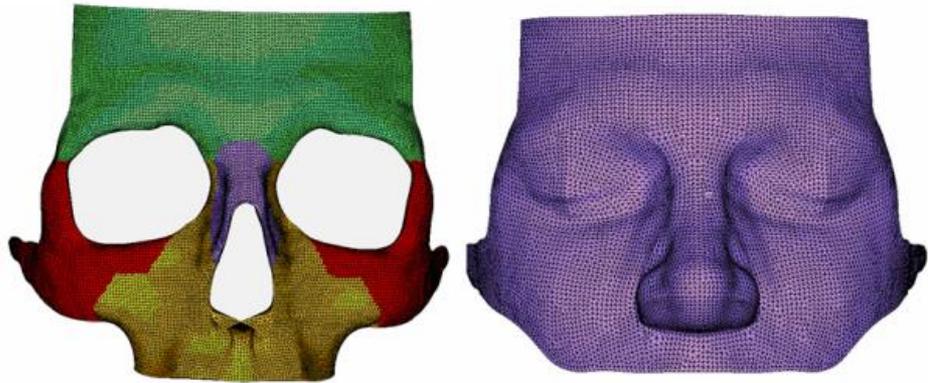


Introdução ao MEF aplicado a sistemas mecânicos

BEST PRACTICES...

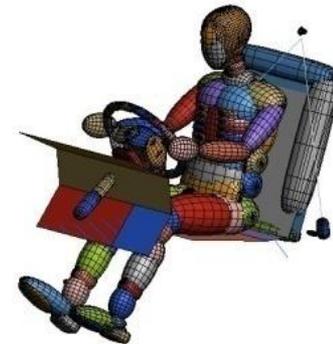
Larissa Driemeier
Marcilio Alves
Rafael T. Moura





O método dos elementos finitos é uma técnica de análise numérica para a obtenção de soluções aproximadas para uma ampla variedade de problemas de engenharia.

Embora originalmente desenvolvido para o estudo de tensões em estruturas complexas de aeronaves, desde então tem sido estendida e aplicada ao amplo campo, não só da engenharia, mas da medicina, odontologia, etc... Devido à sua diversidade e flexibilidade, é a principal ferramenta de análise estrutural utilizada na indústria atualmente.

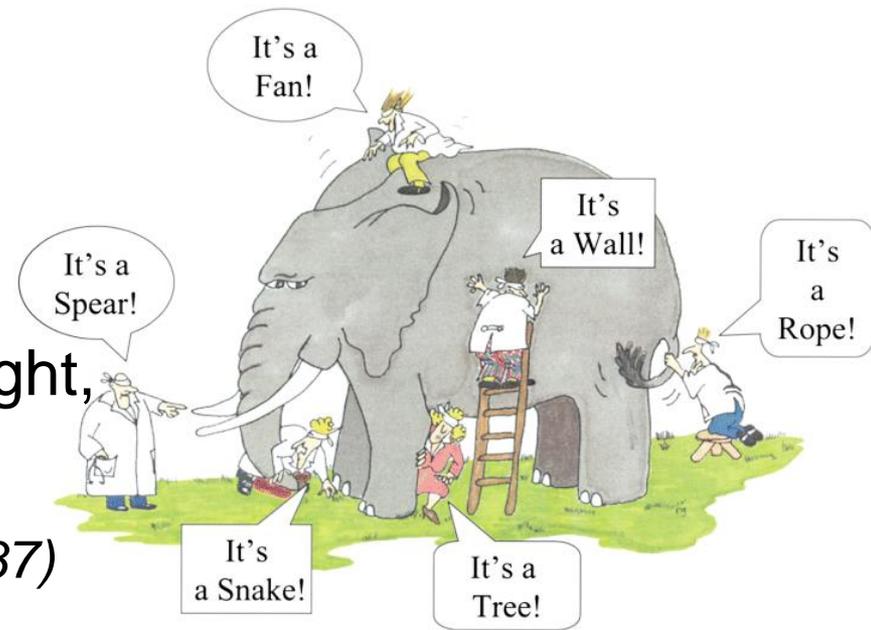


The Blind Men and the Elephant

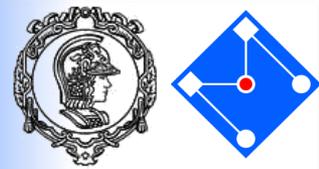


And so these men of Indostan,
Disputed loud and long,
Each in his own opinion,
Exceeding stiff and strong,
Though each was partly in the right,
And all were in the wrong!

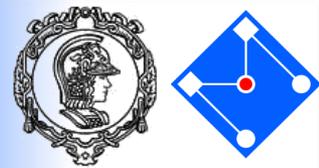
John Godfrey Saxe (1816-1887)



The blind men and the elephant. Poem by John Godfrey Saxe (Cartoon originally copyrighted by the authors; G. Renee Guzlas, artist).

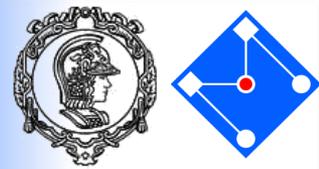


- ASME VIII Div2 2007:
 - “The Committee recognizes that tools and techniques used for design and analysis change as technology progresses and expects engineers to use good judgement in the application of these tools...”
 - **“... The Code neither requires nor prohibits the use of computers. However, designers and engineers using computer programs for design or analysis are cautioned that they are responsible for all technical assumptions inherent in the programs they use and they are responsible for the application of these programs to their design.”**



Vantagens do MEF

- Aplicação a qualquer problema de campo:
 - Tensões, transferência de calor, percolação, etc.
- Não há restrições sobre o carregamento e as condições de contorno do problema.
- O material pode variar de elemento para elemento.
- Não há restrição quanto a geometria do problema.
- Geometrias precisas.
- Um mesmo modelo pode incluir componentes com diferentes comportamentos:
 - Barras, vigas, placas, cascas, sólidos, etc.



- **Erros de dados** – geometria (uso de opções default do software – espessura da casca, atrito, etc...), propriedades do material (às vezes, somente erros em unidades!), condições de contorno (esquecimento de algum suporte), etc...
- **Erros de modelamento** incluem elemento com formulação inadequada, malha *pobre* e erro numérico.
- **Erros de fundamento:** a falta de fundamentos (seja da teoria da ferramenta de elementos finitos ou de análise estrutural) impede o conhecimento das restrições contidas na análise.



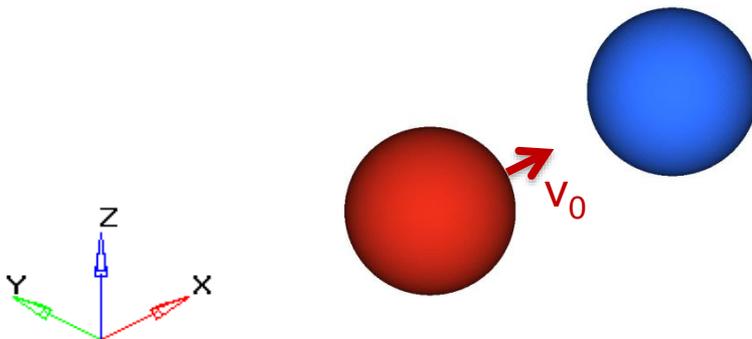
- MEF não é uma caixa preta; é uma ferramenta que não se deve abusar...
- É uma aproximação!
- Cuidado no modelamento e análise e interpretação de resultados!

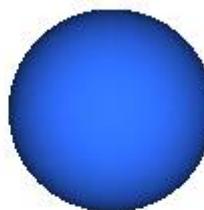
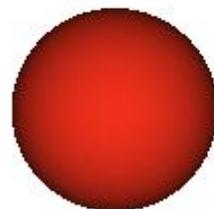
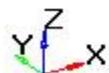




Impacto de duas esferas de alumínio

As esferas azul e vermelha são de aço, e possuem o mesmo diâmetro $D=10\text{mm}$. Impõe-se uma velocidade inicial de $v_0=10\text{m/s}$ na direção x à esfera vermelha.



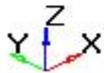
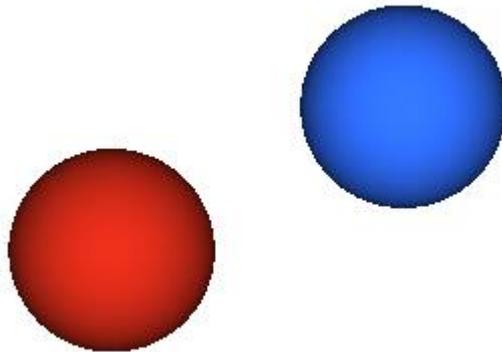


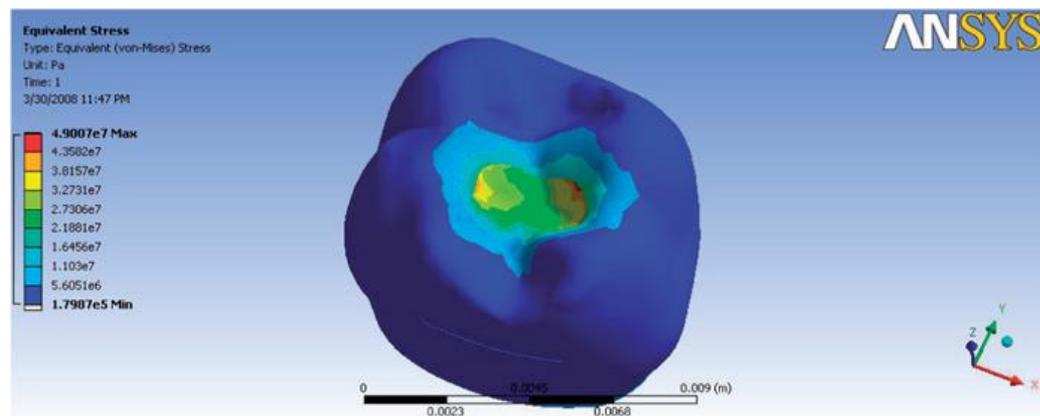
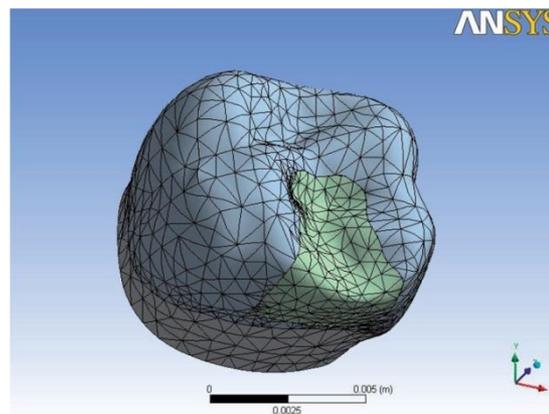
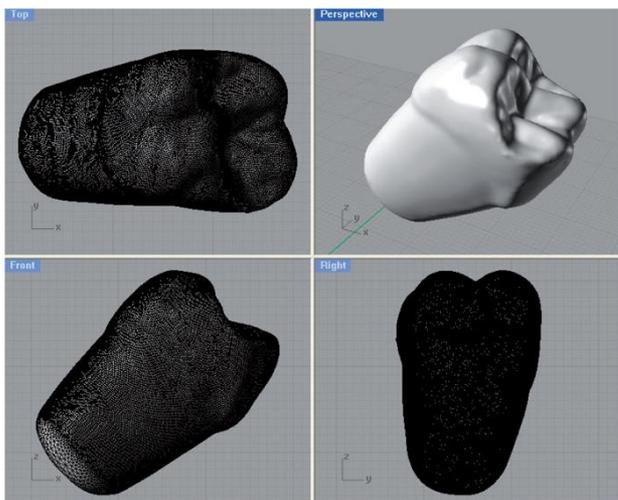
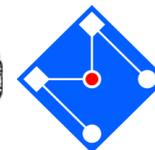
O filme mostra como se comportam as esferas quando a modelagem está correta....



GARBAGE IN...

GARBAGE OUT...



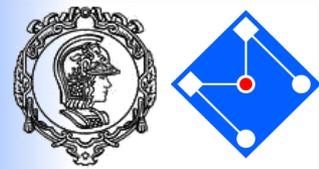


Von Mises em
cerâmica????

FLORIN I.TOPALA, LILIANA SANDU, SORIN POROJAN, NICOLAE FAUR 3D Modeling and Simulation of Inlay Restored Posterior Teeth, *Timisoara Medical Journal*, n. 1, 2010.

Acessado em 17/05/2011, http://www.tmj.ro/pdf/2010_number_1_6795718540128562.pdf

Grandes acidentes



A Plataforma *Sleipner A* produz petróleo e gás no Mar do Norte e foi construída para Statoil, companhia norueguesa de petróleo, em *Gandsfjorden* na Noruega, pela empresa Norwegian Contractors. É um tipo de plataforma Condeep (concrete deep water structure) com uma estrutura de base de concreto constituída por 24 células, e com uma superfície de base total de 16 000 m². Quatro células são alongadas até os eixos de suporte do pavimento da plataforma. A estrutura da base de concreto de Sleipner foi rebocada para Gandsfjord onde era para ser baixada na água a uma taxa de 1m cada 20 minutos. Quando a base atingiu a marca de 99m de profundidade, houve um estrondo seguido pelo som de água fluindo para a unidade. A parede celular havia rompido e uma rachadura grave tinha se desenvolvido, derramando a água do mar em um ritmo muito rápido para as bombas. A estrutura afundou mais de 220m em segundos e as câmaras de flutuação implodiram. O incidente causou um evento sísmico de 3,0 graus na escala Richter e envolveu ainda um prejuízo econômico de aproximadamente US \$ 700 milhões.

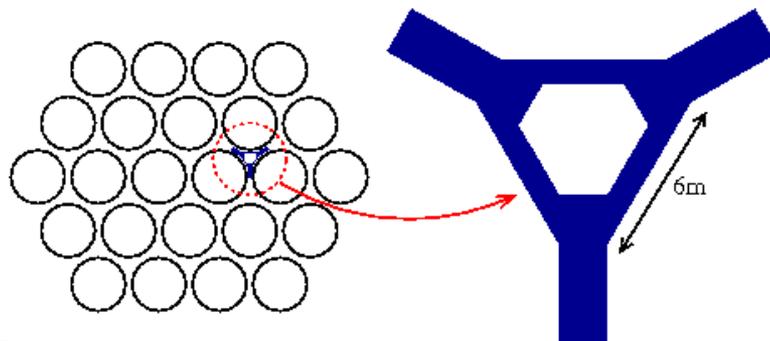


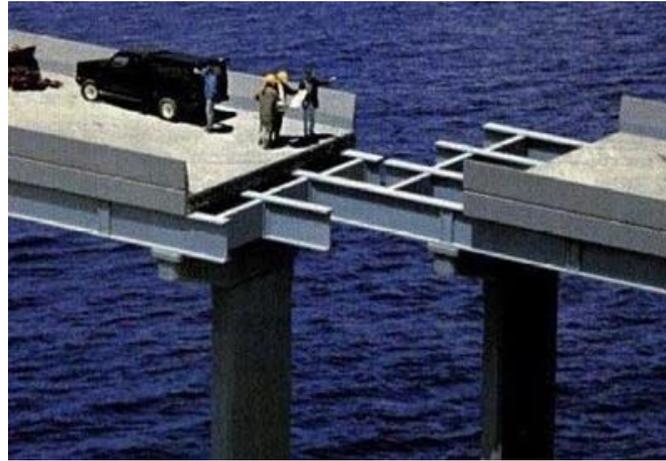


- Imediatamente após o acidente, a Statoil, a nomeou um grupo de investigação, e a SINTEF foi contratada para ser o consultora técnica.

