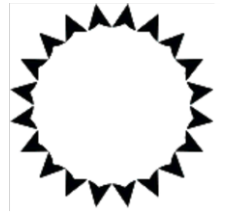




PEF2603
Estruturas na Arquitetura III -
Sistemas Reticulados e Laminares



Placas/lajes
Cálculo da reações nas vigas

Levantamento de Cargas em
Sistemas Lajes - Vigas - Pilares

(22/04/2019)

Professores
Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila Meneghetti Valverdes, Luís Bitencourt

1º Semestre 2019

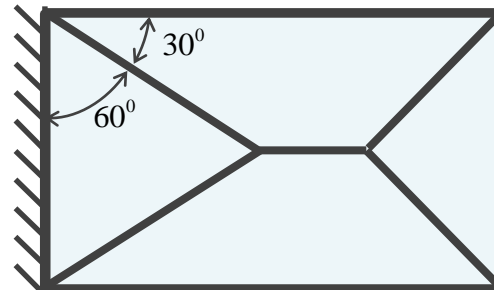
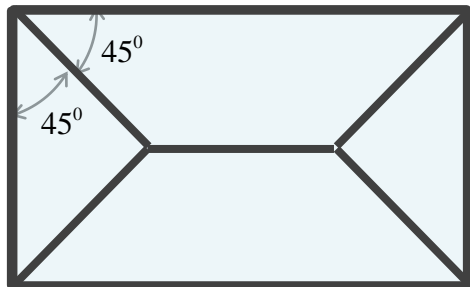
Cálculo das reações distribuídas ao longo dos apoios (vigas)

O cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares sob a ação de cargas uniformemente distribuídas pode ser feito a partir das áreas de influência.

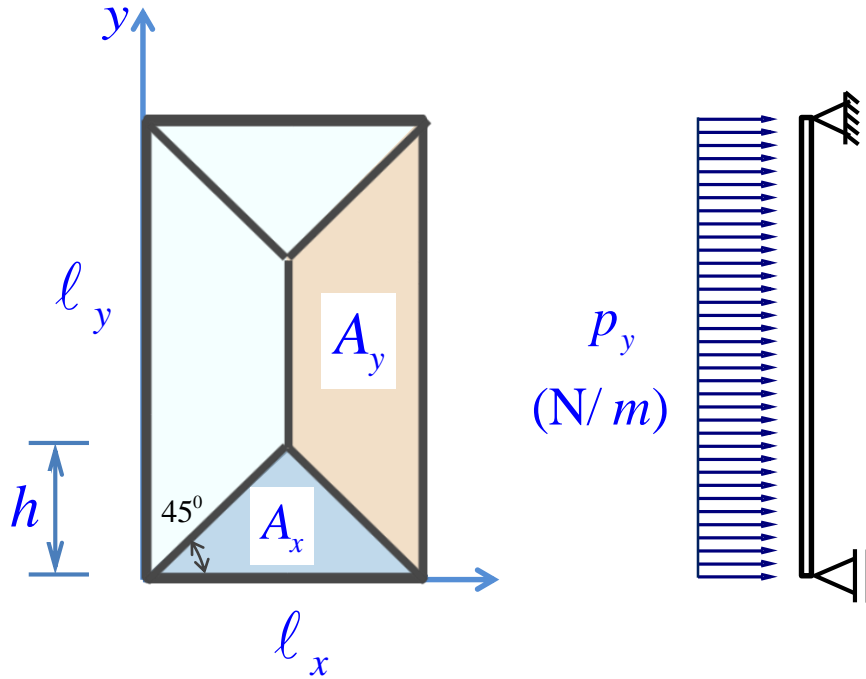
Essas áreas são definidas pelas linhas de ruptura da laje, as quais partem dos vértices do retângulo com os seguintes ângulos.

- 45° entre apoios do mesmo tipo
- 60° a partir do apoio engastado quando o outro for considerado simplesmente apoiado
- 90° a partir do apoio quando a borda vizinha for livre.

Admite-se, simplificada, que as cargas resultantes sobre as vigas sejam uniformes.



Ex. 1. laje simplesmente apoiada nas bordas

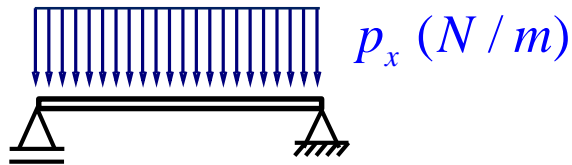


$$\operatorname{tg}45^\circ = \frac{h}{l_x/2} \quad \therefore \quad h = \frac{l_x}{2}$$

$$A_y = \frac{(l_y + l_y - l_x) \times l_x / 2}{2}$$

$$A_y = \frac{2l_y \times l_x}{4} - \frac{l_x^2}{4}$$

$$A_y = \frac{l_x}{4} (2l_y - l_x)$$



$$A_x = l_x \times \frac{l_x}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{l_x^2}{4}$$

$$p_x = \frac{p \times A_x}{l_x} = p \frac{l_x^2}{4l_x}$$

$$p_x = p \frac{l_x}{4}$$

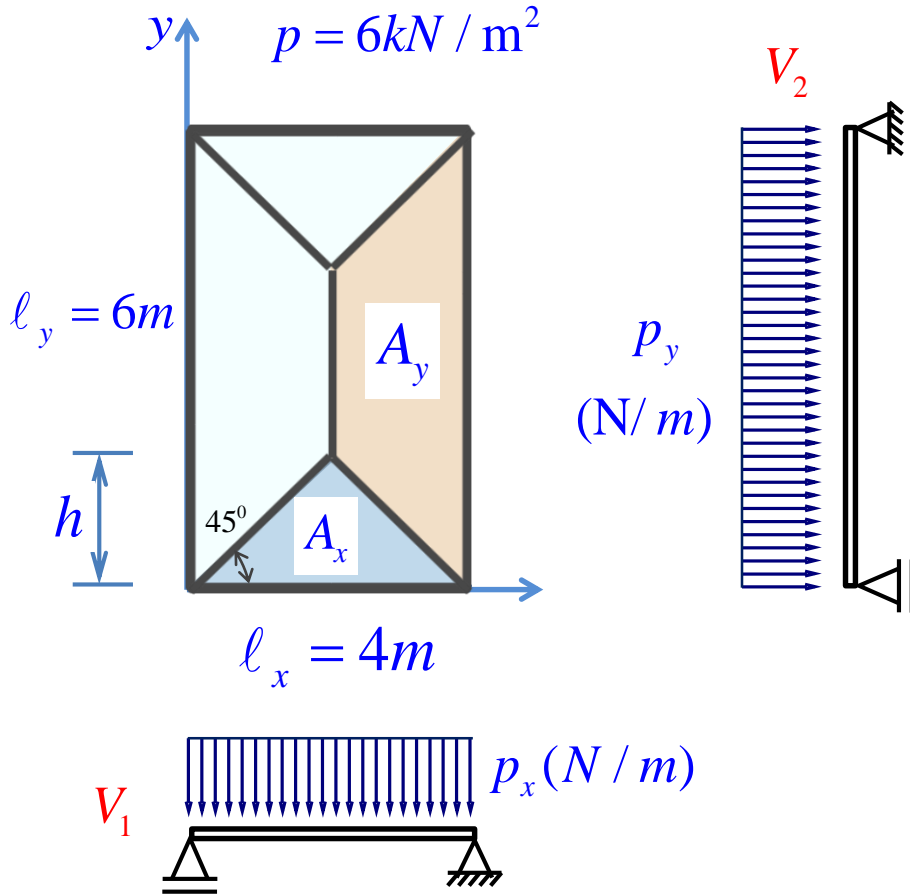
$$p_y = \frac{p \times A_y}{l_y} = p \frac{l_x}{4} (2l_y - l_x) \frac{1}{l_y}$$

