow 0.$ Assintótica a y_0

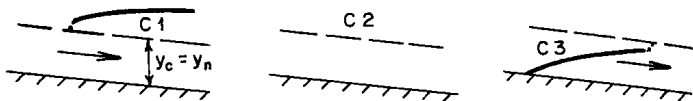


Curvas de remanso

- C1

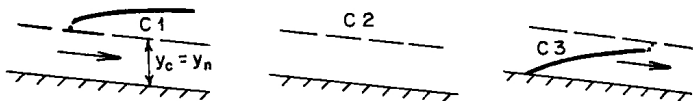
Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow 0/\text{inf}$. Inicia em $y_c = y_0$

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Paralela a fundo



Curvas de remanso

- C1
Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow 0/\text{inf}$. Inicia em $y_c = y_0$
Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Paralela a fundo
- C2
Não existe



Curvas de remanso

- C1

Montante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow 0 / \text{inf}$. Inicia em $y_c = y_0$

Jusante $y \rightarrow \text{inf} \implies dy/dx \rightarrow I_0$. Paralela a fundo

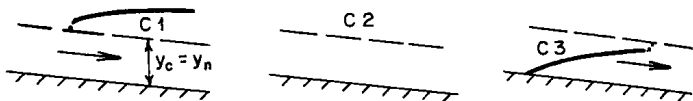
- C2

Não existe

- C3

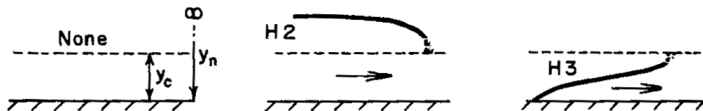
Montante $y \rightarrow 0 \implies dy/dx \rightarrow \text{inf} / \text{inf}$. Começa em y inicial

Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a $y_0 = y_c$



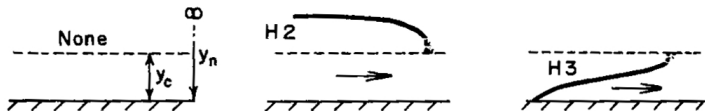
Curvas de remanso

- H1
Não existe



Curvas de remanso

- H1
Não existe
- H2
Montante $y \rightarrow y_1 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_1
Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c



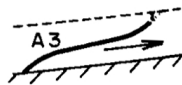
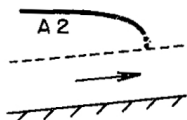
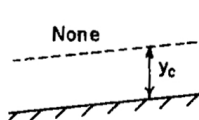
Curvas de remanso

- H1
Não existe
- H2
Montante $y \rightarrow y_1 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_1
Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c
- H3
Montante $y \rightarrow 0 \implies dy/dx \rightarrow \text{inf} / \text{inf}$. Começa em y inicial
Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas vira mudança brusca



Curvas de remanso

- A1
Não existe



Curvas de remanso

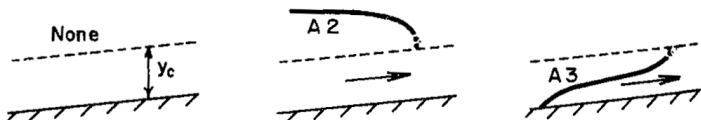
- A1

Não existe

- A2

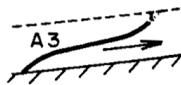
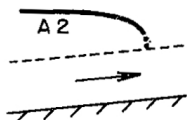
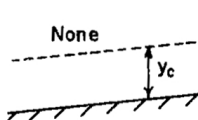
Montante $y \rightarrow y_1 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_1

Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf.}$ Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c



Curvas de remanso

- A1
Não existe
- A2
Montante $y \rightarrow y_1 \implies dy/dx \rightarrow 0$. Assintótica a y_1
Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas equação não é válida muito próximo de y_c
- A3
Montante $y \rightarrow 0 \implies dy/dx \rightarrow \text{inf} / \text{inf}$. Começa em y inicial
Jusante $y \rightarrow y_c \implies dy/dx \rightarrow \text{inf}$. Tende à vertical, mas vira mudança brusca



Exemplos

- Canal longo de fraca declividade, e mudança brusca a canal de forte declividade longo

Exemplos

- Canal longo de fraca declividade, e mudança brusca a canal de forte declividade longo
- Vertedor horizontal de parede espessa em canal longo de fraca e de alta declividade

Exemplos

- Canal longo de fraca declividade, e mudança brusca a canal de forte declividade longo
- Vertedor horizontal de parede espessa em canal longo de fraca e de alta declividade
- Canal de fraca declividade, abastecido por um reservatório, longo, com uma comporta quase totalmente fechada em seção intermediária, e entregando em queda livre.