O inquérito sobre o acidente está descrito em 16 relatórios ...

- **A investigação pós-acidente pela SINTEF descobriu que a falha resultou da aproximação imprecisa por elementos finitos durante os cálculos na concepção da estrutura.** Essencialmente, salienta que tensões de cisalhamento foram subestimadas em 47% e algumas paredes de concreto foram projetadas muito finas. Ao atingir uma determinada pressão, as paredes racharam permitindo que a água do mar entrasse na unidade a um ritmo descontrolado, afundando a unidade de base.





Para um engenheiro,
não existe “*um pequeno erro de projeto*”.

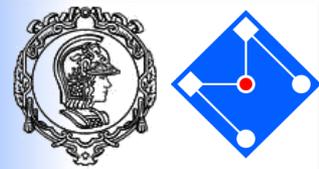




~~You aren't a
real **engineer**
until you make
one \$50000
mistake!!!!~~

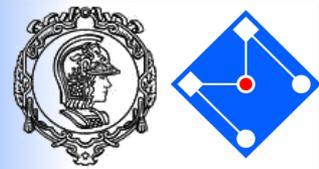


Como se pode
prevenir erros?



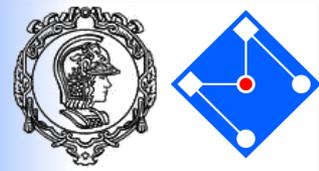
A obtenção de resultados confiáveis requer conhecimento teórico estrutural!

- Conhecimento da área (estrutural, térmica, etc.);
- Do entendimento físico do problema e habilidade para resolver uma versão simplificada via métodos analíticos;
- Conhecimento das limitações e aproximações utilizadas no software – inclui entendimento do comportamento dos elementos para selecionar o elemento correto, o número de elementos e sua distribuição na malha;
- Avaliar os resultados criticamente a fazer modificações no modelo para melhorar a precisão.

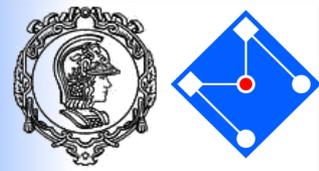


- Um comitê para direcionar a tendência de análise estrutural pelo MEF, ASME PTC 60, publicou um guia, em 2006, para “V&V” (Verification and Validation), intitulado *Guide for Verification and Validation in Computational Mechanics*.
- Oferece à comunidade de mecânica estrutural uma linguagem comum (glossário de termos), uma estrutura conceitual e orientação geral para a execução de V & V, com discussões sobre os fatores que devem ser considerados.

NÃO é um guia passo-a-passo!



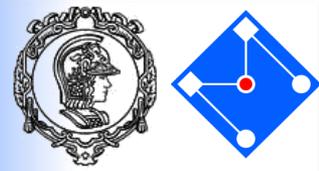
- Planejamento da análise
- Modelo do material
- Modelo da geometria
 - Elemento
 - Malha
 - Simplificações
- Apoios e carregamentos
- Verificação



- Quais são os objetivos do projeto?
- O que você precisa saber: tensões, deslocamentos, frequência, temperatura, deformação?
- Por que você está fazendo análise em EF?
- Qual é o critério de projeto?
- Quais são as condições de contorno e de carregamento?

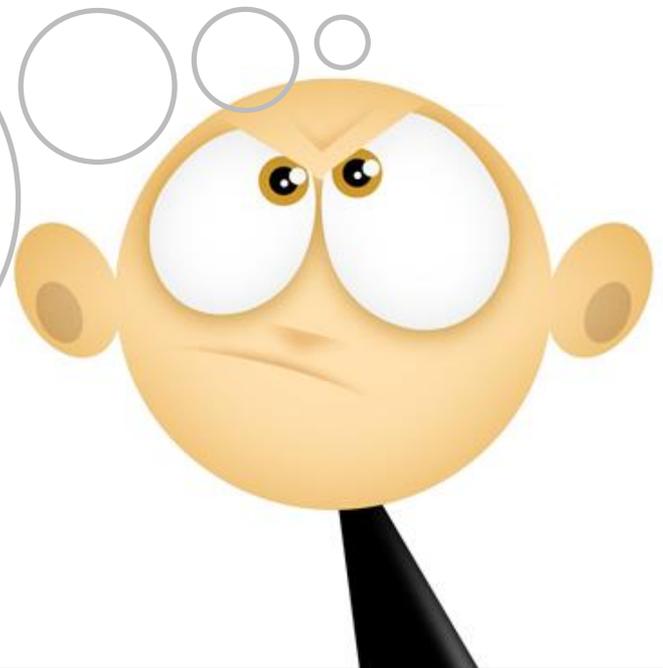


Obter dados da estimativa através de soluções analíticas ou experimentais, então você tem uma idéia de como a estrutura irá se comportar e quais os números são razoáveis.



As perguntas em análise/modelamento em EF que não querem calar:

- Faço análise estática ou dinâmica?
- Faço análise estrutural, térmica ou acoplo as duas?
- Faço análise linear ou não linear?
- Que elementos eu uso??

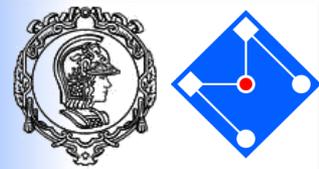




A resposta NÃO é SIMPLES.

O que define o modelo de análise a ser utilizado é:

1. Geometria da estrutura
2. Cinemática: Deslocamentos e rotações.
3. Comportamento dos materiais: lei constitutiva
4. Carregamento: intensidade, velocidade de aplicação.
5. Condições de contorno: apoios



- Estática ou dinâmica?
 - As cargas atuantes são periódicas ou impulsivas ?
 - A freqüência do carregamento é próxima à freqüência natural da estrutura ?
 - A resposta do material depende da taxa de deformação?
 - O comportamento do material é dependente do tempo?
- Acoplada ou desacoplada?
 - Termo-mecânico.
 - Fluido-estrutura.
 - Piezoelétrico.
- Linear ou não-linear?
 - O material sofre deformações permanentes ?
 - Existe a formação de trincas ?
 - A lei constitutiva é linear ?

Material

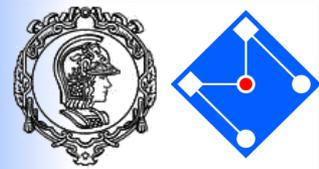
 - Os deslocamentos/rotações são grandes ?
 - Qual a magnitude das deformações ?

Geometria

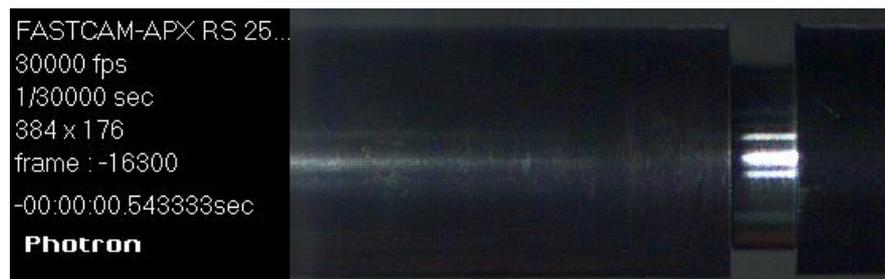
 - A região apoiada depende da deformação ?

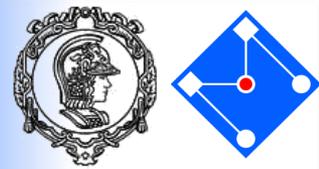
Contorno

A análise é realmente estática?



- A análise estática supõe que os efeitos de inércia e amortecimento são insignificantes.
- Você pode usar dependência no tempo das cargas como uma maneira de escolher entre a análise estática e dinâmica.
 - Se a carga é constante ao longo de um período de tempo relativamente longo, escolha uma análise estática.
 - Em geral, se a frequência de excitação é inferior a $1/3$ da menor frequência natural da estrutura, uma análise estática pode ser aceitável;
 - Necessidade de análise transiente.





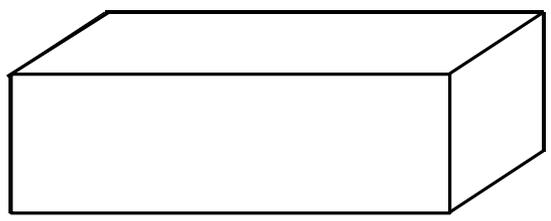
Contínuo ou sólido:

Barra (1D).
Estado Plano de Tensão.
Estado Plano de Deformação.
Sólido axissimétrico.
Sólido 3D

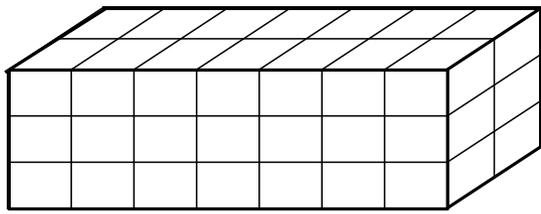
Estrutural:

Vigas
Pórticos
Placas
Casca

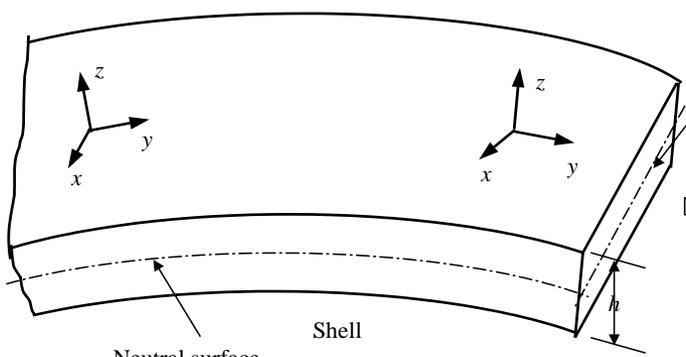
- Através do entendimento de como o projeto original DEVE se comportar sob condições de carregamento/contorno/material, e como o elemento selecionado É CAPAZ de simular esse comportamento.



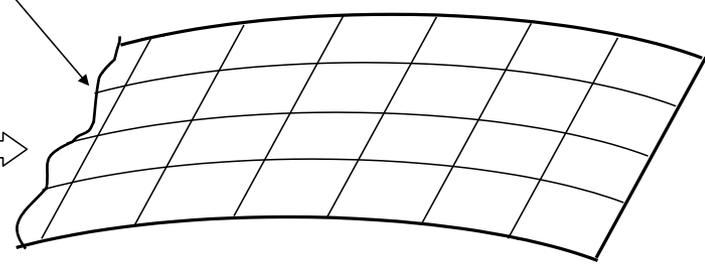
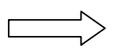
Bulky solids



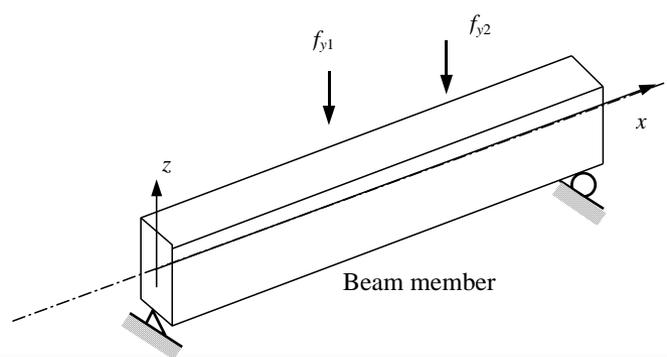
3-D solid element mesh



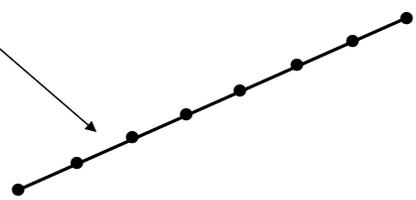
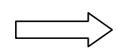
Shell
Neutral surface



2-D shell element mesh



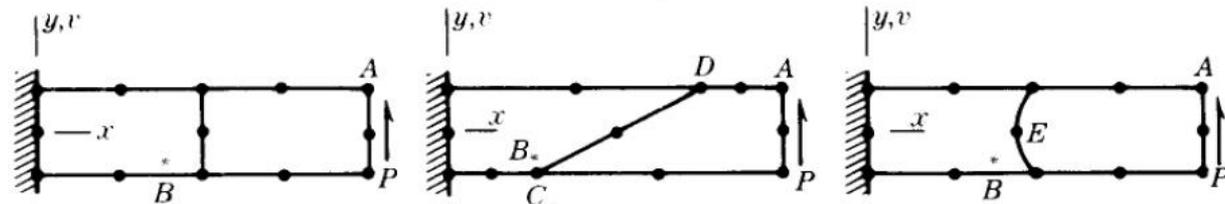
Beam member



1-D beam element mesh



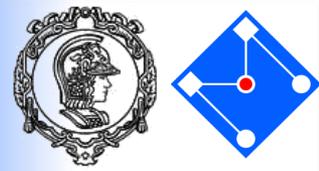
TABLE 6.14-2. STRESSES AND DEFLECTIONS IN TWO-ELEMENT CANTILEVER BEAMS OF CONSTANT THICKNESS UNDER TRANSVERSE TIP LOAD P . LENGTH = 100, DEPTH = 10, $\nu = 0.30$. VALUES BY BEAM THEORY = 1.000 (IN WHICH THE TRANSVERSE-SHEAR CONTRIBUTION TO v_A IS NEGLECTED). SKETCHES ARE NOT TO SCALE.