$$p_y = p_x (2l_y - l_x) \frac{1}{l_y}$$

$$p_y = p_x \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$$



Aplicando essas equações para o exercício da aula passada



Carga em V_1

$$p_x = p \frac{l_x}{4} = 6 \frac{4}{4} = 6 \text{ kN} / \text{m}$$

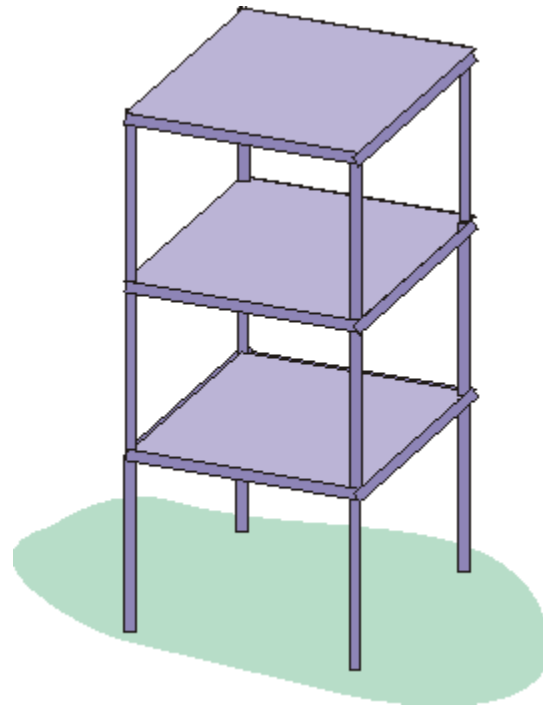
Carga em V_2

$$p_y = p_x \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right) = 6 \left(2 - \frac{4}{6} \right)$$

