Eletricidade e Magnetismo II - 2º. Semestre 2012

Lista de Exercícios 4 - Circuito RLC: oscilações forçadas

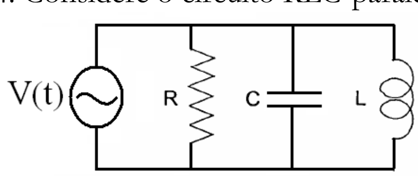
Atenção: ω *é frequência angular, com unidades de* s^{-1}*; a frequência f representa o número de oscilações por unidade de tempo;* $f = 1/T$ *ou* $f = \omega/2\pi$. *A unidade de f é* s^{-1} *=hertz.*

1. Considere um circuito RLC-série ligado a uma fonte de tensão alternada $V(t) = V_0 \cos \omega t$.
a) Escreva a equação diferencial para a carga $Q(t)$ no capacitor.
b) Mostre que $Q(t) = A \cos(\omega t - \delta)$ é solução estacionária da equação diferencial escrita em (a).
c) Determine a amplitude de carga $A(\omega)$ e a fase δ.
d) Escreva a expressão para a corrente $I(t)$ no circuito em regime estacionário.
e) Mostre que a potência média fornecida pela fonte em um período é dada por
$\langle P_V \rangle = R V_0^2 \omega^2 / 2 [L^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + R^2 \omega^2]$, sendo $\omega_0^2 = 1/LC$
f) Mostre que a potência média dissipada no resistor em um período é igual a $\langle P_V \rangle$.
g) Sendo U_C e U_L, respectivamente, as energias armazenadas no capacitor e no indutor, os valores médios, em um período, de dU_C/dt e de dU_L/dt são nulos. Discuta o significado físico desse resultado.

2. Considere o circuito estudado no exercício anterior.
a) Determine os valores de ω para os quais as amplitudes de carga e de corrente, respectivamente, $A(\omega)$ e $I_0(\omega)$, têm valores máximos.
b) Esboce os gráficos de A e de I_0 em função da frequência ω da fonte.
c) Discuta a situação de ressonância.

3. Considere o circuito RLC-série ligado a uma fonte de tensão alternada $V_0 \cos \omega t$.
a) Faça o gráfico da potência P_V fornecida pela fonte em função do tempo t para os casos $\omega = \omega_0$ e $\omega \neq \omega_0$, sendo ω_0 a frequência natural do circuito, igual a $(1/LC)^{1/2}$.
b) Observe que para $\omega = \omega_0$, $P_V(t)$ é sempre maior ou igual a zero, e para $\omega \neq \omega_0$, $P_V(t)$, tem valores negativos em alguns intervalos de tempo. Discuta o significado físico desses resultados.

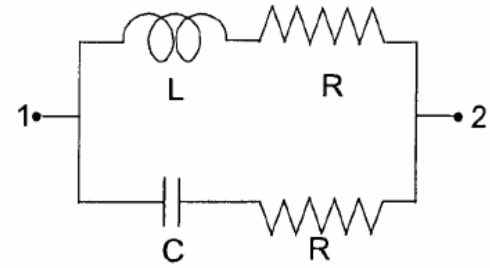
4. Considere o circuito RLC-paralelo ligado a uma fonte de tensão alternada $V(t) = V_0 \cos \omega t$



a) Mostre que a corrente i(t) no circuito é dada por
$i(t) = V_0 Y \cos(\omega t - \delta)$, sendo $Y = [(1/R^2) + (\omega C - 1/\omega L)^2]^{1/2}$
b) Sabendo que para cada elemento do circuito, $I_{elemento} = V_{fonte}/Z_{elemento}$, mostre que $i(t) = i_R(t) + i_C(t) + i_L(t)$, sendo $i_R(t)$, $i_C(t)$ e $i_L(t)$, respectivamente, as correntes no resistor, no capacitor e no indutor.
c) Mostre que, em um período, a potência média fornecida pela fonte é igual à dissipada no resistor.
d) Qual o valor das amplitudes de corrente na fonte, no resistor, no capacitor e no indutor para $\omega = \omega_0 = (1/LC)^{1/2}$?

5. Um capacitor de capacitância C e um resistor de resistência R estão ligados em série a uma fonte de tensão $V = V_0$ *sen* ωt. Determine
a) a tensão $V_R(t)$ no resistor;
b) a tensão $V_G(t)$ no capacitor;
c) as amplitudes de tensão no resistor e no capacitor para frequências ω muito baixas ($\omega \to 0$) e para frequências muito altas ($\omega \to \infty$).

6. Calcule a impedância entre os pontos 1 e 2 do circuito esquematizado na figura abaixo.



Expresse o resultado em função da frequência ω. Mostre que se as constantes de tempo $\tau_L = L/R$ e $\tau_C = 1/RC$ forem iguais, a impedância será independente da frequência.