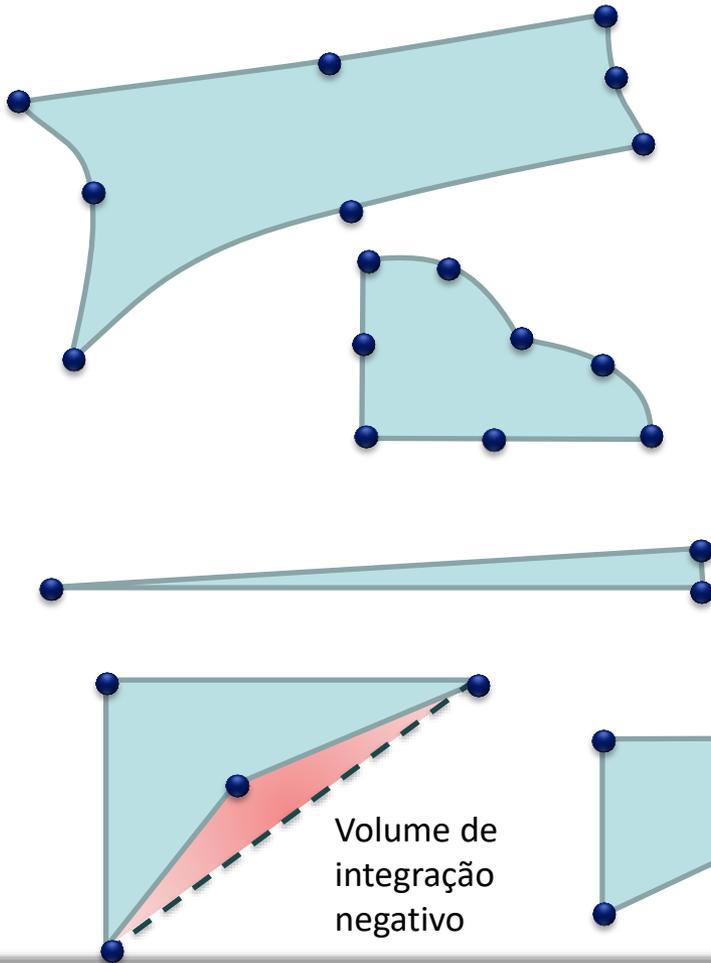
Element Type	Gauss Rule	σ_{xB}	v_A	σ_{xB}	v_A	σ_{xB}	v_A
8 node	2×2	1.000	0.968	0.051	0.362	-0.048	0.430
8 node	3×3	1.129	0.930	0.048	0.161	0.050	0.221
9 node	2×2	1.000	1.006	1.125	1.109	0.958	0.955
9 node	3×3	1.141	0.954	0.687	0.791	0.705	0.737

[Cook]

Cuidado com as distorções,



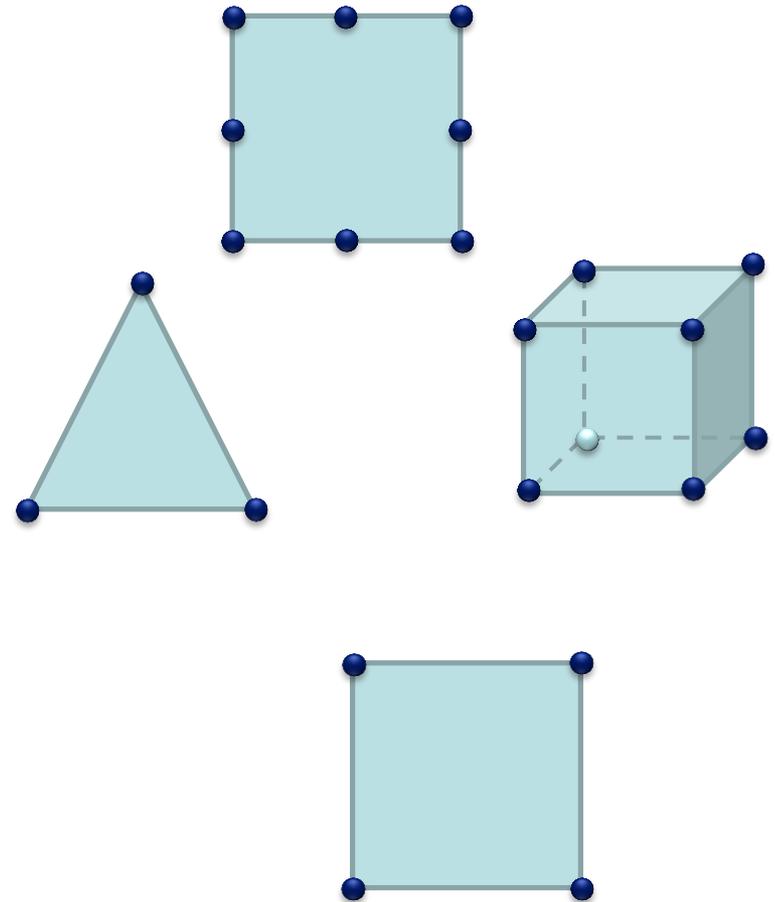
Malhas ruins!



Volume de
integração
negativo



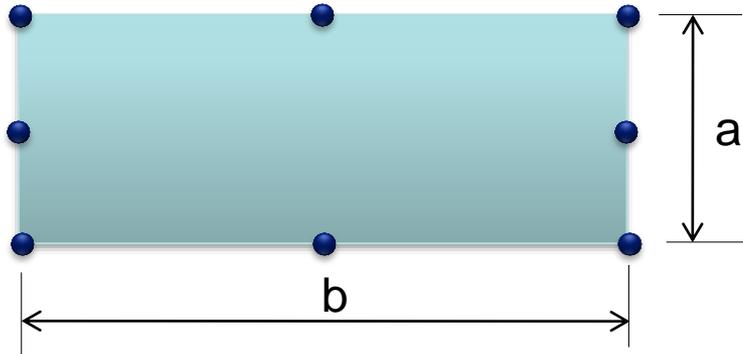
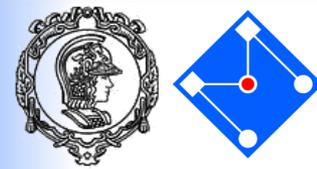
Referências...





- Uso de elementos distorcidos em geometrias complexas é muito comum. Mas essas distorções têm limite!!!
- Elementos distorcidos de sua forma básica podem ser menos precisos – quanto maior a distorção menos precisa a resposta!
- Como você estudou jacobiano e Gauss, já sabe que as distorções são medidas em relação à forma básica em coordenadas naturais do elemento. Por exemplo, o elemento quadrilátero será distorcido em relação ao quadrado; o elemento sólido hexaédrico, em relação ao cubo, etc.

Limites de distorção

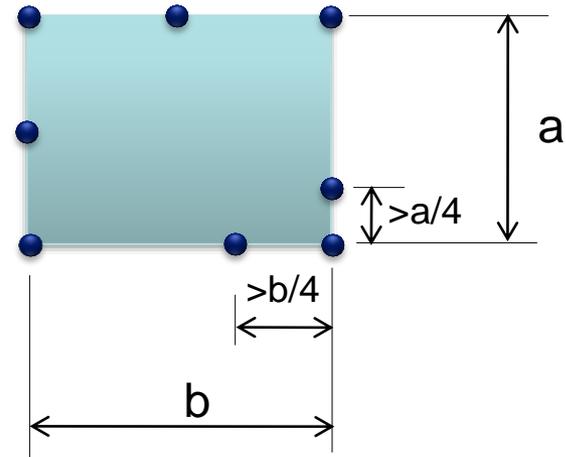


$a < b,$

*Regra de pai para
filho...*

$\frac{b}{a} \leq 3$ análise de tensões

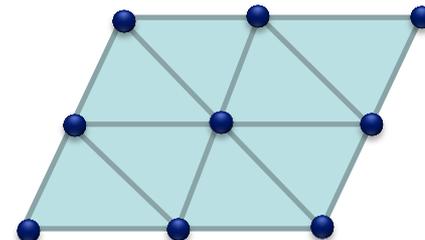
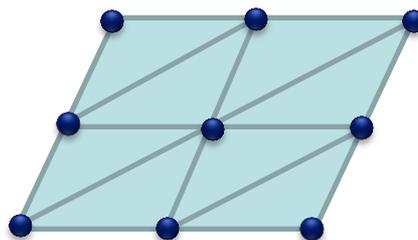
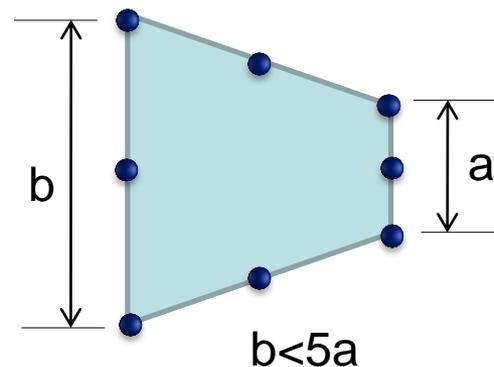
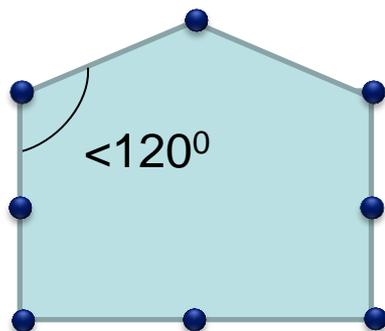
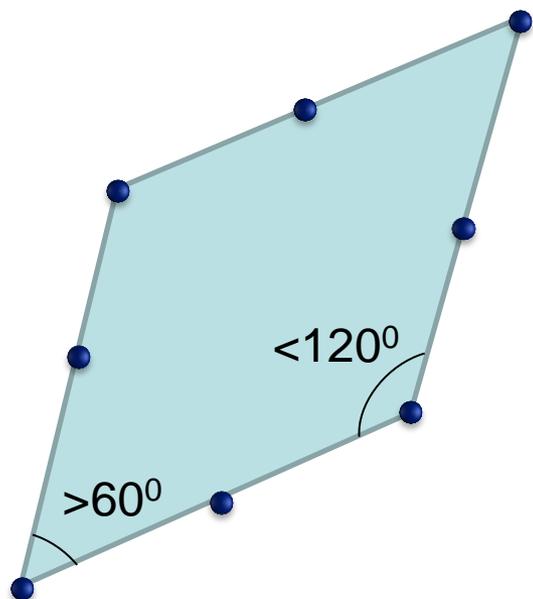
$\frac{b}{a} \leq 10$ análise de deslocamentos



Nós internos que não
respeitam esse limite
resultam em campo de
tensões singular.

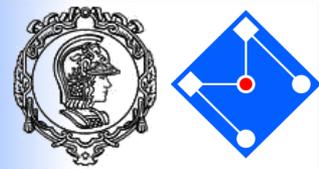


- *Distorção angular*: Ângulos entre os lados do elemento não deve se aproximar de 0° ou 180°

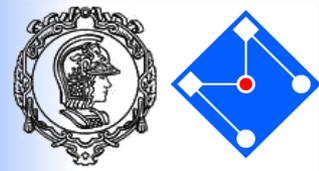


Malha ruim...

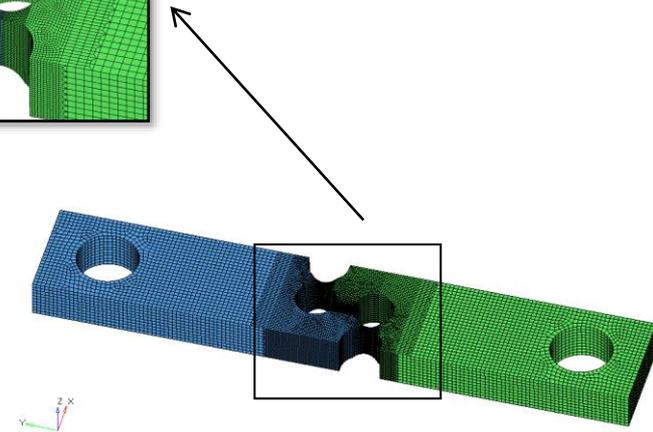
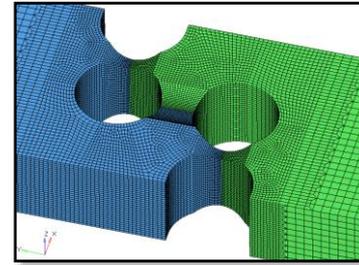
Melhorou...



- A maioria dos programas de elementos finitos tem checagem de distorção dos elementos e avisa se algum elemento excedeu o limite.
- Muitos programas de pré processamento permitem cálculo do *Jacobiano* da malha.
- Os limites de distorção são subjetivos, e um elemento *ruim* não dá necessariamente um resultado ruim e vice-versa.

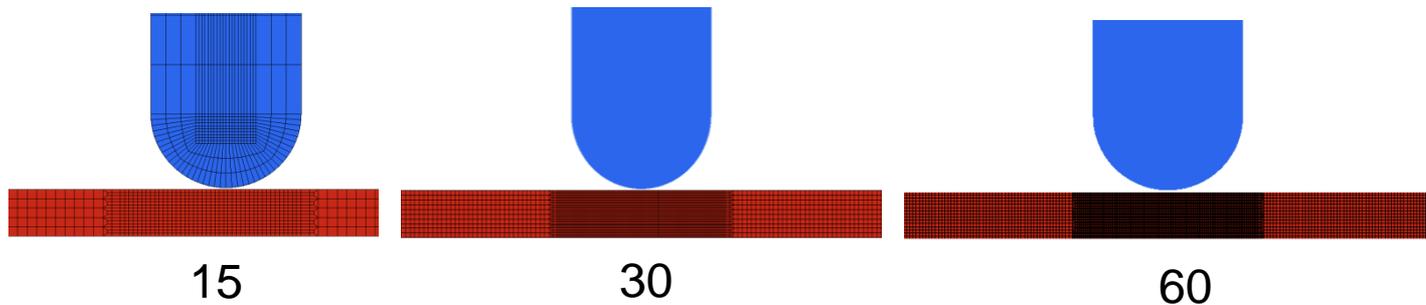


- Para uma comparação simples, pode-se usar malha pouco refinada.
- Para precisão no valor das tensões, uma malha mais refinada deve ser utilizada.
- Análise de fadiga também necessita de malha refinada.

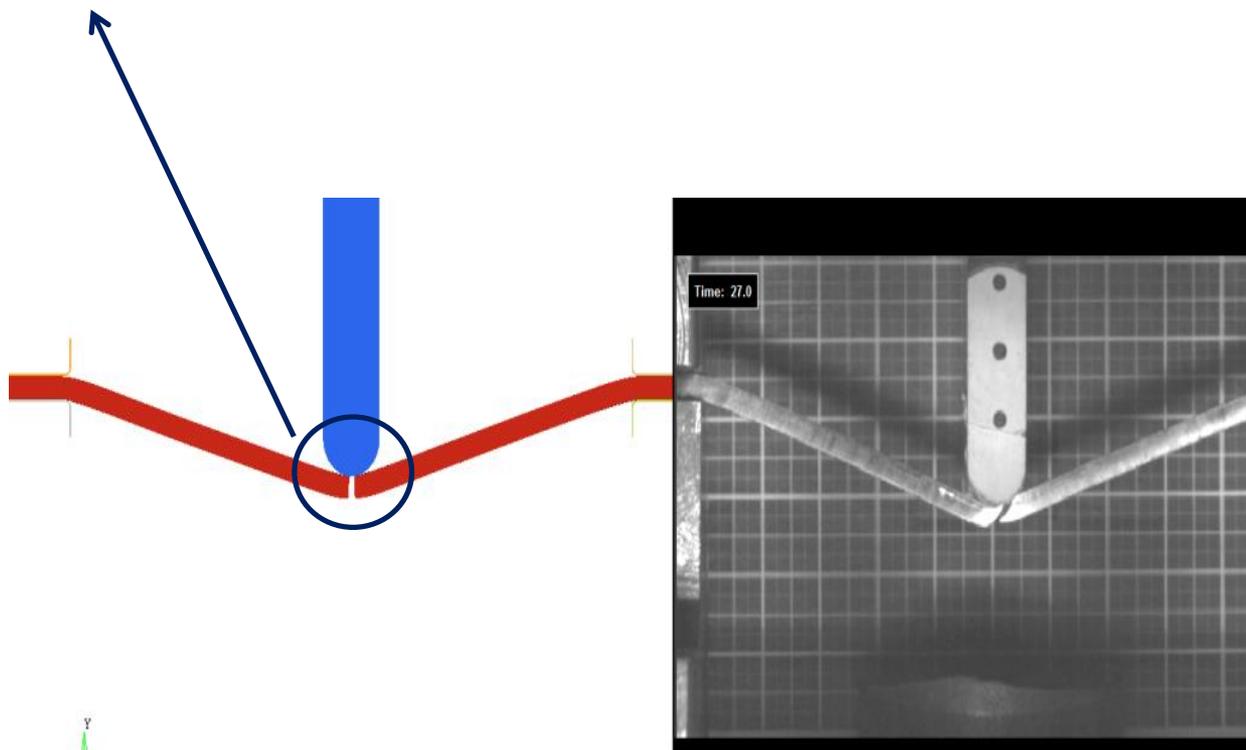


- Invista em elementos nos pontos de interesse. Porque ...