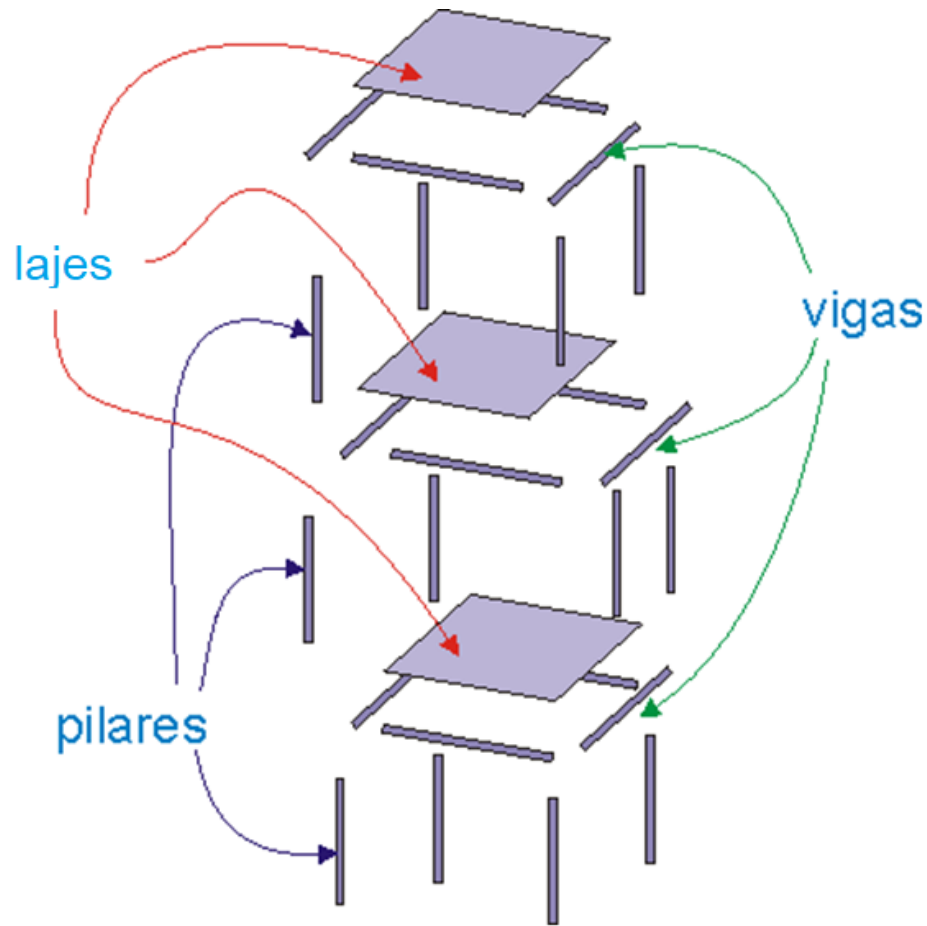
$$p_y = 8 \text{ kN} / \text{m}$$



Levantamento de cargas atuantes em sistema Laje-Viga-Pilar



Levantamento de cargas atuantes em sistema Laje-Viga-Pilar

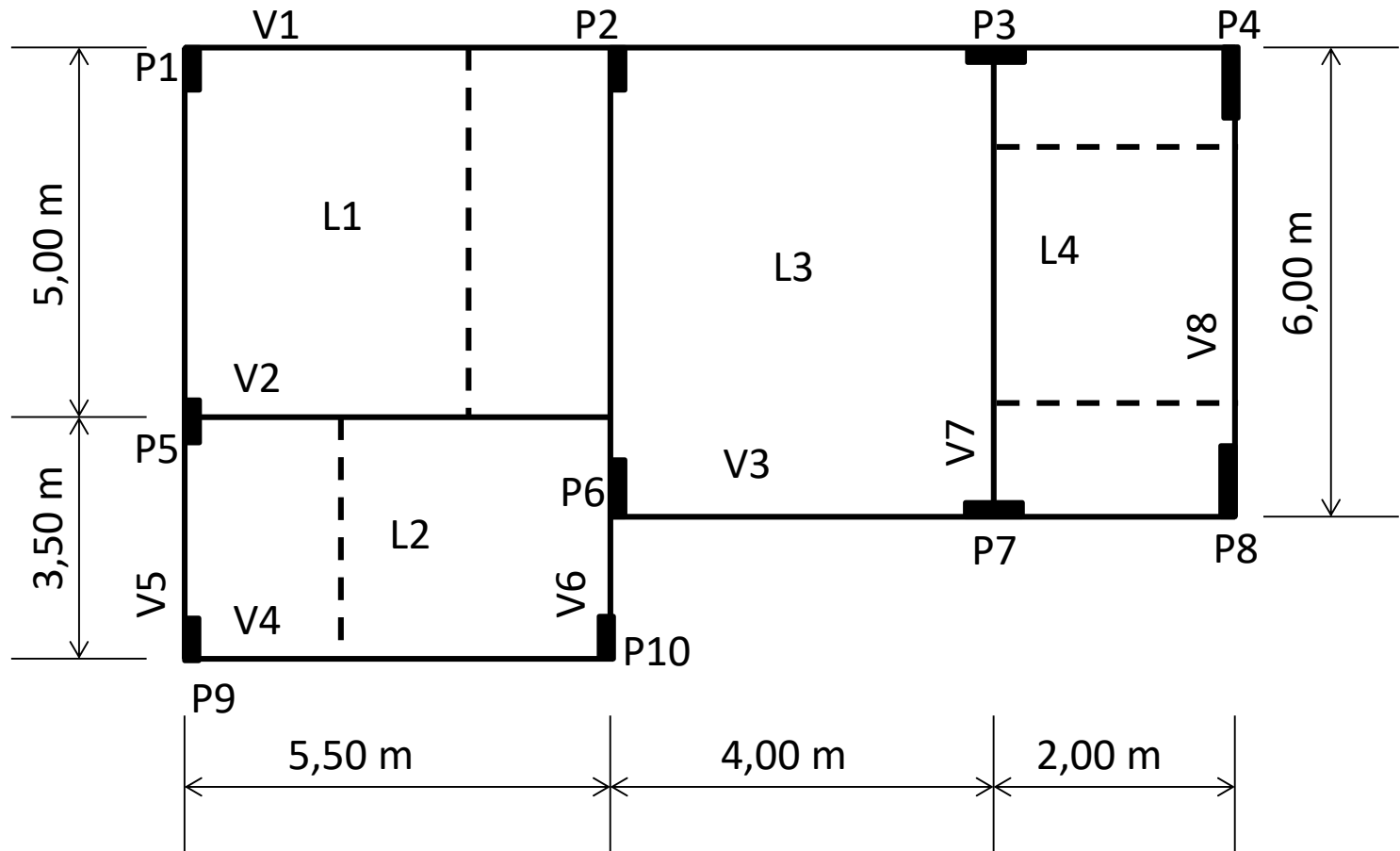


Exercício – Sistema LVP

Exercício: A figura mostrada no próximo slide esquematiza o lançamento de vigas, lajes e pilares de uma construção de concreto armado. As lajes têm 8cm de espessura. As vigas têm seção transversal de 70cm x 30cm. O concreto tem módulo de elasticidade igual a 25GPa e peso específico 25kN/m^3 . O revestimento tem espessura de 3cm e peso específico 20kN/m^3 . As lajes estão sujeitas ainda a um carregamento ocasional, uniformemente aplicado de $2,5\text{kN/m}^2$. Paredes de alvenaria com peso específico de 13kN/m^3 , espessura de 15cm e altura de 2,80m, aplicam um carregamento linearmente distribuído sobre todas as vigas e sobre as linhas tracejadas.

- (a) Faça uma estimativa das cargas de projeto atuantes sobre as lajes e vigas;*
- (b) Faça uma estimativa dos máximos momentos positivos e negativos e das flechas das lajes L1 e L2, sob a ação das cargas de projeto, desprezando as flechas das vigas. Admita continuidade entre as lajes;*
- (c) Determine os esforços solicitantes sobre a viga contínua V6. Considere condições de apoio simples sobre os pilares P6 e P10.*
- (d) Com base nos diagramas de esforços solicitantes da viga V6, esboce a distribuição da armadura longitudinal necessária para esta viga;*
- (e) Determine as cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10.*

Exercício – Sistema LVP



- **Dados:**

- ✓ **Espessura das lajes** $e_{\text{laje}} = 8\text{cm}$

- ✓ **Seção transversal das vigas**
 $b = 30\text{cm}$
 $h = 70\text{cm}$

- ✓ **Propriedades do Concreto**

 - Módulo de elasticidade* $E_c = 25\text{GPa}$

 - Peso específico* $\gamma_c = 25\text{kN/m}^3$

- ✓ **Revestimento**

 - Espessura* $e_{\text{rev}} = 3\text{cm}$

 - Peso específico* $\gamma_{\text{rev}} = 20\text{kN/m}^3$

- ✓ **Alvenaria (sobre todas as vigas)**

 - Espessura* $e_{\text{alv}} = 15\text{cm}$

 - Altura* $h_{\text{alv}} = 2,80\text{m}$

 - Peso específico* $\gamma_{\text{alv}} = 13\text{kN/m}^3$

- ✓ **Sobrecarga (carga de utilização)** $q = 2,5\text{kN/m}^2$

a) Cargas atuantes sobre as lajes e vigas:

- Laje L1

$$g_1: \text{ peso pr\u00f3prio das lajes} = e_{laje} \times \gamma_c = 0,08 \times 25 = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_2: \text{ peso do revestimento} = e_{rev} \times \gamma_{rev} = 0,03 \times 20 = 0,6 \text{ kN/m}^2$$

$$g_3: \text{ peso da alvenaria} = \frac{l_{alv} \times e_{alv} \times h_{alv} \times \gamma_{alv}}{l_x \times l_y} = \frac{5 \times 0,15 \times 2,80 \times 13}{5,0 \times 5,50} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_T: \text{ carga permanente : } g_1 + g_2 + g_3 = 3,60 \text{ kN/m}^2$$

$$q_T: \text{ sobrecarga (carga de utiliza\u00e7\u00e3o): } = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

$$p: \text{ carga total: } g_T + q_T = 6,10 \text{ kN/m}^2$$

a) Cargas atuantes sobre as lajes e vigas:

- Repetindo o levantamento de cargas para as demais lajes:

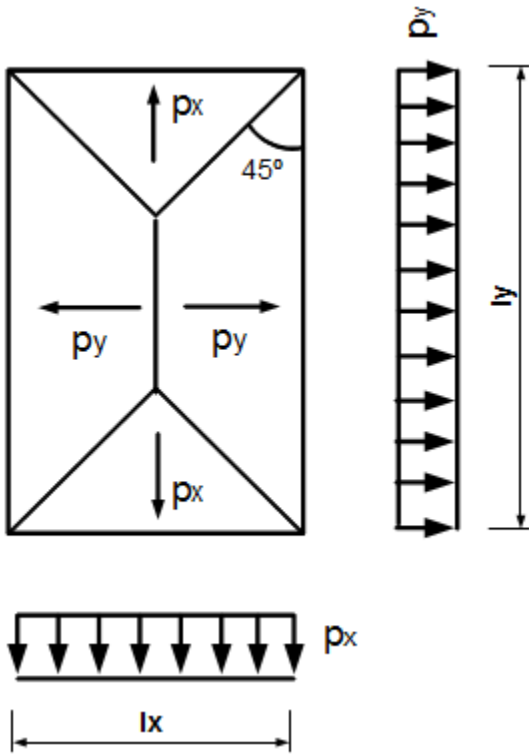
Tipo de carga	L1 (kN/m ²)	L2 (kN/m ²)	L3 (kN/m ²)	L4 (kN/m ²)
g1	2,0	2,0	2,0	2,0
g2	0,6	0,6	0,6	0,6
g3	1,0	1,0	-	1,82
g _T	3,6	3,6	2,6	4,42
q _T	2,5	2,5	2,5	2,5
p=g _T +q _T	6,10	6,10	5,10	6,92

g1: peso próprio das lajes
g2: peso do revestimento
g3: peso da alvenaria

q_T: sobrecarga (carga de utilização)
p: carga total

- Vigas

Cargas devido às lajes:

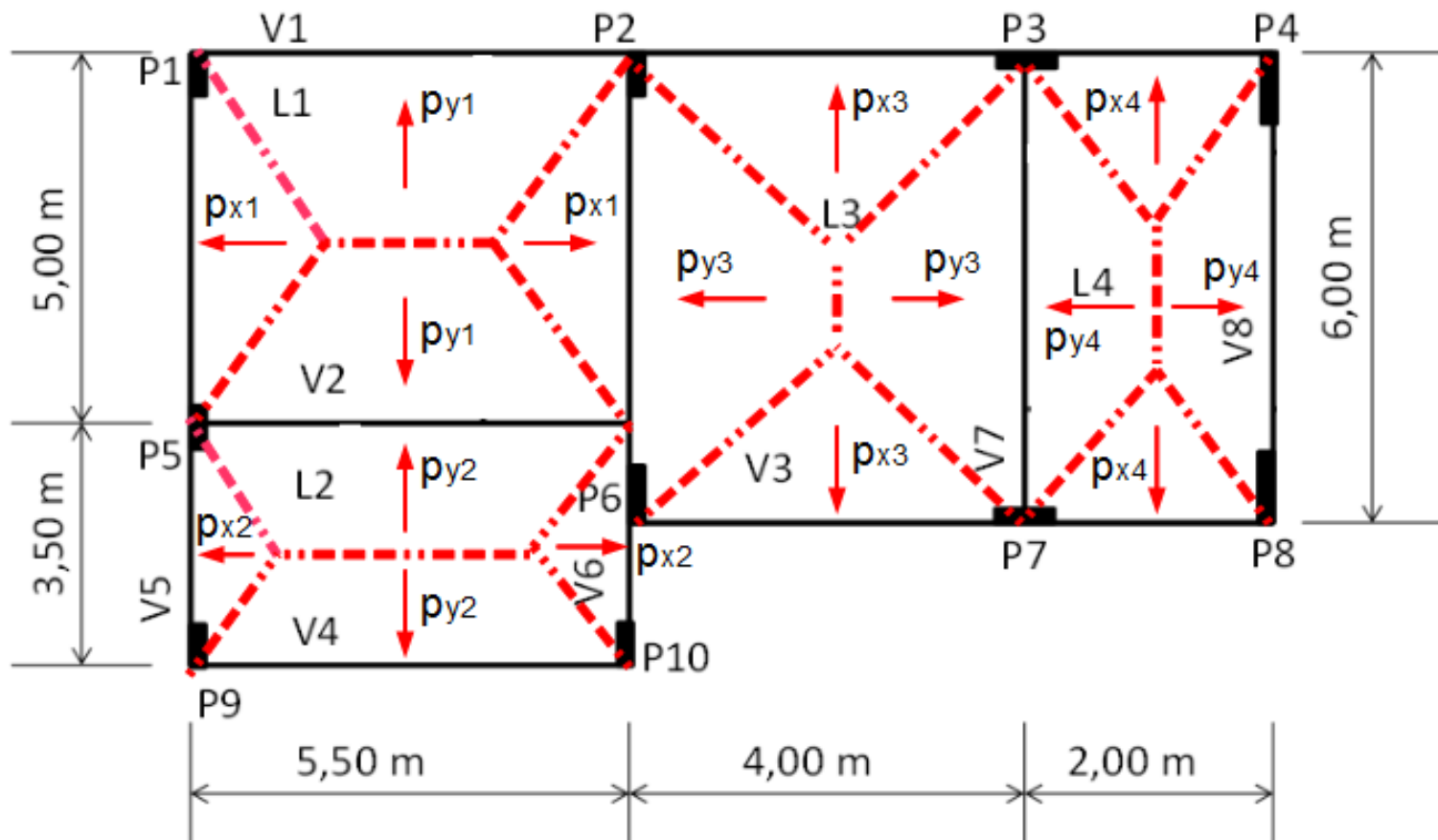


$$p_x = \frac{p \cdot l_x}{4}$$

$$p_y = p_x \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$$

- Vigas

Cargas devido às lajes:



- Vigas

Cargas devido às lajes:

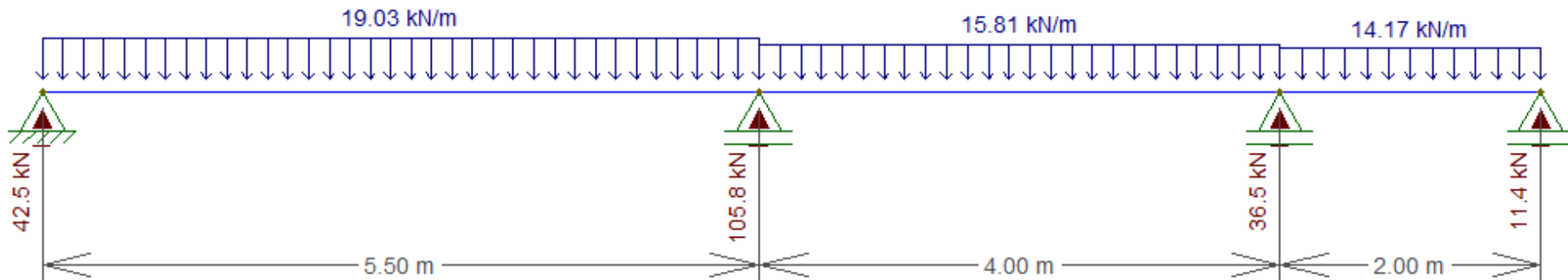
Laje	Lx (m)	Ly (m)	Lx/Ly	p (kN/m ²)	px (kN/m)	py (kN/m)
L1	5,0	5,50	0,91	6,10	7,63	8,32
L2	3,50	5,50	0,64	6,10	5,34	7,26
L3	4,0	6,00	0,67	5,10	5,10	6,78
L4	2,0	6,00	0,33	6,92	3,46	5,78

Cargas atuantes sobre vigas:

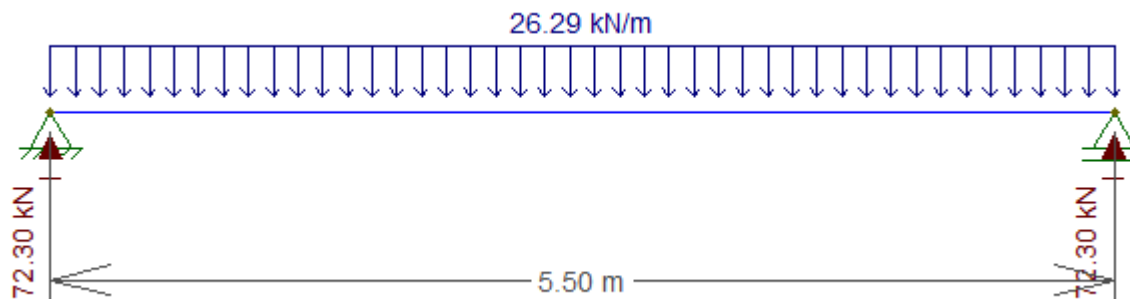
Viga	Trecho	b (m)	h (m)	pv (kN/m)	palv (kN/m)	plaje (kN/m)	pTv (kN/m)
1	1	0,30	0,70	5,25	5,46	8,32	19,03
	2					5,10	15,81
	3					3,46	14,17
2	1					8,32+7,26=15,58	26,29
3	1					5,10	15,81
	2					3,46	14,17
4	1					7,26	17,97
5	1					5,34	16,05
	2					7,63	18,34
6	1					5,34	16,05
	2					5,34+6,78 = 12,12	22,83
	3					7,63+6,78 = 14,41	25,12
7	1					6,78+5,78 = 12,56	23,27
8	1					5,78	16,49

