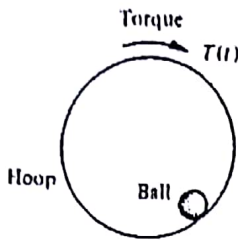


PROVA 1 - PMR3404 Controle I – 27/04/2018

Prof. Eduardo Aoun Tannuri

Nome: _____ No. USP: _____

1) (3,0 pontos) considere o dispositivo que consiste numa esfera que rola no interior de um aro. O aro é livre para girar em torno de seu eixo, como ilustra a figura. A posição angular do aro pode ser controlada pelo torque T aplicado ao eixo por um motor elétrico.



A equação característica do Sistema em malha fechada com realimentação unitária é:

$$1 + \frac{ks(0.25s + 1)}{s^2 + 2s + 2} = 0$$

- a) Esboce o Lugar das Raízes.
- b) Determine o ganho k quando as raízes são iguais. Calcule as duas raízes nesse caso.

2) (3,5 pontos) Considere o sistema representado pela função de malha aberta:

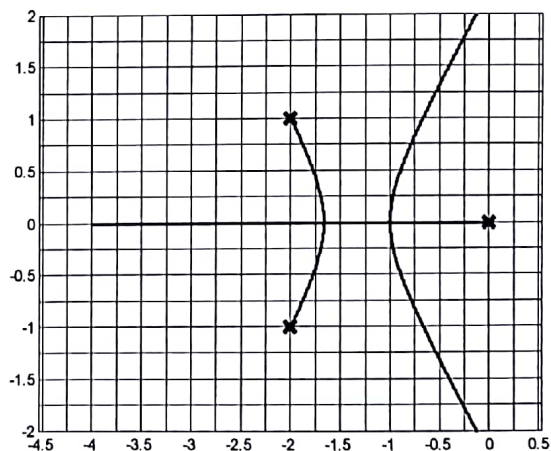
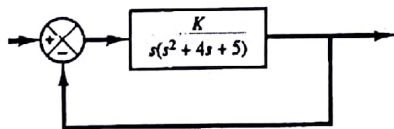
$$G(s) = \frac{(s + 6)}{(s + 10)(s^2 + 2s + 2)}$$

- a) O requisito para o projeto do controlador é obter uma resposta em malha fechada com tempo de estabilização de 2s e máximo sobressinal de 20%. Projete um controlador para atender tal requisito.
- b) Obtenha o erro em regime para uma entrada em degrau unitário na referência.
- c) Projete um controlador adicional para reduzir o erro em regime em 10 vezes em relação ao valor obtido no item (b).

3) (3,5 pontos) Considere o sistema abaixo, cujo Lugar das Raízes é também apresentado.

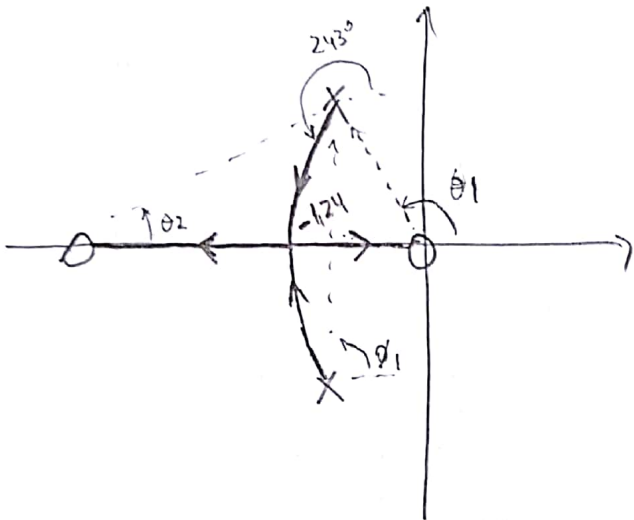
a) Determine o valor de K para que o fator de amortecimento ζ dos polos dominantes em malha fechada seja 0,7. Você pode obter informações aproximadas diretamente da figura.

b) Obtenha os polos em malha fechada para o valor de K obtido no item (a) e esboce a resposta ao degrau unitário na referência. Justifique todas as suas hipóteses.



$$1) \quad G(s) = \frac{s \cdot (0,25s + 1)}{s^2 + 2s + 2}$$

$$a) \quad \text{Zeros} = \begin{cases} 0 \\ -1 \end{cases} \quad \text{Poles} = \begin{cases} -1 \pm j \end{cases}$$