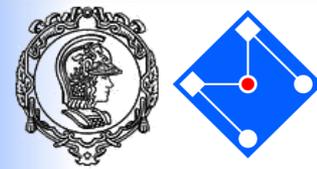
... *Good mesh need resolve physics, not follow the CAD model.*



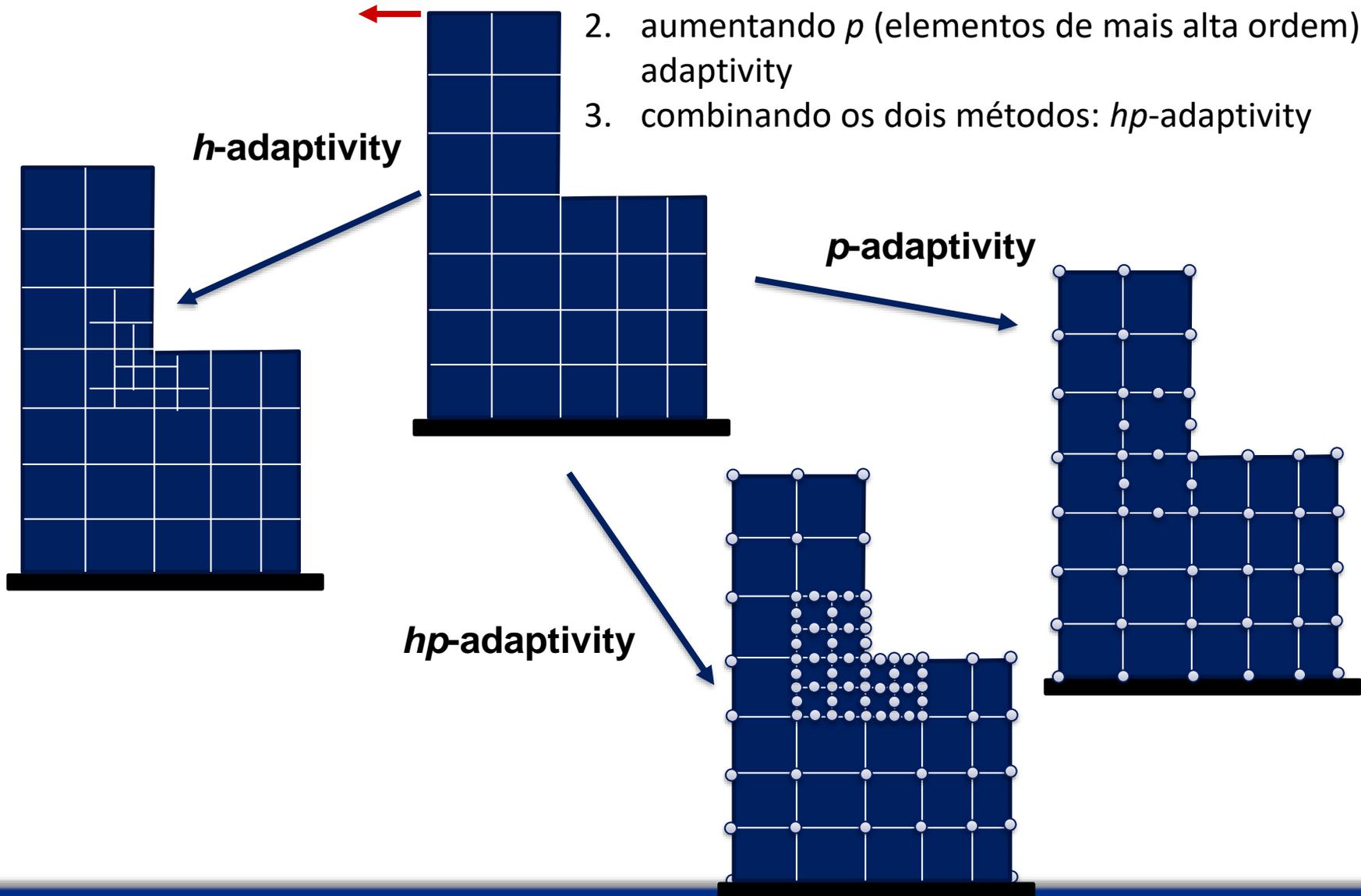
Cuidado com a diferença entre o maior e menor elemento de sua malha!

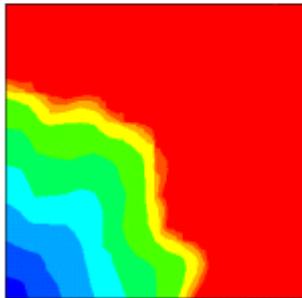
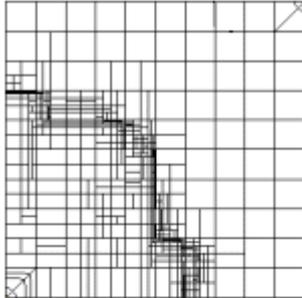


Como *refinar* o problema na região crítica:



1. reduzindo h (refinamento de malha): h -adaptivity
2. aumentando p (elementos de mais alta ordem): p -adaptivity
3. combinando os dois métodos: hp -adaptivity



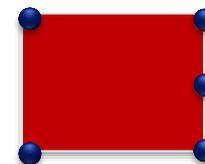
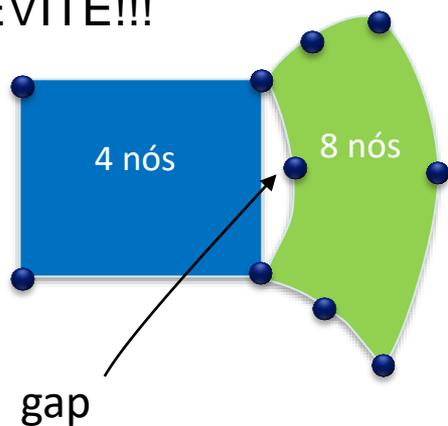


h-adaptive mesh refinement
following a water saturation
front (blue-water, red-oil).

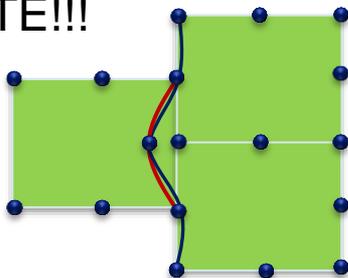
Extraído de: <http://www.tx.altair.com/technology/technology.html>
Em 23/05/2011.



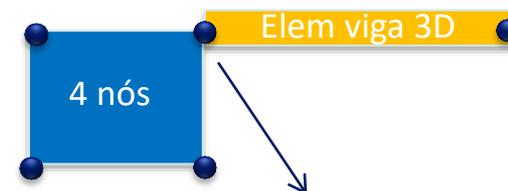
EVITE!!!



EVITE!!!

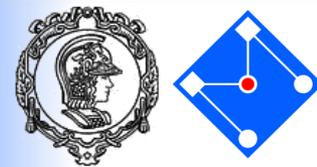


EVITE!!!



Elementos com diferente número de graus de liberdade por nó não devem compartilhar o mesmo grau de liberdade global.

Linear vs. Quadrático



Quando você escolhe um tipo de elemento, você está implicitamente escolhendo e aceitando a função de forma assumida para esse tipo de elemento!

Linear

Grande número de elementos.

Variação linear de deslocamentos.

Sensíveis a distorção.

Quadrático

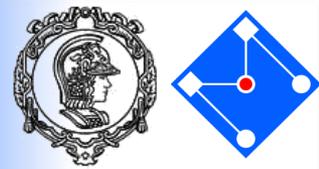
Cálculos mais precisos de tensões.

Menos sensível a distorções.

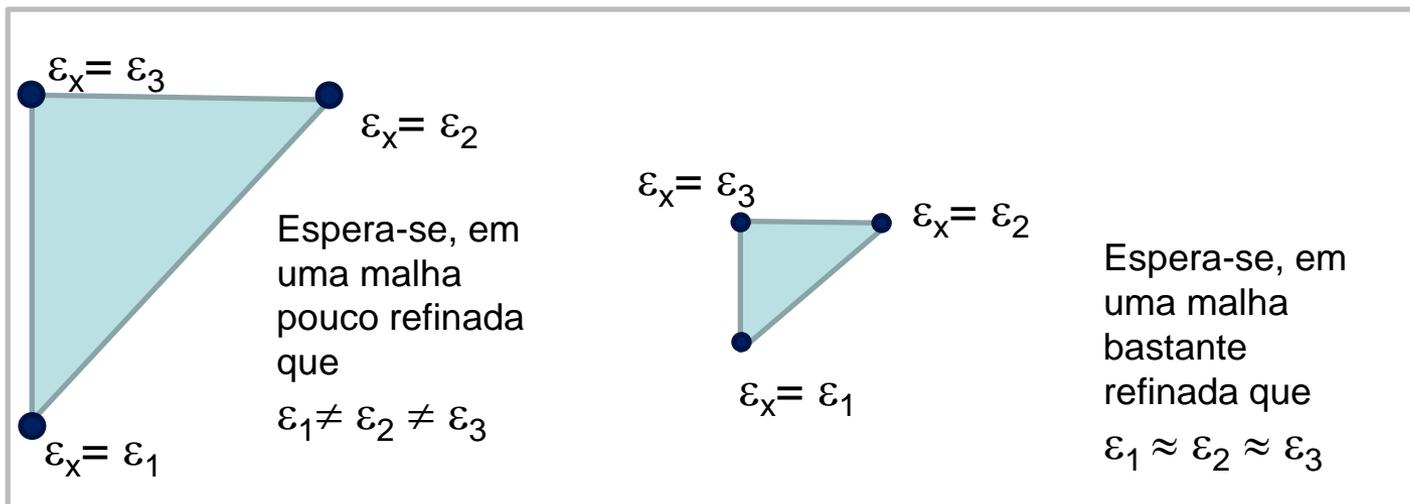
Geometrias curvas mais precisas.

Variação quadrática do deslocamento.

Para os elementos de casca, a diferença entre linear e quadrático não é tão dramática quanto para elementos sólidos. Obviamente, portanto, prefere-se elementos de casca lineares. Elemento linear é usado em crash tests.

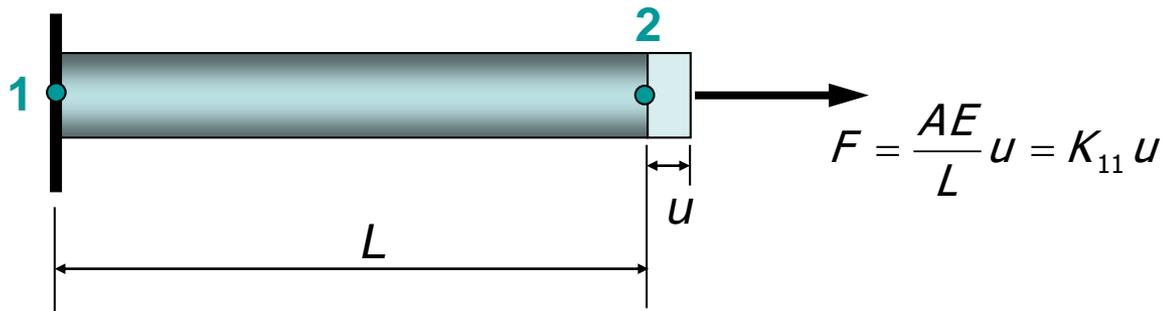
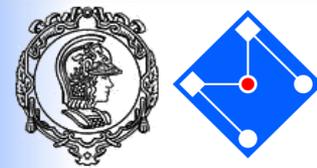


- É sempre válido: a medida que a malha se torna mais refinada, o resultado se torna mais próximo do real. Se a solução aproximada não se comporta dessa maneira, você está com problemas de convergência!
 - Faça uma primeira malha, resolva, refine e resolva novamente – se o resultado não muda significativamente, a malha convergiu. Caso contrário, refine e resolva novamente.
- Deslocamentos convergem mais rápido que tensões. Cheque tensões ou deformações.





Problema Linear vs. Não linear



$$[F] = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}; \quad [u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [K][u]$$

Rigidez de um elemento de treliça unidimensional



$$\mathbf{K} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}$$



$$\varepsilon = \mathbf{B} \mathbf{u}$$



$$\sigma = E \varepsilon$$

σ depende de ε
que depende de u
que é calculado
através da matriz
de rigidez \mathbf{K} ...



\mathbf{K} depende dos
parâmetros do material
(E) e da geometria (A, L)



Problema linear

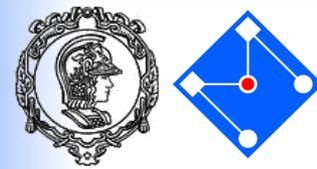
$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}$$

Constantes! Não dependem dos deslocamentos!

Problema não linear

$$[\mathbf{K}(\mathbf{u})]\mathbf{u} = [\mathbf{F}(\mathbf{u})]$$

Rigidez e/ou forças são em função dos deslocamentos!

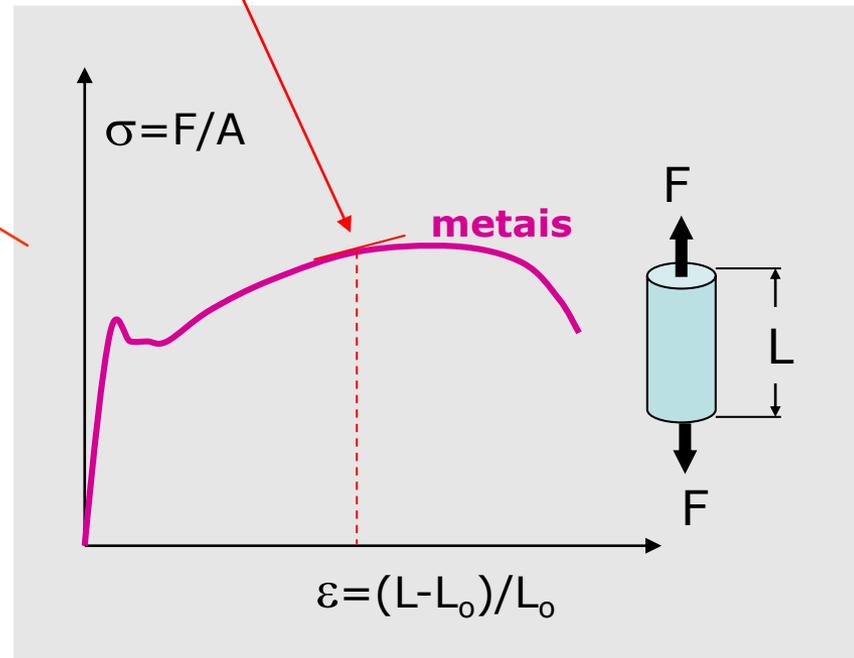


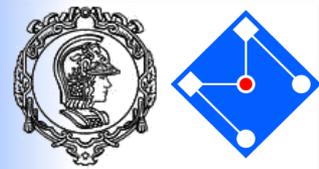
$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

K depende de **E**, que depende de ϵ , que depende de **u** e...