- Esquema estrutural das vigas

- V1

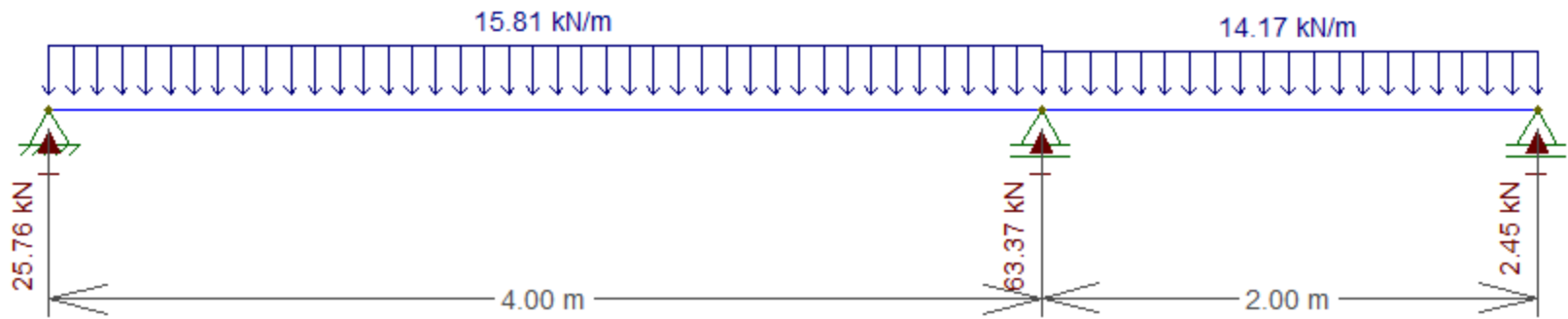


- V2

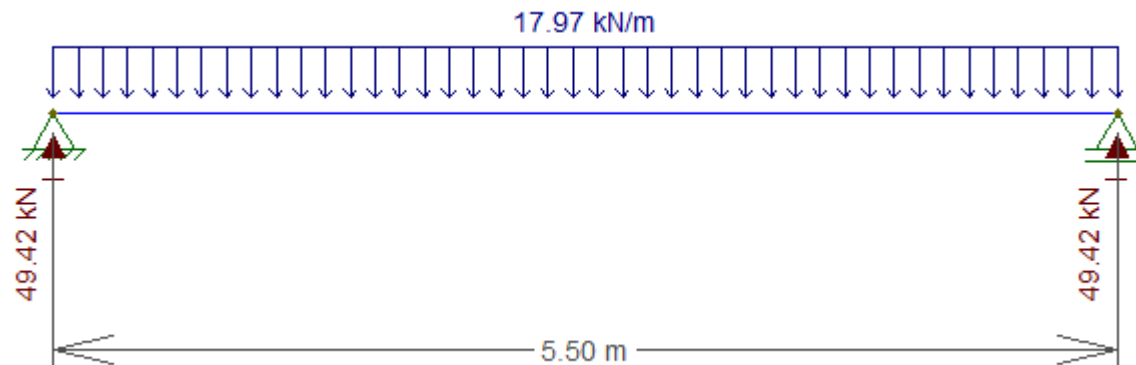


- Esquema estrutural das vigas

- V3

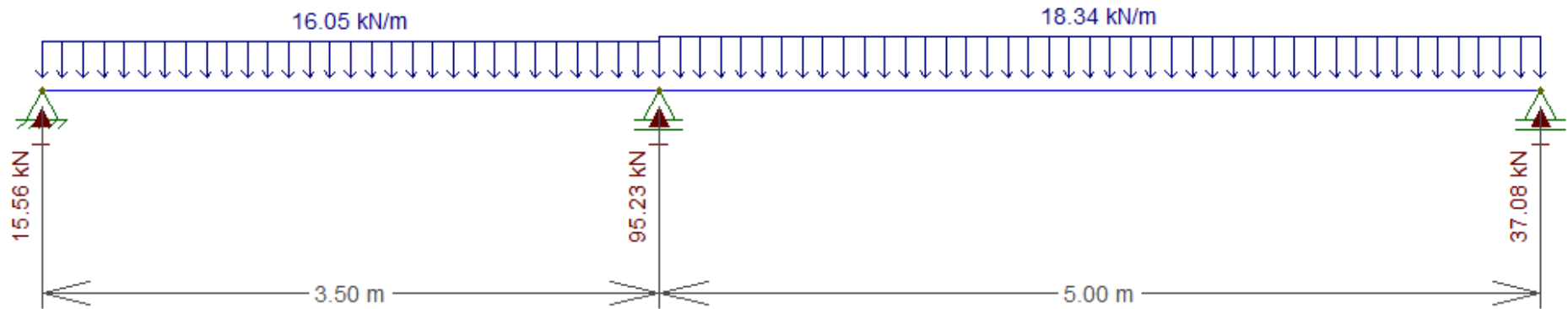


- V4

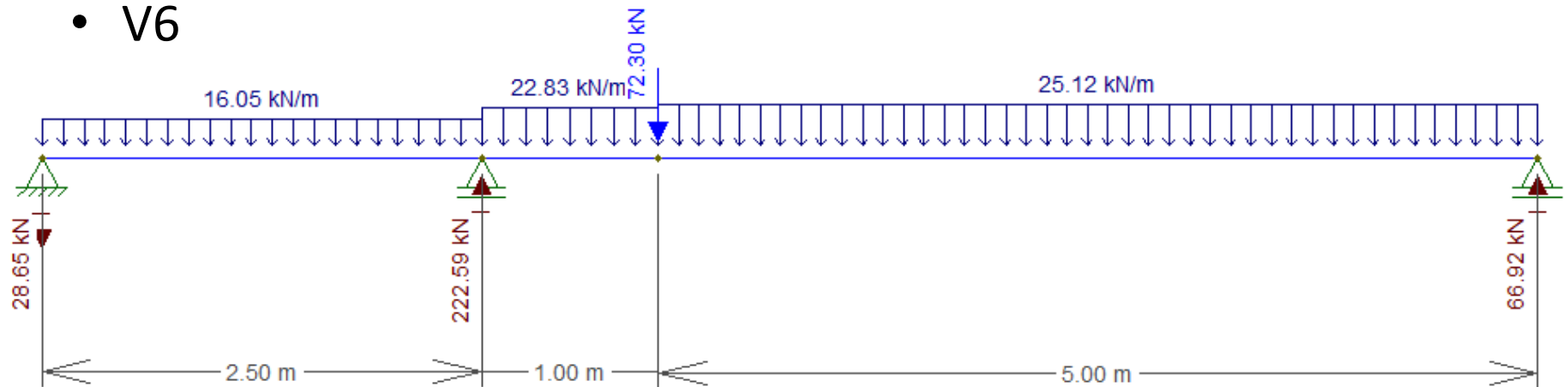


- Esquema estrutural das vigas

- V5

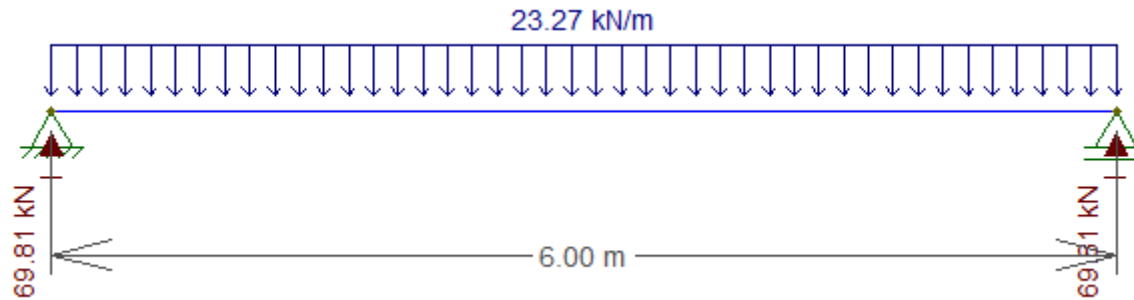


- V6

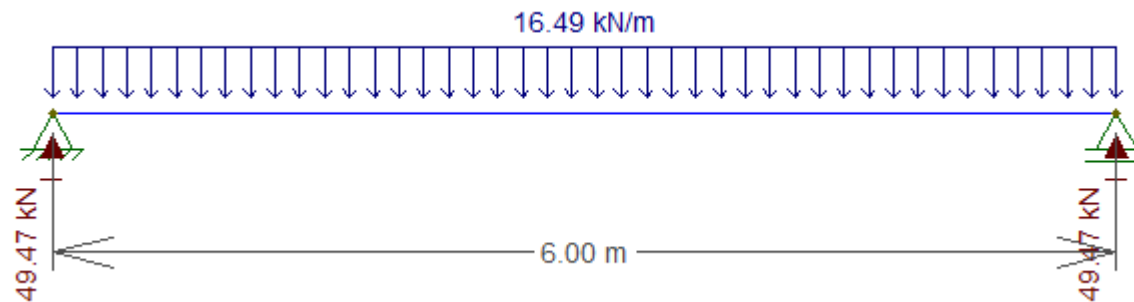


- Esquema estrutural das vigas

- V7



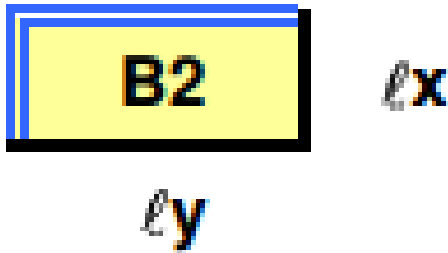
- V8