1) ASSÍNTOTAS: $n = m \Rightarrow$ não há assintotas

2) Ponto de encontro no eixo real

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

$$K = \frac{-(s^2 + 2s + 2)}{s(0,25s + 1)} = \frac{-s^2 - 2s - 2}{0,25s^2 + s}$$

$$\frac{dK}{ds} = \frac{-0,5s^2 + s + 2}{(0,25s^2 + s)^2} \Rightarrow -0,5s^2 + s + 2 = 0$$

$$s = \begin{cases} 3,24 \\ -1,24 \end{cases}$$

3) ÂNGULO DE SAÍDA DO POLO

$$-\phi_1 + \theta_1 + \theta_2 - \phi_2 = -180 \pm k360$$

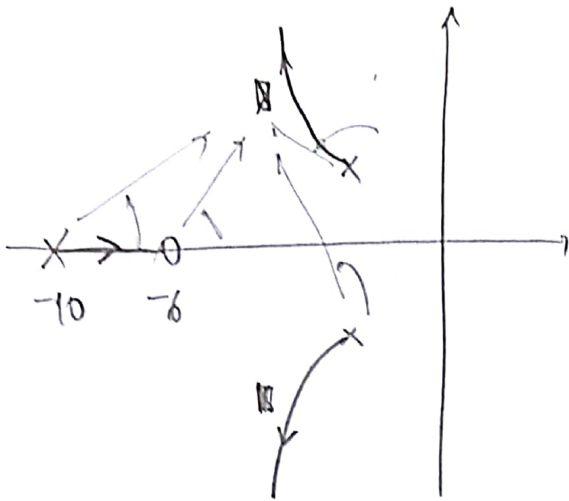
$$-90 + 135 + 18 - \phi_2 = -63 - \phi_2 = -180$$

$$\phi_2 = 243^\circ$$

b)

$$1 + \frac{K \cdot (-1,24) \cdot (-1,24 + 0,25s + 1)}{-1,24^2 + 2 \cdot (-1,24) + 2} = 0 \Rightarrow \boxed{K = 1,24}$$

2 a)



polos desajustados

$$M_p = 20\% \Rightarrow \zeta = 0,45$$

$$t_s = 2s$$

$$\Rightarrow \omega_n = 4,34 \text{ rad/s}$$

$$s_{1,2} = -2 \pm 3,87j$$

$$\text{ângulo de avanço} = \underline{\underline{11^\circ}}$$

Supondo o zero do compensador em $z = -2$

$$\Rightarrow G_c = K \frac{(s+2)}{(s+p)} \Rightarrow \text{obtemos } K = 24$$

$$p = 2,75$$

b)

erro em regime
p/ degrau unitário
na referência

$$= \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)G_c(s)$$

$$K_p = 5,24$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+5,24} = \underline{\underline{0,16}}$$

c) Devemos incluir um compensador de atraso

$$G_{c2} = K \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$$

$$\text{sendo } K = \beta = 10$$

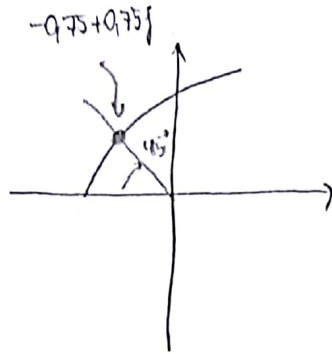
T deve ser tal que $\frac{1}{T} < \text{partes reais dos polos do sistema}$

$$\text{melhores } T = 10 \Rightarrow$$

$$G_{c2} = 10 \cdot \frac{10s+1}{100s+1}$$

3) Pela figura, $\zeta = 0,7 \Rightarrow \theta = 45^\circ$

(a)



$$p_{1,2} = -0,75 \pm 0,75j$$

$$\rightarrow \left| \frac{K}{s(s^2 + 4s + 5)} \right|_{s = -0,75 \pm 0,75j} = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 2,91}$$

(b)

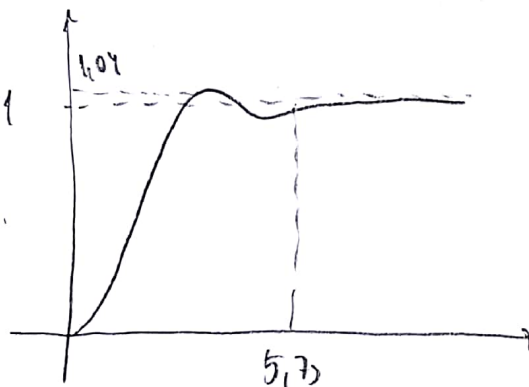
$$p_{1,2} \approx -0,75 \pm 0,75j$$

$$p_3 \Rightarrow -2,44$$

$$1 + \frac{2,91}{s(s^2 + 4s + 5)} = 0$$

$$\Rightarrow s_{1,2} \approx -0,75 \pm 0,75j$$

$$s_3 = -2,44 \leftarrow \text{n\u00e3o dominante}$$



$$\text{Sobressinal} = 4,5\% \quad \omega_N = 1 \text{ rad/s}$$

$$t_s^{2\%} = 5,73$$