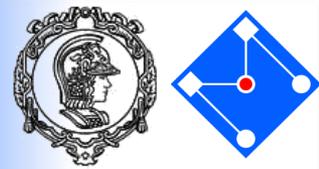
$$\dots [u] = [K]^{-1} [F] \dots$$

... **u** depende de **K**





- Os programas de E.F. apresentam uma biblioteca de modelos de materiais – o Dyna e o Abaqus têm mais de 100 modelos diferentes para escolher.
 - Cada modelo necessita de parâmetros, que são características do material extraídas de ensaios experimentais...
 - Modelo elástico linear, por exemplo, necessita dos parâmetros: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e densidade.
 - Modelos mais sofisticados requerem parâmetros que nem sempre podem ser obtidos de ensaios de tração uniaxial
- A dificuldade está em encontrar valores relevantes para os parâmetros requeridos pelo modelo.**



- Por definição, o material elástico apresenta as seguintes características,
 - Relação tensão deformação é linear;
 - O comportamento do material é completamente reversível: isto é, se você impõe uma dada temperatura fixa ou previne a troca de calor com o ambiente, e submete o material a um ciclo fechado de deformação (i.é, começa e termina no mesmo ponto), o trabalho feito no material é nulo;
 - A tensão em um ponto depende apenas da medida de deformação total naquele ponto;
 - Deformações são pequenas.



Lei de Hooke

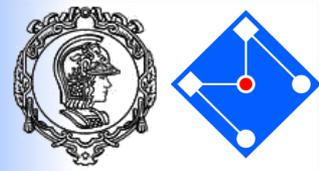
$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

Material elástico linear isotrópico:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

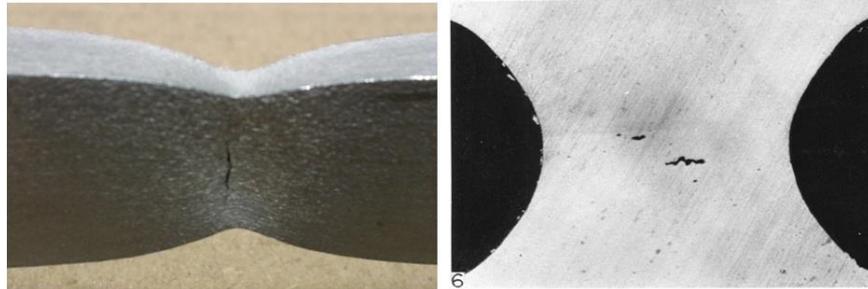
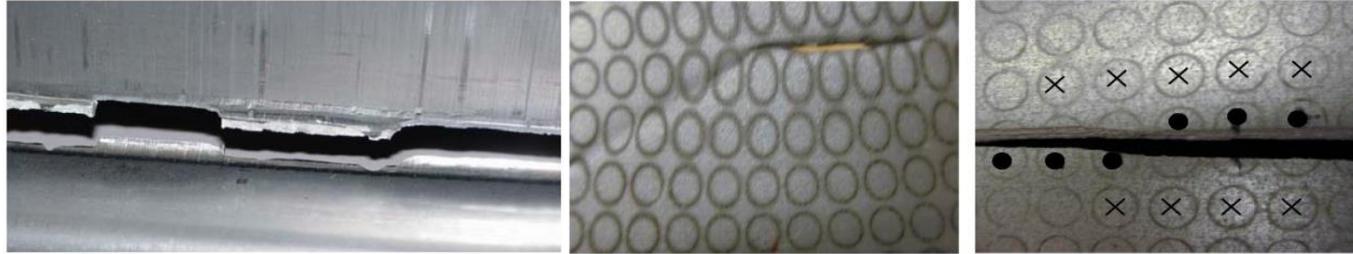
Rigidez: \mathbf{D}

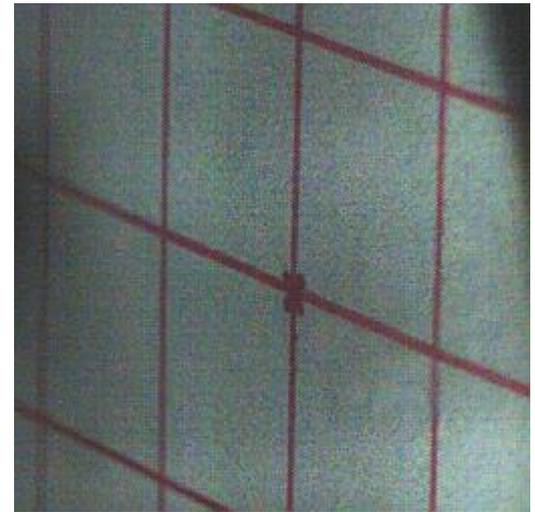
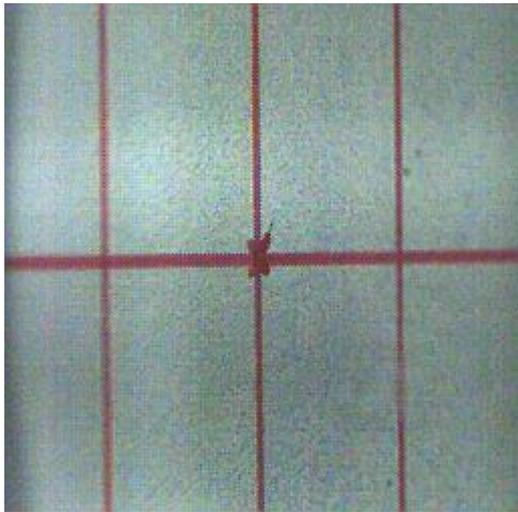
Flexibilidade = \mathbf{D}^{-1}

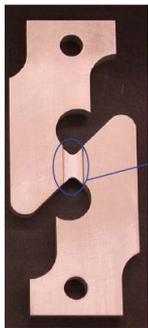
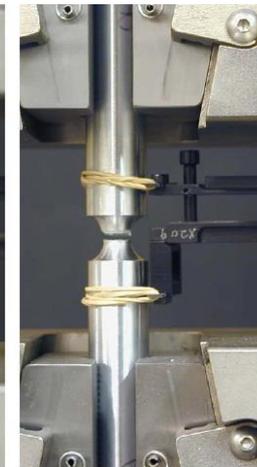
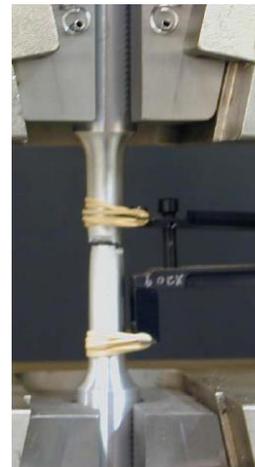
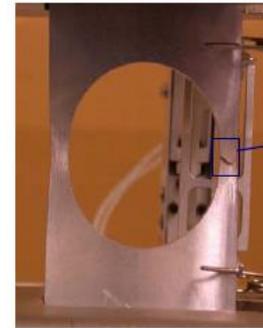
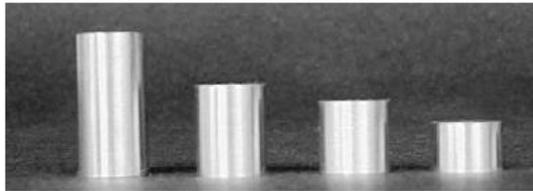


- Além do modelo de material elástico linear, tem-se :
 - material não linear (elástico ou não)
 - resposta dependente do tempo
 - resposta dependente da temperatura
 - dano do material com perda de rigidez...
- Em princípio, estes representam a realidade encontrada
- Esses modelos, entretanto, requerem, algumas vezes, complicados parâmetros de entrada...

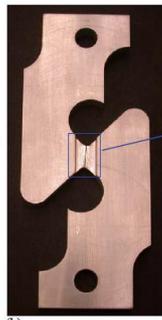
Falha: um universo







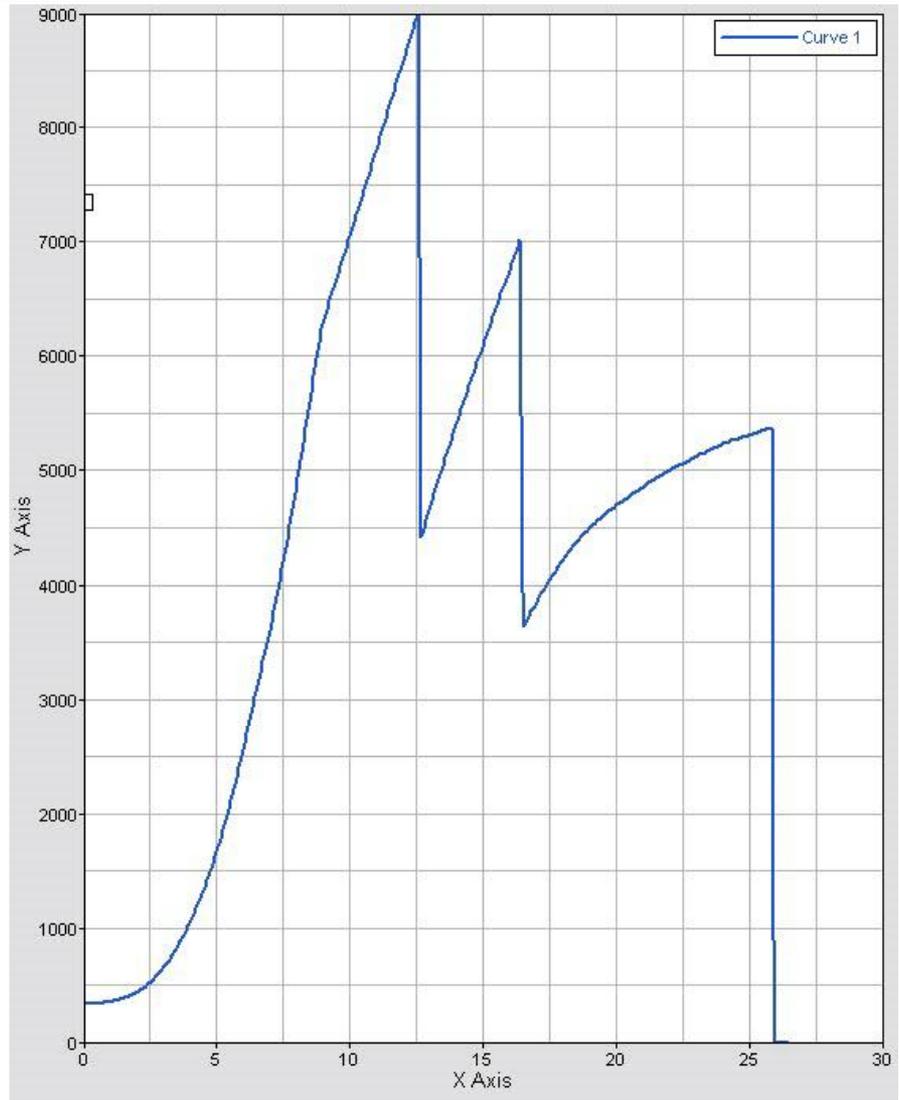
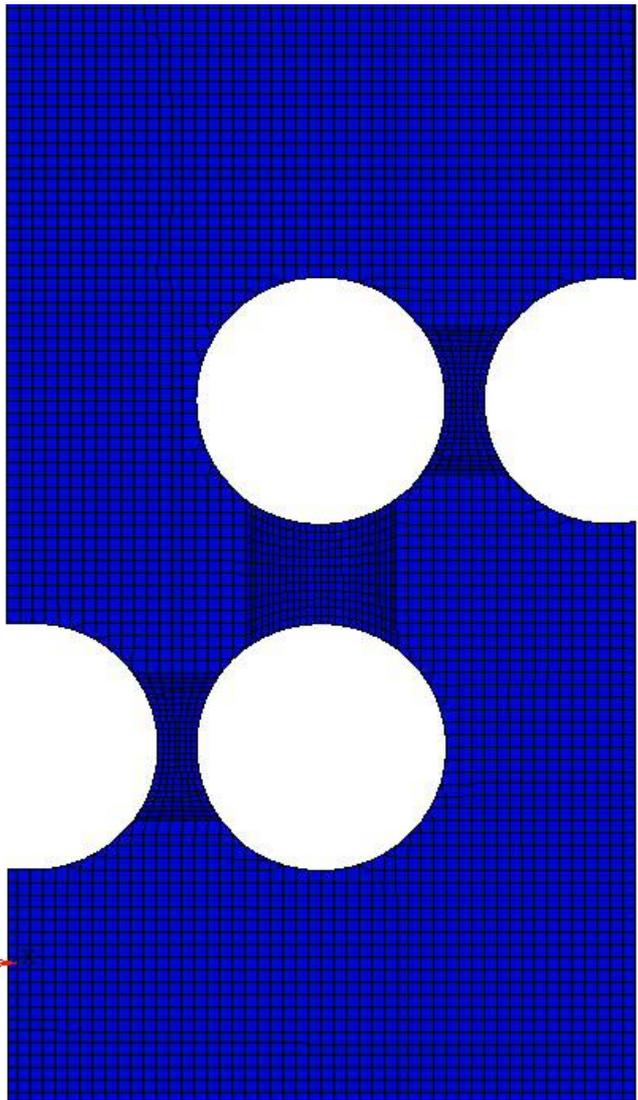
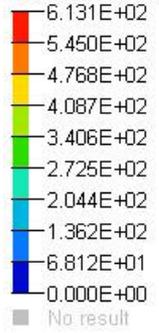
Gauge section

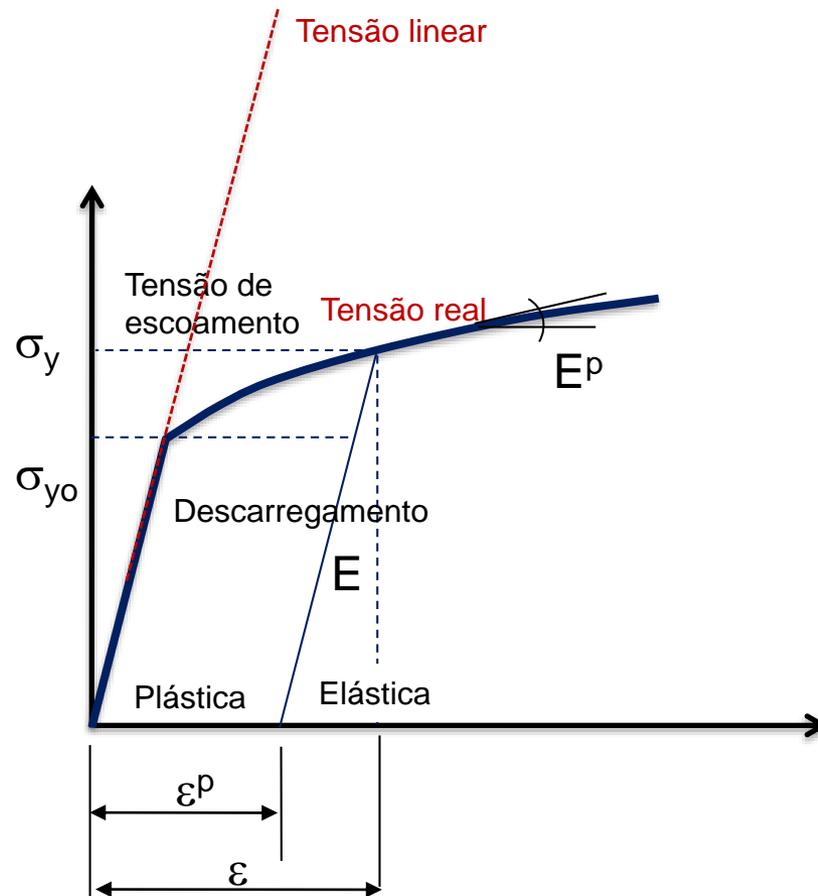
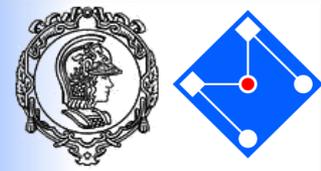


Yingbin Bao, Tomasz Wierzbicki. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, *International Journal of Mechanical Sciences* 46 (2004) 81–98.