b) Momentos positivos e negativos e flechas das Lajes L1 e L2:

utilizou-se tabela de Czerny com coeficiente de Poisson nulo

- Laje L1



l_y/l_x	1,1
α_2	33,1
α_x	35,1
α_y	42,0
β_x	12,7
β_y	13,6

b) Momentos positivos e negativos e flechas das Lajes L1 e L2:

utilizou-se tabela de Czerny com coeficiente de Poisson nulo

interpolação



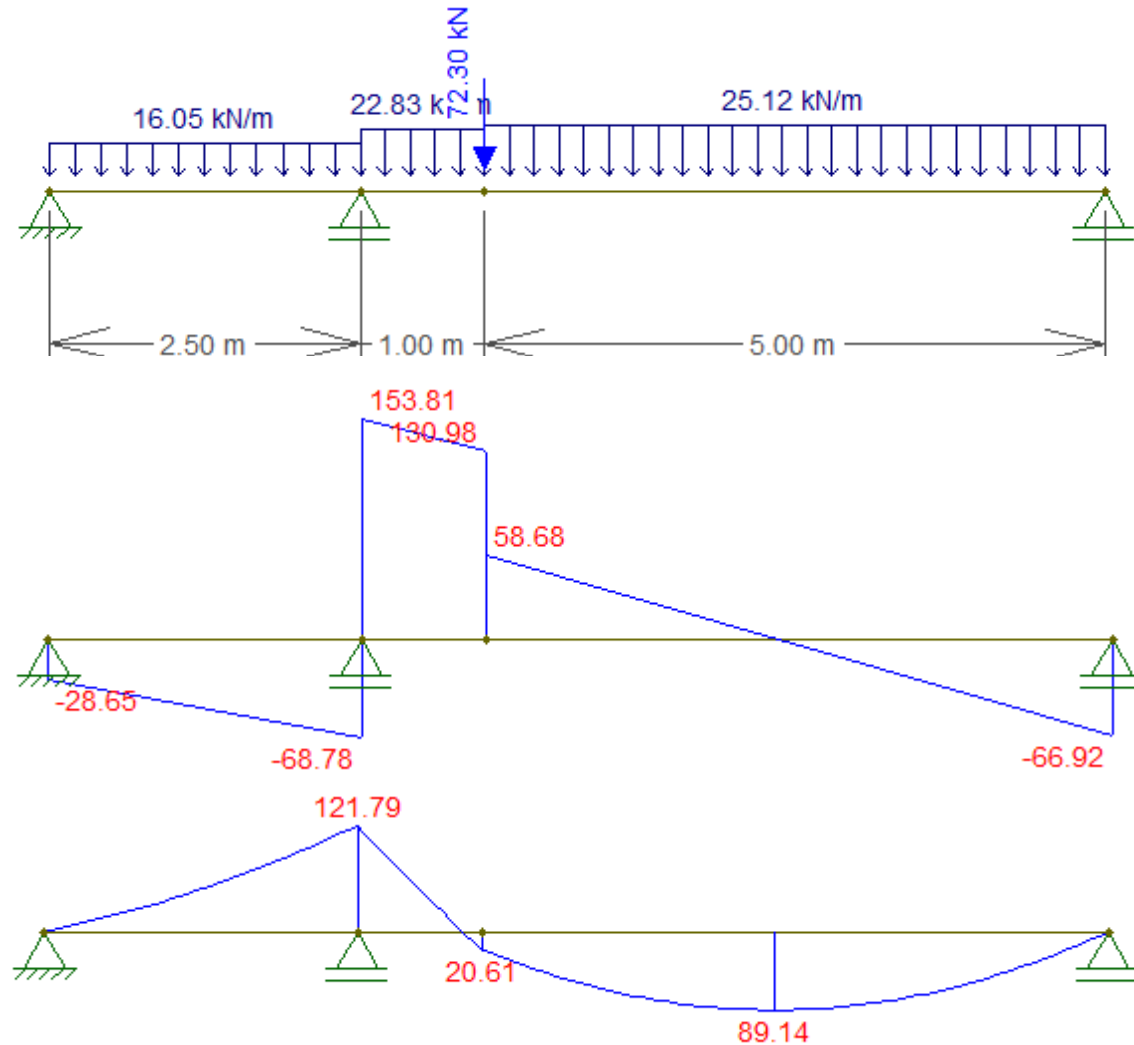
- Laje L2



l_y/l_x	1,55	1,57	1,6
	19,2	α_2	18,8
	19,4	α_x	19,0
	56,2	α_y	56,8
	8,9	β_x	8,8
	-	β_y	-