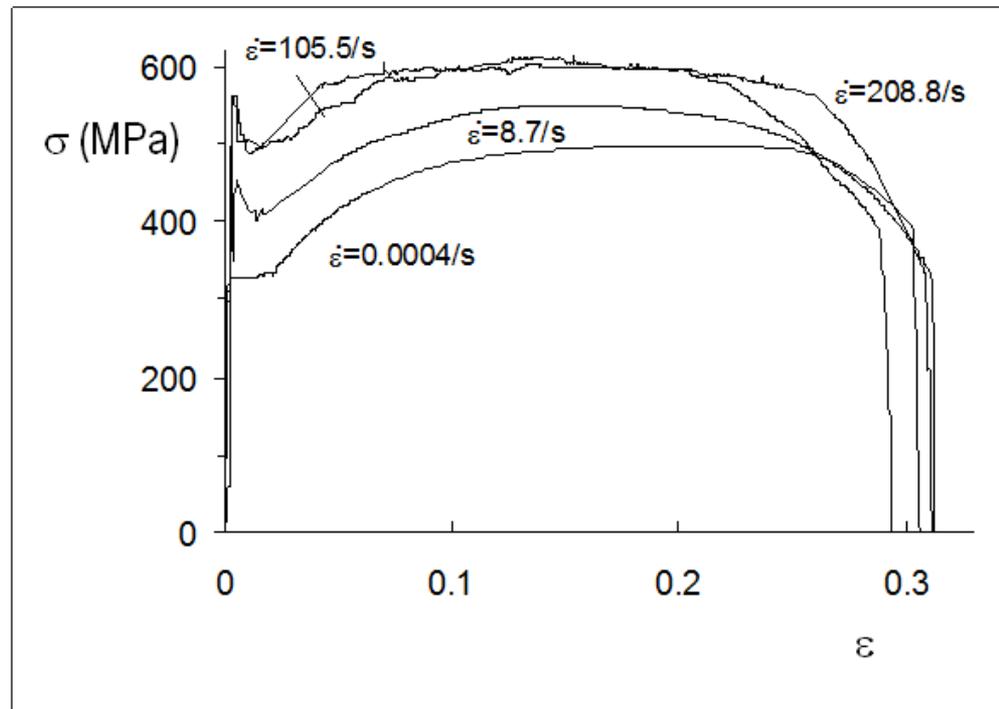
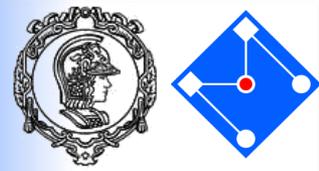


Von Mises Stress





Material dependente da taxa de deformação e temperatura



aço

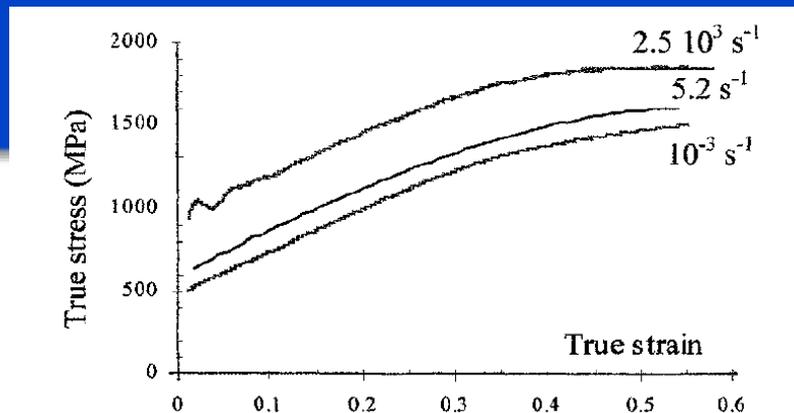
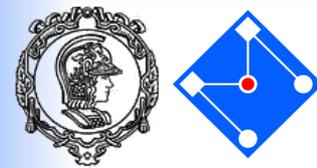


Figure 1: Stress-strain curves of Uranus B66* at different strain rates at room temperature

* nitrogen austenitic stainless steel

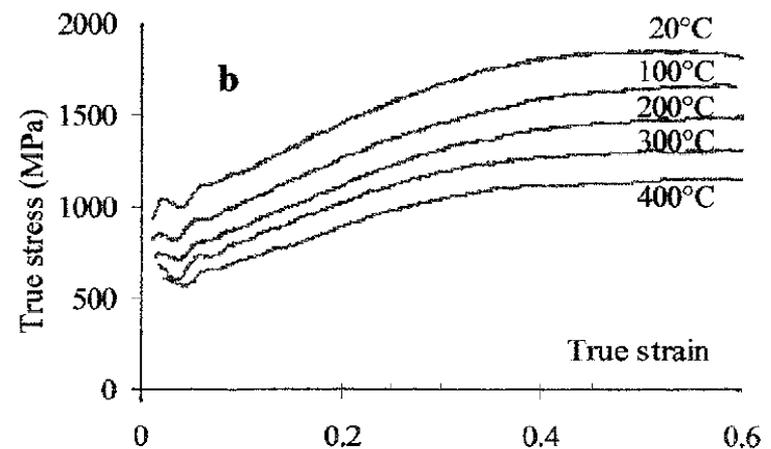
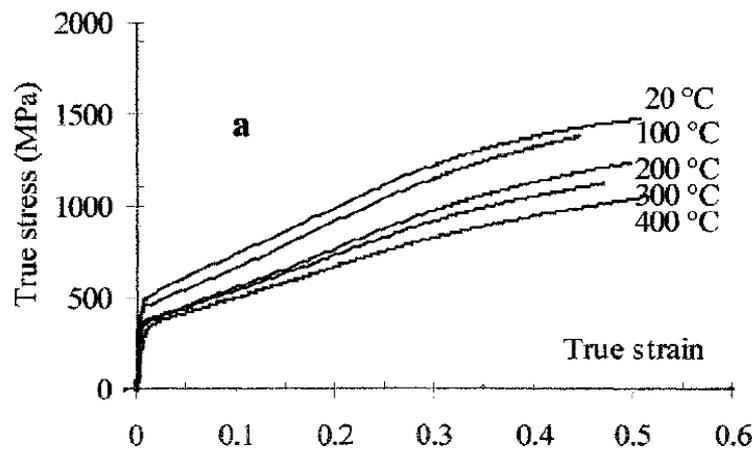


Figure 2: Stress-strain curves of Uranus B66 at different temperatures: a) at 10^{-3} s^{-1} and b) at $2.5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$

S. Fréchar, A. Lichtenberger, F. Rondot, N. Fader, A. Redjaïmia and M. Adoum *A new constitutive model for nitrogen austenitic stainless steel* J. Phys. France 110 (2003)

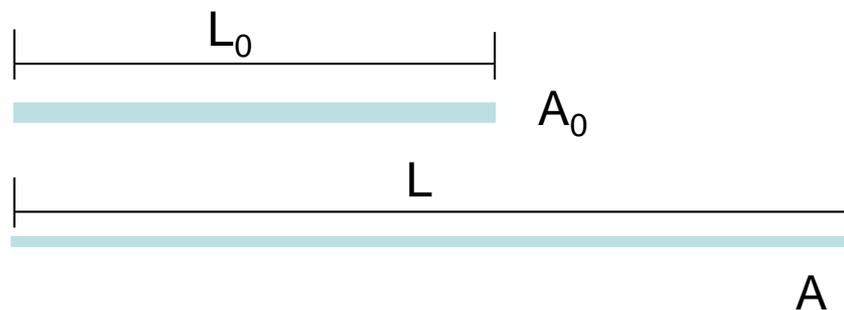


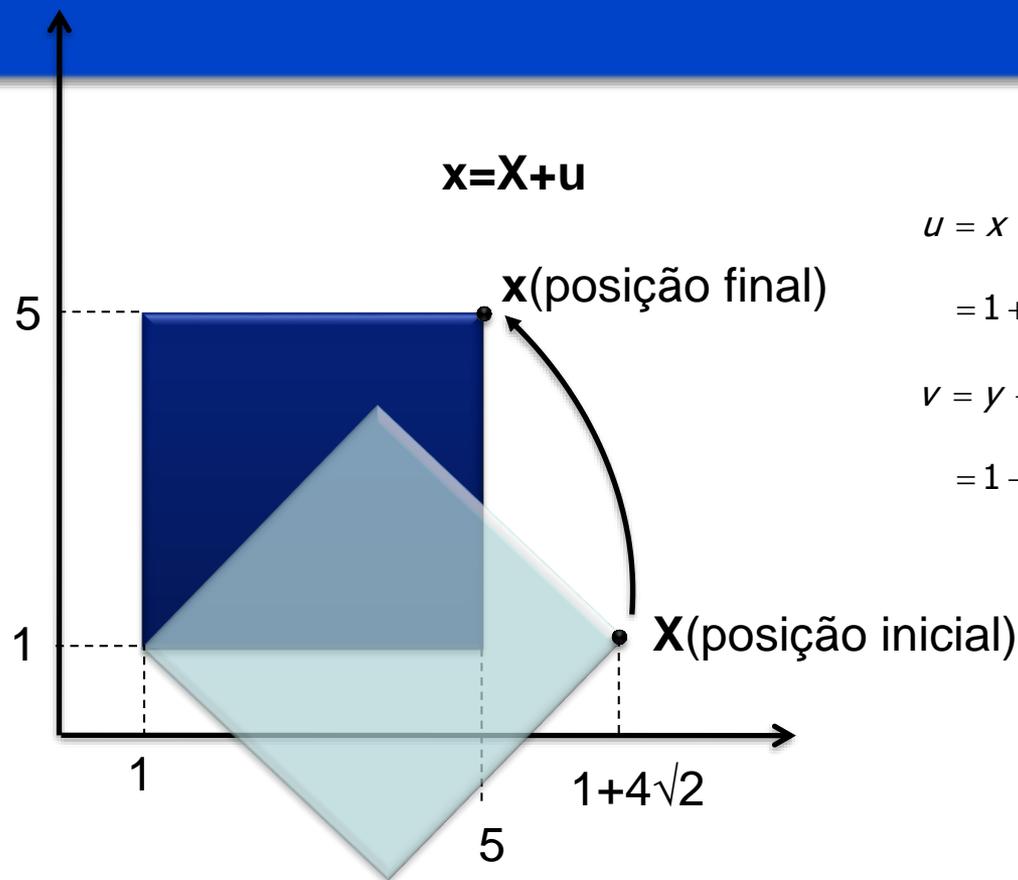
$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

***K** depende de **A** e **L**,
que dependem de **u**
e...*

$$\dots [u] = [K]^{-1} [F] \dots$$

*... **u** depende de **K***





$$u = x - X$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y - X = 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y$$

$$v = y - Y$$

$$= 1 - \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y - Y = 1 - \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}X + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)Y$$

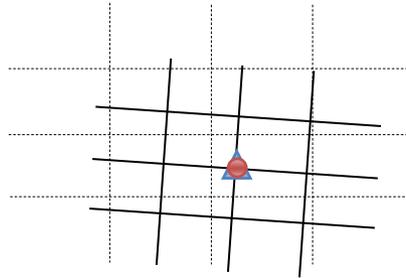
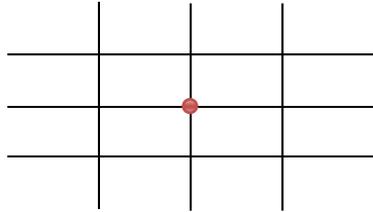
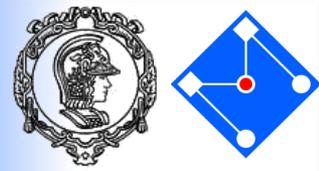
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} \\ \frac{\partial v}{\partial Y} \\ \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \end{bmatrix} \neq \mathbf{0}$$

$$x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}X - \frac{\sqrt{2}}{2}Y$$

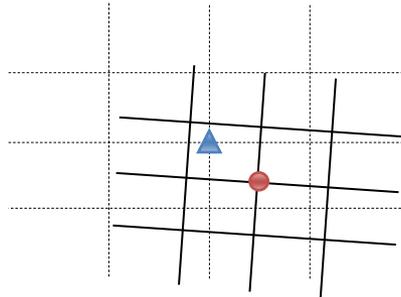
$$y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y - \sqrt{2}$$

• A idéia básica da *OBJETIVIDADE* é que rotações de corpo rígido não induzam deformação ao material.

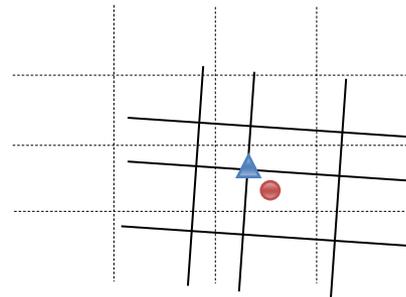
Adaptação de malha



Malha Lagrangiana



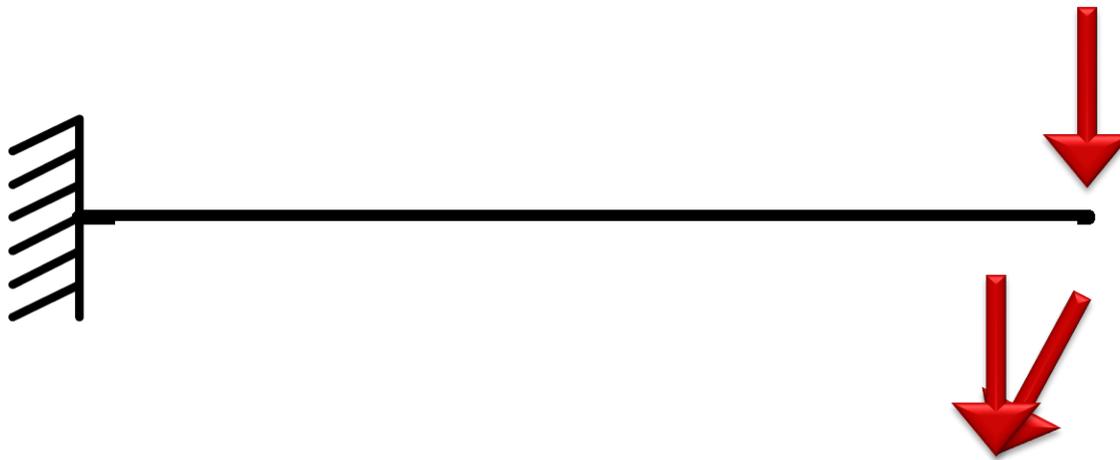
Malha Euleriana

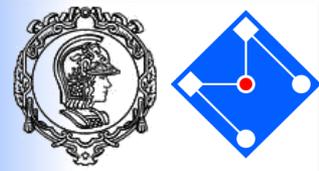


Malha ALE – Lagrangiana Euleriana arbitrária

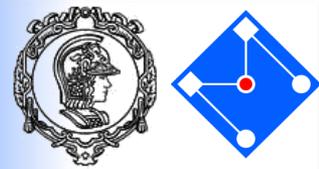
- ▲ Ponto material sendo analisado
- Posição original do ponto material

Grandes deslocamentos – pense sobre o carregamento...