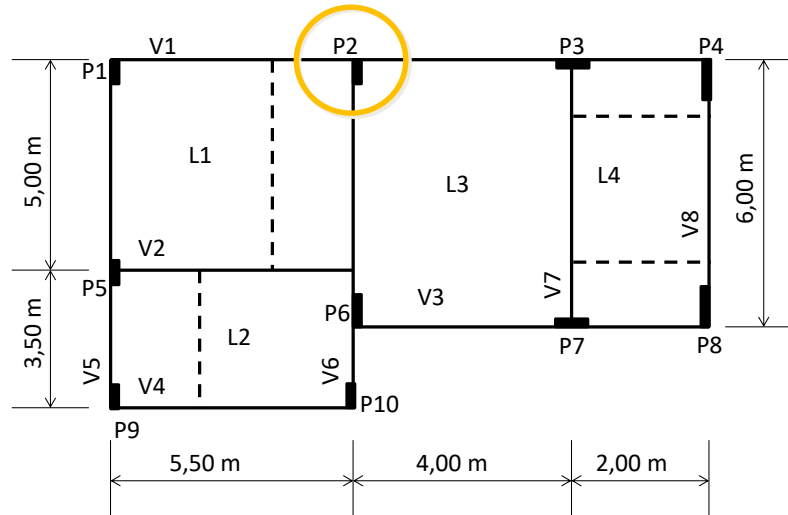
c) Esforços Solicitantes e Distribuição da armadura longitudinal

- Viga V6

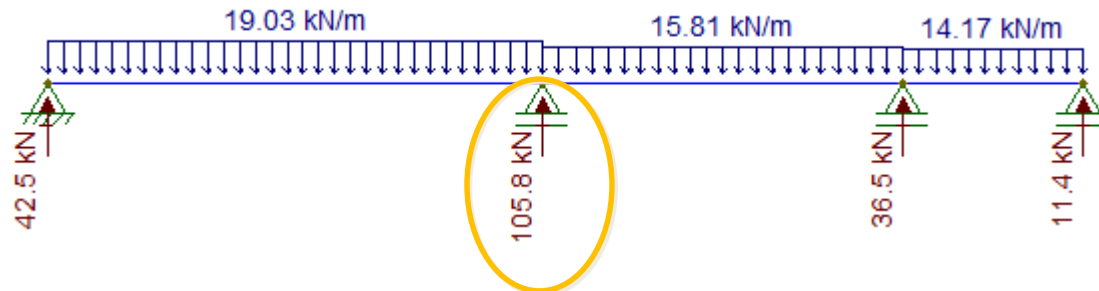


e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P2: $P_{p2} = R_{v1} + R_{v6} = 105,80 + 66,92 = 172,72 \text{ kN}$

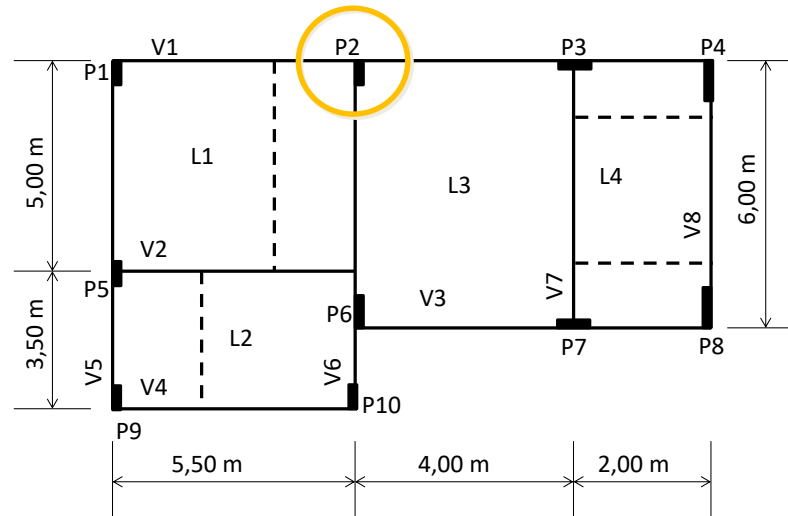


- V1

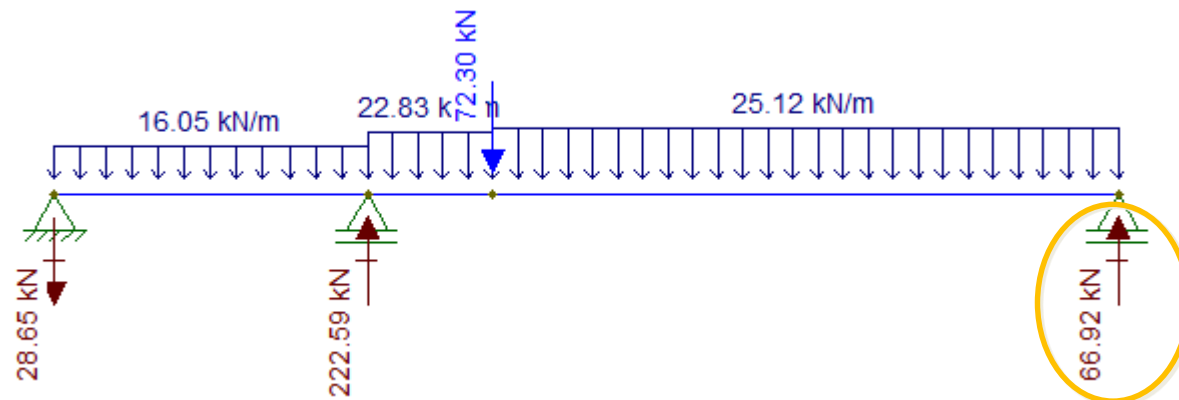


e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P2: $P_{p2} = R_{v1} + R_{v6} = 105,80 + 66,92 = 172,72 \text{ kN}$

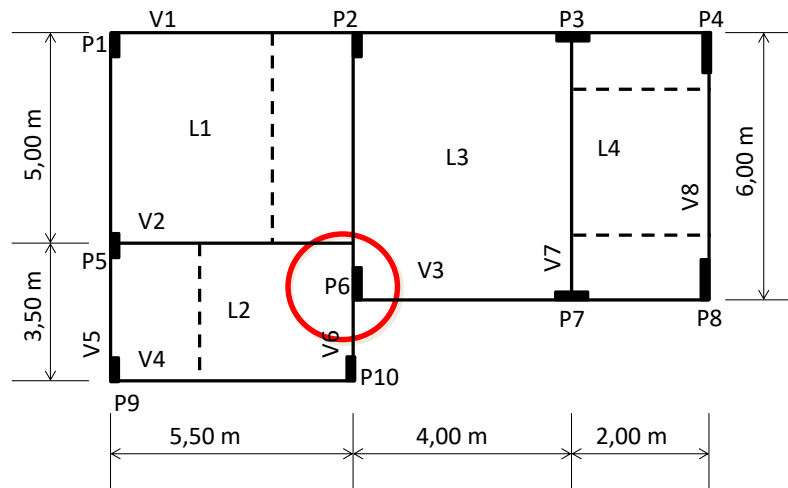


- V6

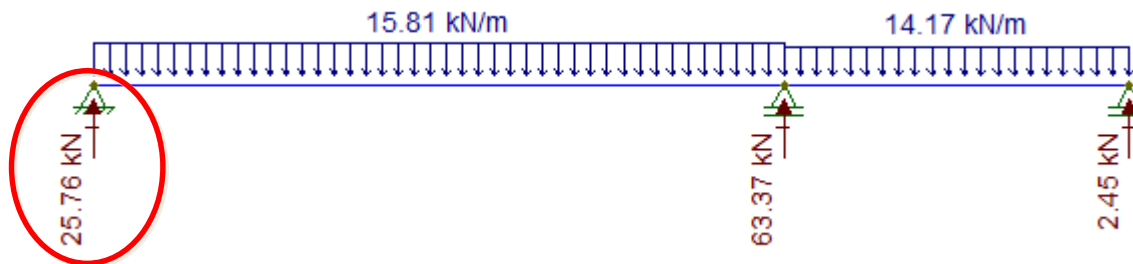


e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P6: $P_{p6} = R_{v3} + R_{v6} = 25,76 + 222,59 = 248,35 \text{ kN}$

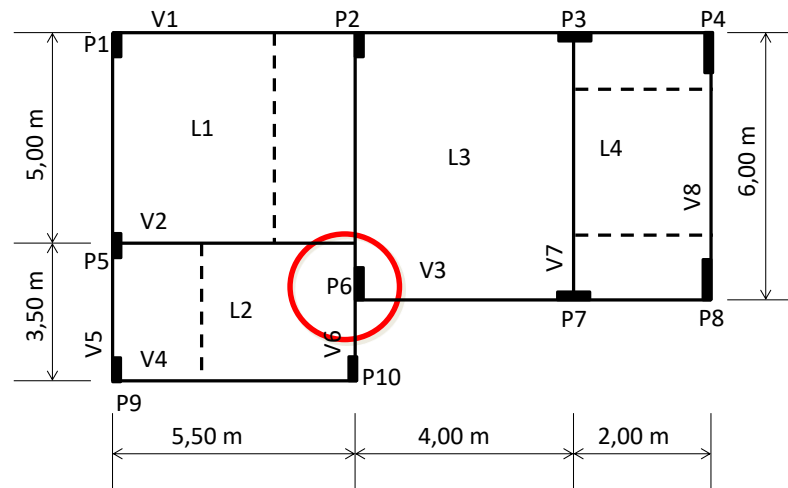


- V3

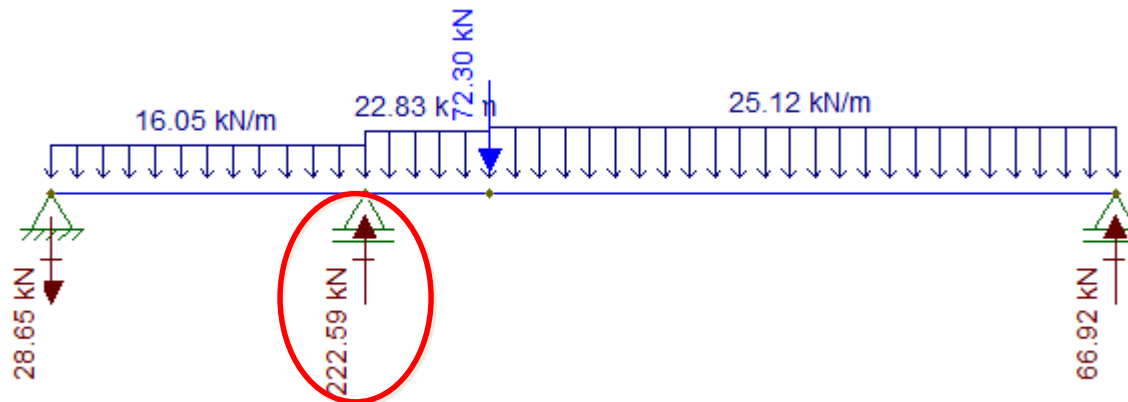


e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P6: $P_{p6} = R_{v3} + R_{v6} = 25,76 + 222,59 = 248,35 \text{ kN}$

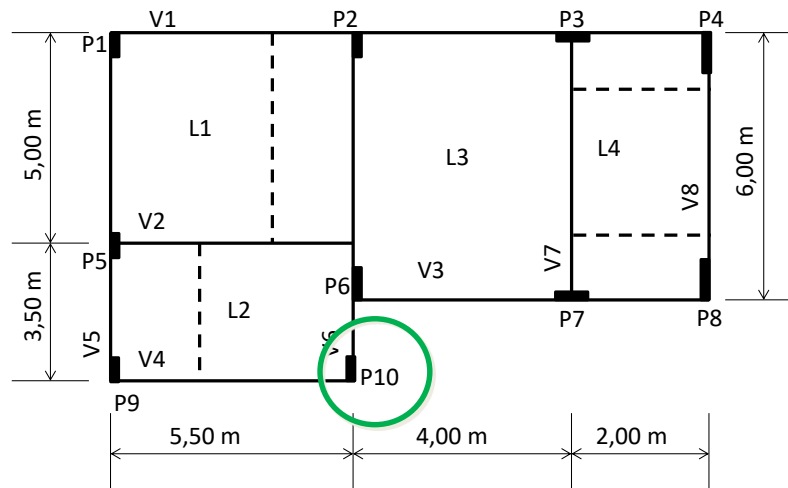


- V6

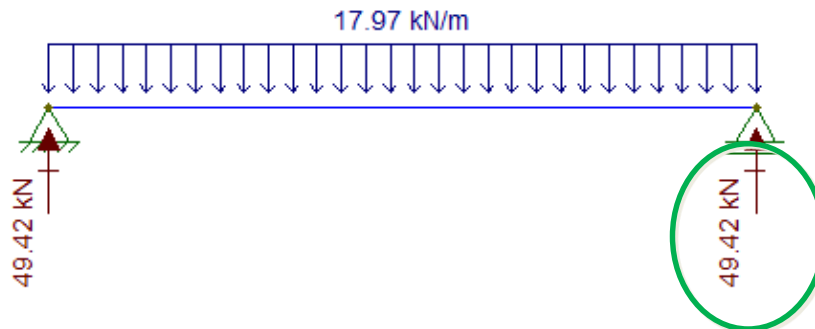


e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P10: $P_{p10} = R_{v4} + R_{v6} = 49,42 - 28,65 = 20,77 \text{ kN}$

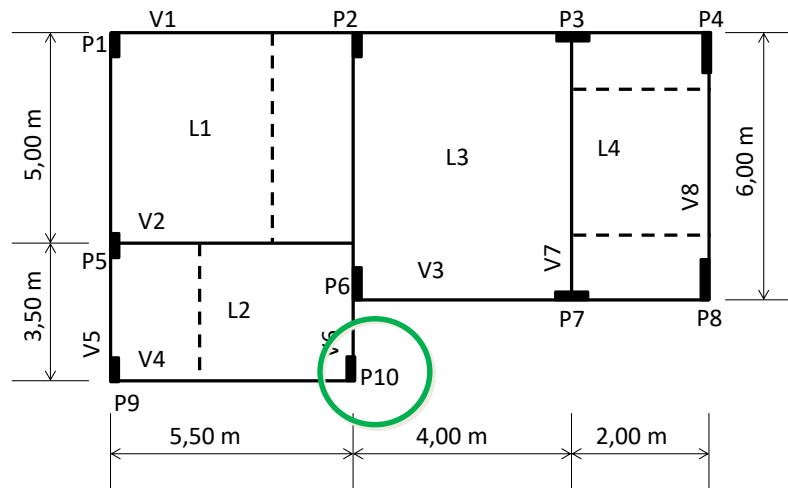


- V4



e) Cargas verticais nos pilares P2, P6 e P10

- Pilar P10: $P_{p10} = R_{v4} + R_{v6} = 49,42 - 28,65 = 20,77 \text{ kN}$



- V6