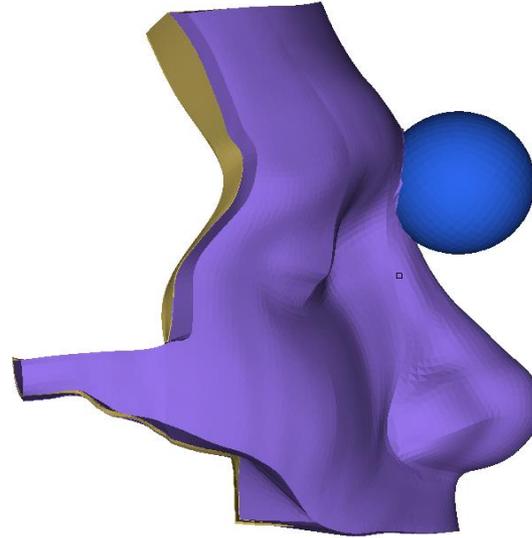
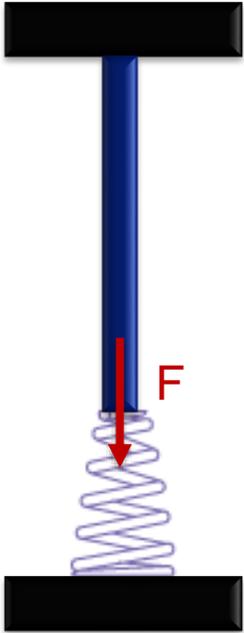
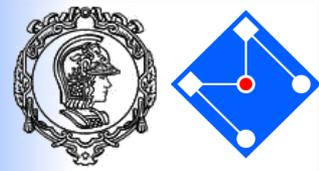


- Inclui não linearidade geométrica e do material.
- Com a hiperelasticidade é possível modelar, por exemplo, borracha, espumas elásticas, tecido humano, etc...



Neo-hookean	9.26%
Arruda-Boyce	19.91%
Mooney-Rivlin	25.00%
Ogden	13.43%
Marlow	6.02%
Polynomial	4.17%
Yeoh	9.72%
Wan der Waals	0.46%
Flory	0.93%
My own model	5.56%
Hyperelasticity is not good enough	5.56%

Total Votes: 216
<http://polymerfem.com>



As condições de contorno dependem de ***u***...

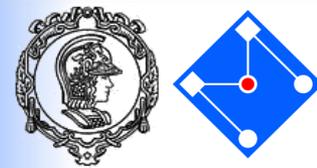
$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

... Mas elas são impostas em ***K*** para calcular ***u***

Todos os tipos de não linearidade



Sistemas de unidades consistente



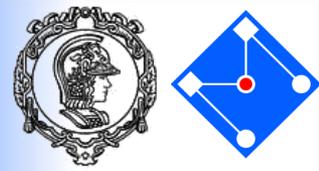
A maioria dos códigos de EF permitem que o usuário insira um conjunto qualquer de unidades coerentes. Verifique se as forças, os deslocamentos, propriedades dos materiais têm as mesmas unidades. **Caso use MPa para pressão, cuidado com a densidade!!!**

Massa	kg	kg	t	lbf-s ² /in	slug
Comprimento	m	mm	mm	in	ft
Tempo	s	s	s	s	s
Constante gravitacional	9,807	9807	9,807	386	32.2
Força	N	mN	N	lbf	lbf
Pressão/ Módulo de elasticidade	Pa	kPa	MPa	psi	psf
Densidade	kg/m ³	kg/mm ³	t/mm ³	lbf-s ² /in ⁴	slug/ft ³
Módulo Elasticidade Aço	210e12	210e6	210e3	30e6	4,32e9
Densidade do aço	7860	7,86E-6	7,86E-9	7,5e-4	15,2

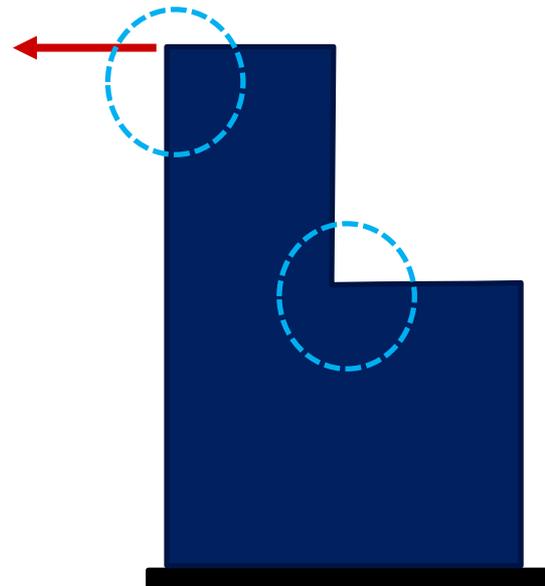
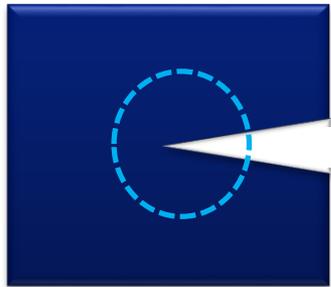


Simplificações de modelo

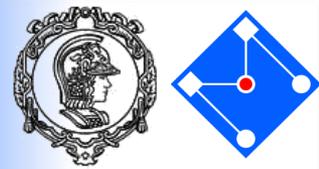
Tome cuidado com as simplificações!



- Arredondamentos previnem singularidades;
- Carregamentos concentrados em pontos restritos isolados geram singularidades;



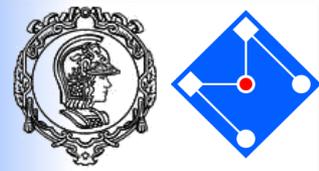
E a simetria?



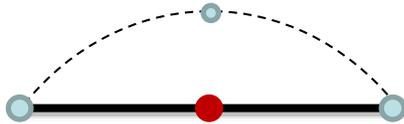
- Simetria é uma poderosa ferramenta do método. Simetria é fácil de criar e permite o uso de malhas mais refinadas com um tempo de processamento menor. Reduz também erros numéricos.
- Use simetria quando : pode-se usar quando geometria, modelo de material, carregamento e condições de contorno são simétricas a respeito do mesmo plano.
- Não se usa simetria para análise modal, pois os modos não são sempre simétricos.

IMPORTANTE: Quando a simetria é usada, deve-se tomar cuidado com o carregamento. Essa é uma comum fonte de erro em pré processamento!

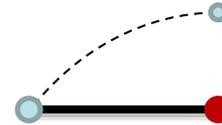
Veja que...



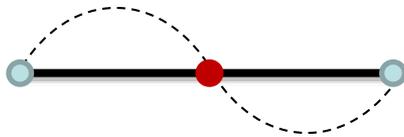
- Exemplo de uma viga bi apoiada – dois primeiros modos de vibrar,



Movimento **simétrico** em relação ao nó central



Rotação do nó central deve ser impedida

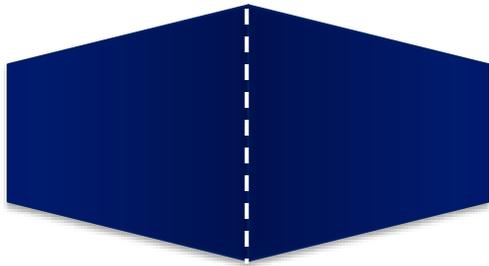
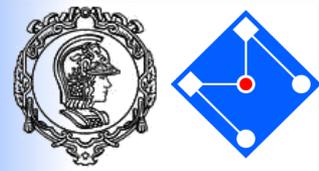


Movimento **antissimétrico** em relação ao nó central



Translação do nó central deve ser impedida

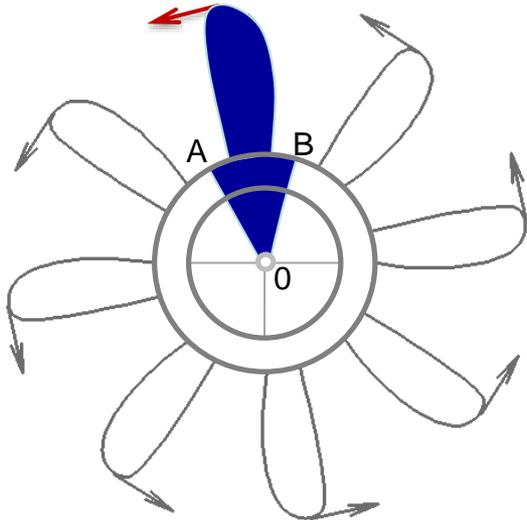
Diferentes tipos de simetria



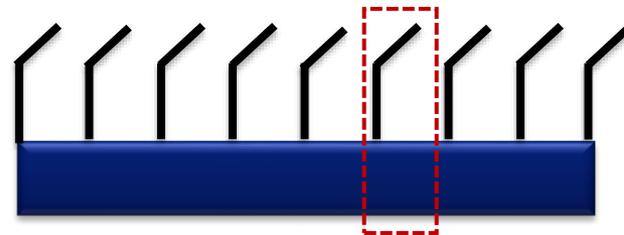
Simetria espelhada



Axissimetria



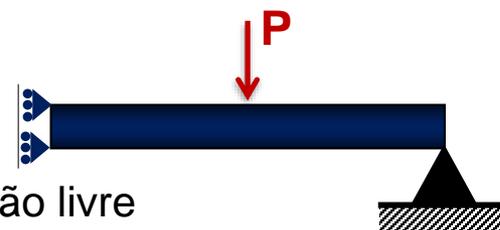
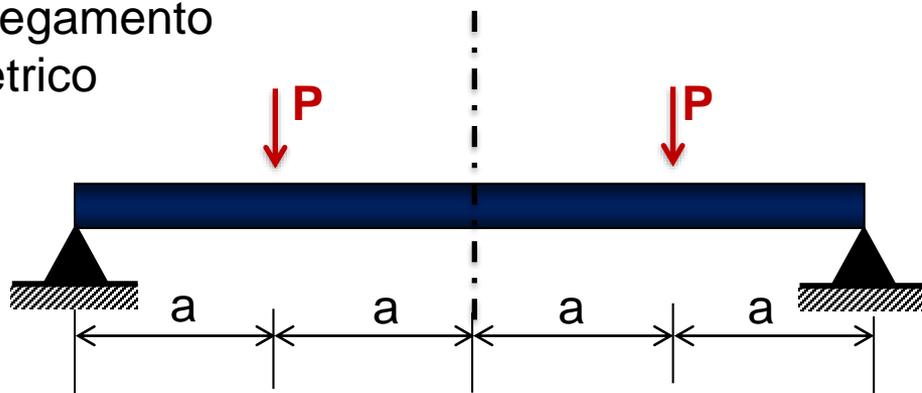
Simetria cíclica



Simetria repetitiva

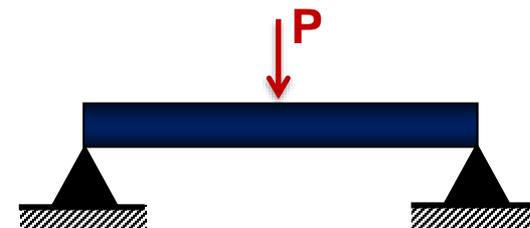
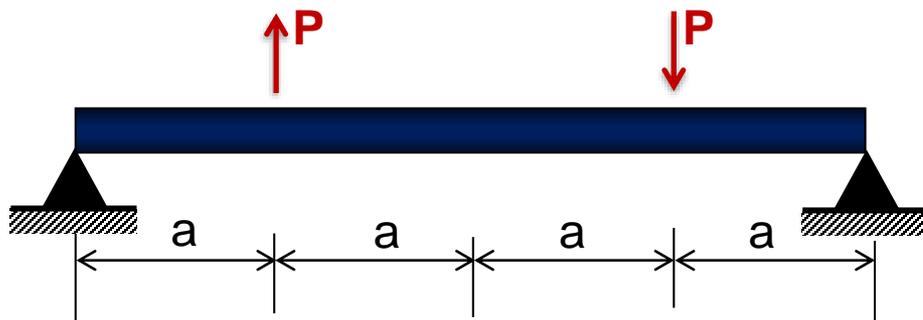


Carregamento
simétrico

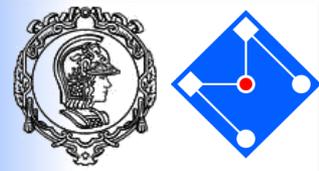


Deflexão livre
Rotação nula

Carregamento
antissimétrico

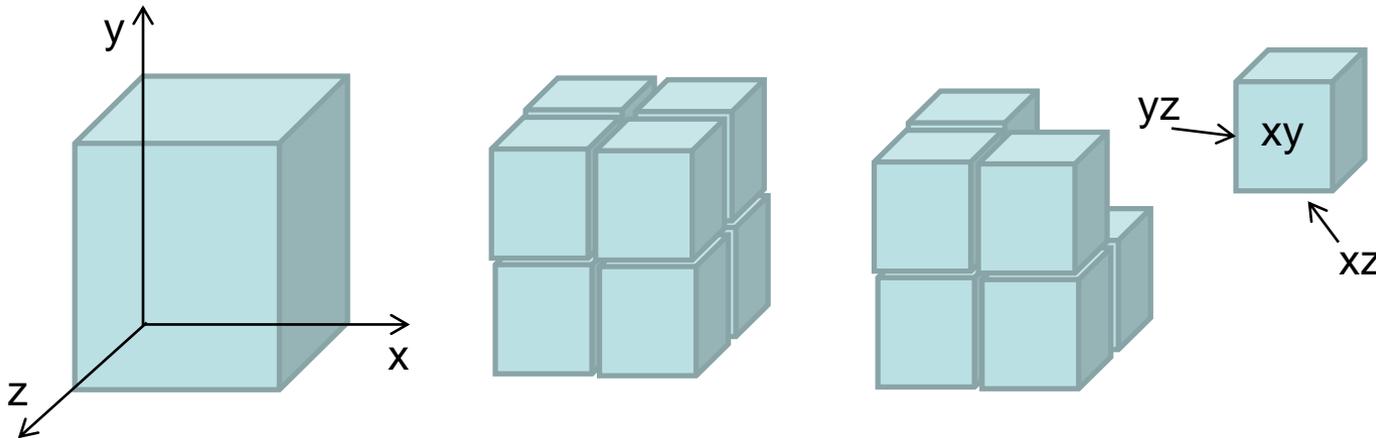


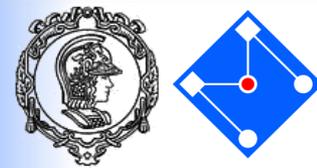
Deflexão nula
Rotação livre



- Impede-se deslocamentos normais ao plano de simetria ;
- Impede-se rotações nos eixos paralelos ao plano de simetria.

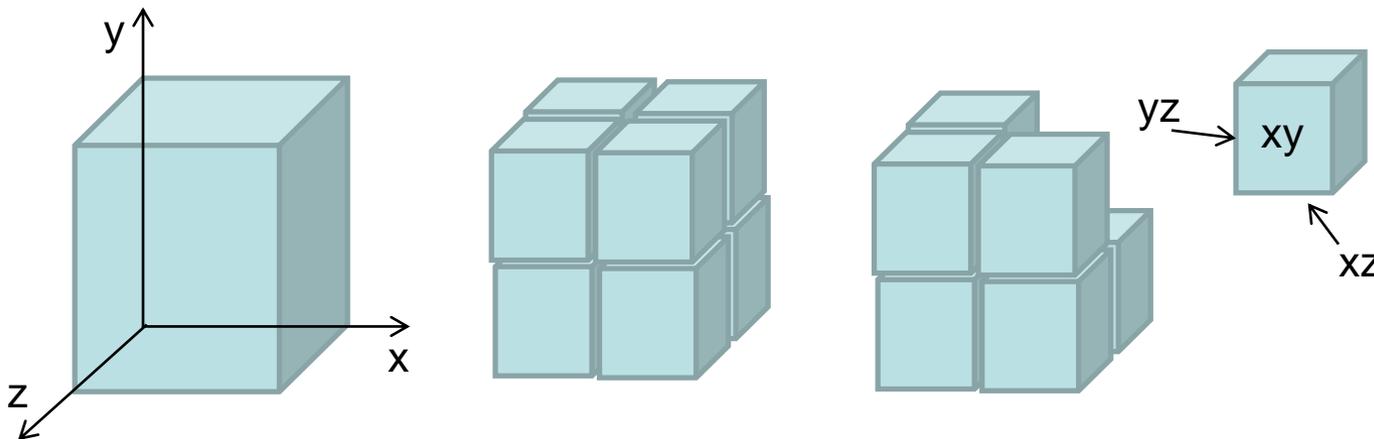
Plano de simetria	u	v	w	θ_x	θ_y	θ_z
xy	0	0	1	1	1	0
yz	1	0	0	0	1	1
xz	0	1	0	1	0	1





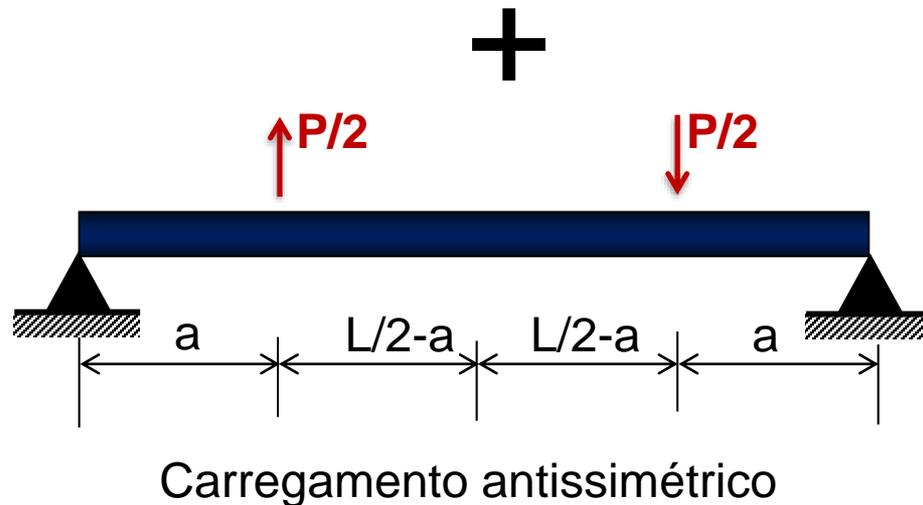
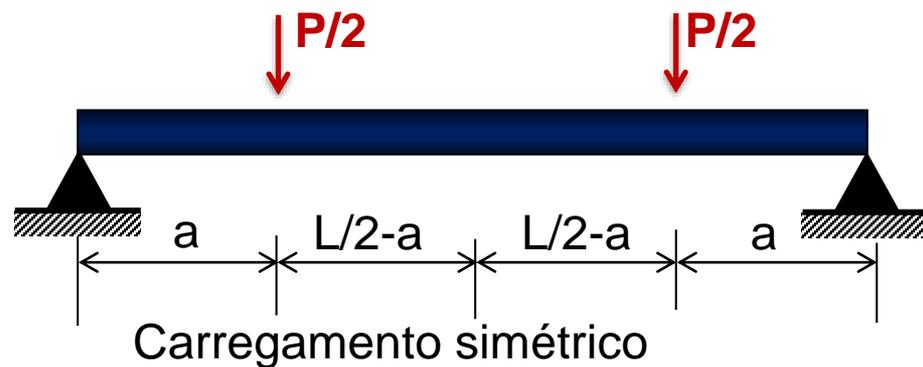
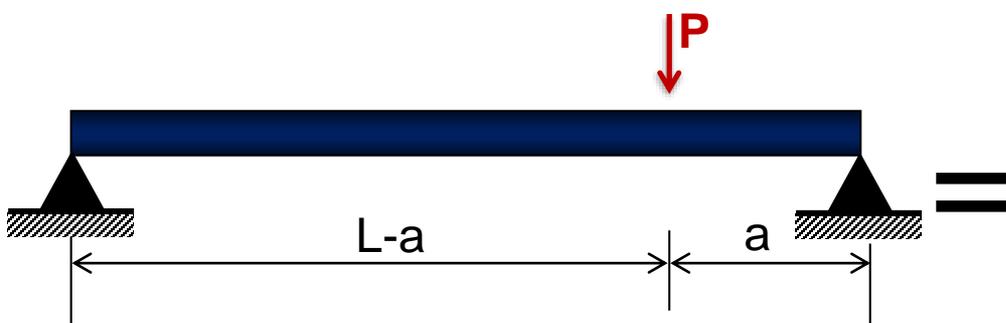
- Impede-se deslocamentos paralelos ao plano de simetria ;
- Impede-se rotações nos eixos normais ao plano de simetria.

Plano de simetria	u	v	w	θ_x	θ_y	θ_z
xy	1	1	0	0	0	1
yz	0	1	1	1	0	0
xz	1	0	1	0	1	0

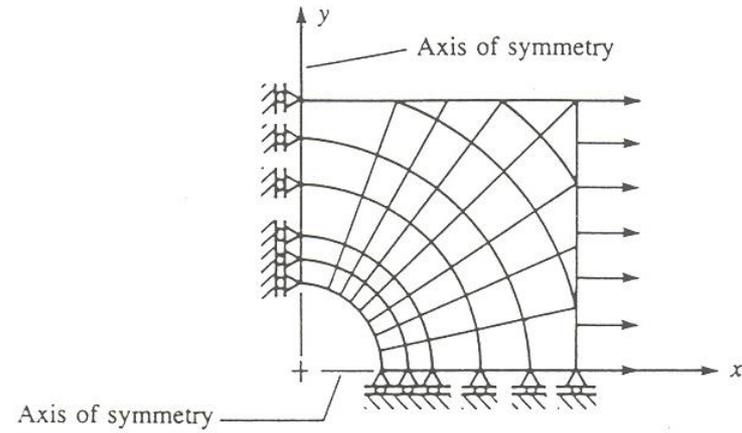
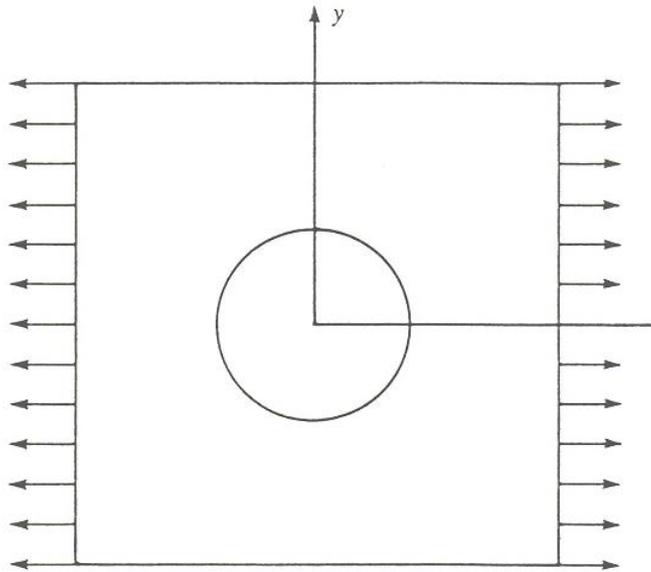


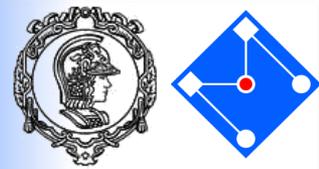


Em algumas situações é vantajoso transformar um carregamento na soma de um simétrico com um antissimétrico. É sempre possível, quando a geometria é simétrica. Válido para respostas lineares.

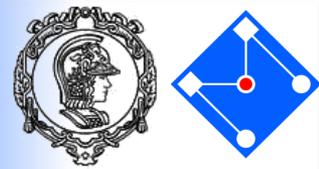


Exemplo que vocês modelaram...

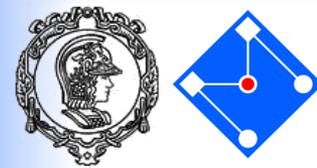




- **Modelar qualquer condição de contorno é possível desde que se saiba como ela é!!!** As condições de contorno devem estar o mais próximo possível da realidade, o que é uma tarefa difícil. Por exemplo, não existe um único ponto restrito, isso é uma aproximação grosseira, na realidade, uma pequena área deve estar restrita;
- Se a deformação dos suportes não é desprezível, estes devem ser modelados também;
- Quando uma estrutura é esticada, ela se contrai na direção perpendicular (Poisson). Essa deformação, se for impedida pelas condições de contorno, gera singularidade.
- **Cuidado com as condições de contorno de simetria!!!**



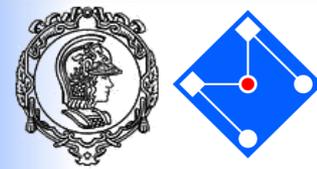
- **Modelar qualquer carregamento é possível desde que se saiba como ele é!!!** O carregamento deve estar o mais próximo possível da realidade, o que é uma tarefa difícil. Por exemplo, não existe um único ponto de carregamento, isso é uma aproximação grosseira, na realidade, uma pequena área está carregada;
- Investigue todas combinações de carregamento possíveis, dentro de um intervalo de valores;
- Cheque que a soma das reações bate com o carregamento total aplicado;
- Tenha em mente o caminho do carregamento através da estrutura ao analisar a resposta;
- Cheque flambagem, quando for o caso.



- Se o problema envolve qualquer não linearidade, anisotropia, efeitos térmicos e dinâmicos – analise primeiramente o modelo mais simples e que permite uma “previsão” da resposta: modelo linear isotrópico e estático. Deve-se, sempre, iniciar com um modelo simples e adicionar complexidades aos poucos. Encontre as armadilhas que você caiu antes de executar um modelo para vários dias ...
- Verifique sempre **MAIS DE UMA VEZ** a entrada de dados (geometria, condições de contorno e material)... Problemas nos dados de entrada podem, por exemplo, gerar uma relação entre os coeficientes de rigidez máxima e mínima dos elementos superior a $1E8$.
- Quando importar modelo, nunca assuma que os dados estão corretos!
- Além disso, utilizar diferentes condições de contorno em vez de uma única pode ajudar a indicar problemas de **sensibilidade do projeto!**
- Tenha certeza do comportamento do material que você está modelando.

```
Range of element maximum matrix coefficients in global coordinates
Maximum= 287420016 at element 978.
Minimum= 4.418766981E-03 at element 1677.

*** WARNING ***                      CP=      4.727    TIME= 15:02:27
Coefficient ratio exceeds 1.0e8 - Check results.
```



- Avalie os resultados sempre com uma certa dose de ceticismo...

Não se impressione pelas cores e sim pela resposta que *parece* ser convincente.

Bom senso e julgamento de um bom engenheiro são muuuito mais importantes que os resultados do computador.

Use resultados experimentais e cálculos feitos a mão.

Discuta modelo e resultados com seus colegas.

Se o engenheiro não sabe modelar o problema sem ter o computador, ele não deve fazê-lo tendo o computador!

**CUIDADO QUE A
RESPOSTA ERRADA
PODE NÃO SER TÃO
ÓBVIA...**



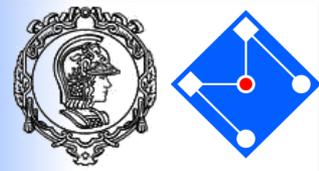
Sanity Check: Peer Review



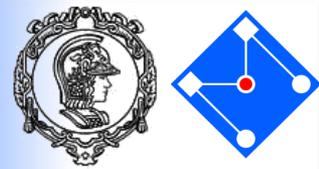
Having a fellow engineer review your analysis can help you catch problems in the model.

Can be informal, one-on-one, or a formal review, with a team looking over the analysis.

Either way, it's better to be embarrassed in front of your colleagues, than in front of your customer!



- Detalhe todas as decisões tomadas e simplificações assumidas
- Justifique carregamentos e condições de contorno consideradas
- Documente os dados do material
- Documente testes experimentais e analíticos
- Documente os resultados de maneira clara: reações, deslocamentos, tensões.



Um erro muito comum atualmente é a confusão entre *conhecimento de análise estrutural* com *conhecimento de manuseio de software de elementos finitos*.

Segundo *Avelino Alves Filho*,

**SE O ENGENHEIRO NÃO SABE MODELAR O PROBLEMA SEM TER
O COMPUTADOR, ELE NÃO DEVE FAZÊ-LO TENDO O
COMPUTADOR!**

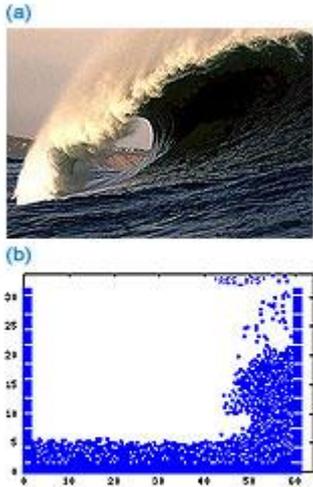
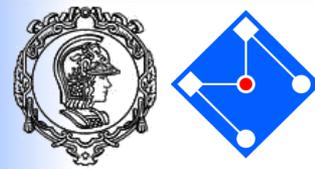
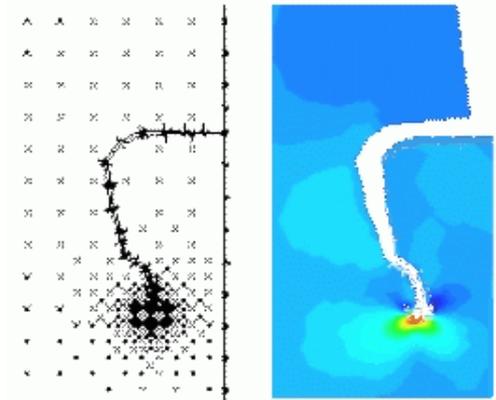


Fig. 1
(a) Large breaking wave.
(b) PFEM results for a large wave hitting a vertical wall in 2D

Extraído de: <http://www.cimne.com/pfem/how.asp>
Em 23/05/2011.

Atualmente, na área geral de mecânica computacional, há um interesse crescente no desenvolvimento de chamados métodos alternativos ao tradicional MEF.



GFDM covering and solution (von Mises stress) for a crack propagation problem.

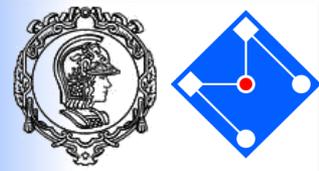
Extraído de: <http://www.tx.altair.com/technology/technology.html>
Em 23/05/2011.

- **Meshless, sem malha ou métodos das partículas:** A idéia central é proporcionar soluções numéricas de um conjunto de pontos arbitrariamente distribuídos sem o uso de uma malha de elementos para conectá-los.
- **Método dos Elementos Finitos de Partícula (MEFP)** tem o objetivo de resolver problemas que envolvem a interação entre fluidos e estrutura de maneira eficiente.



“ Finite Element Analysis makes a *good* engineer *great*,
and a *bad* engineer *dangerous* !”

Robert D. Cook, Professor of Mechanical Engineering
University of Wisconsin, Madison



- Entrega do programa de elementos isoparamétricos.
- Vibração em placas – use o tutorial disponível no site!