$\vec{v}_{P/T}$ = módulo desconhecido sul para norte

$\vec{v}_{P/A}$ = 240 km/h direção desconhecida

$\vec{v}_{A/T}$ = 100 km/h oeste para leste

Podemos resolver as incógnitas desconhecidas usando a Figura 3.36 e a trigonometria.

EXECUTAR: a partir do diagrama, a velocidade $v_{P/T}$ e o ângulo β são dados por

$$v_{P/T} = \sqrt{(240\text{ km/h})^2 - (100\text{ km/h})^2} = 218\text{ km/h}^2$$

$$\beta = \text{arcsen}\left(\frac{100\text{ km/h}}{240\text{ km/h}}\right) = 25°$$

O piloto deve inclinar o avião em 25° oeste e sua velocidade em relação ao solo é de 218 km/h.

AVALIAR: note que tanto neste exemplo quanto no anterior precisamos determinar duas incógnitas. A diferença é que, no Exemplo 3.14, a direção e o módulo se referiam ao *mesmo* vetor ($\vec{v}_{P/T}$), enquanto neste exemplo, eles se referem a vetores *diferentes* ($\vec{v}_{P/T}$ e $\vec{v}_{P/A}$).

Não é de se surpreender que um vento contrário reduza a velocidade de um avião em relação ao solo. Este exemplo demonstra que um *vento ortogonal* também reduz a velocidade de um avião — um infortúnio no dia-a-dia da aeronáutica.

Teste sua compreensão da Seção 3.5 Suponha que o bico de um avião esteja direcionado para leste e que o avião possua uma velocidade do ar de 150 km/h. Devido ao vento, o avião se move para *norte* em relação ao solo e sua velocidade escalar relativa à Terra é 150 km/h. Qual é a velocidade do ar relativa à Terra? i) 150 km/h do leste para oeste; ii) 150 km/h do sul para norte; iii) 150 km/h do sudeste para noroeste; iv) 212 km/h do leste para oeste; v) 212 km/h do sul para norte; vi) 212 km/h do sudeste para noroeste; vii) não há ocorrência possível de um vento com velocidade tal que possa causar isso. ▌

Resumo

Vetores de posição, velocidade e aceleração: o vetor posição $\vec{r}$ é um vetor que vai da origem do sistema de coordenadas a um ponto P do espaço, cujas coordenadas cartesianas são x, y e z.

O vetor velocidade média $\vec{v}_m$ durante um intervalo de tempo Δt é o deslocamento $\Delta\vec{r}$ (a variação do vetor posição $\vec{r}$) dividido por Δt. O vetor velocidade instantânea $\vec{v}$ é a derivada do tempo de $\vec{r}$, e seus componentes são as derivadas de tempo x, y e z. A velocidade escalar instantânea é o módulo de $\vec{v}$. A velocidade $\vec{v}$ de uma partícula é sempre tangente à trajetória da partícula (Exemplo 3.1).

O vetor aceleração média $\vec{a}_m$ durante um intervalo de tempo Δt é a variação da velocidade $\Delta\vec{v}$ dividido por Δt. O vetor aceleração instantânea $\vec{a}$ é a derivada de tempo de $\vec{v}$, e seus componentes são *as derivadas de tempo de* v_x, v_y *e* v_z (Exemplo 3.2).

O componente de aceleração paralelo à direção da velocidade instantânea afeta a velocidade, enquanto o componente de $\vec{a}$ perpendicular a $\vec{v}$ afeta a direção do movimento (exemplos 3.3 e 3.4).

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k} \qquad (3.1)$$

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (3.2)$$

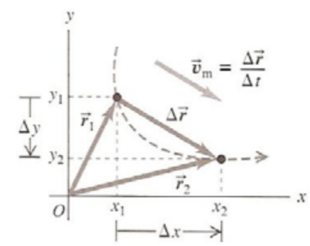
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (3.3)$$

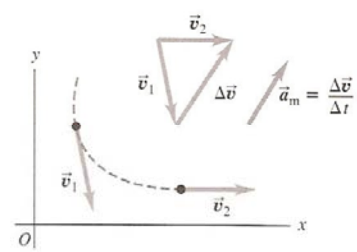
$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad (3.4)$$

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad (3.8)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (3.9)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \qquad (3.10)$$





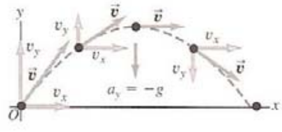
Movimento de um projétil: no movimento de um projétil, desprezada a resistência do ar, $a_x = 0$ e $a_y = -g$. As coordenadas e os componentes da velocidade em função do tempo são simples funções de tempo, e o formato da trajetória é sempre uma parábola. Geralmente definimos a origem na posição inicial do projétil (exemplos 3.5 a 3.10).

$$x = (v_0\cos\alpha_0)t \qquad (3.20)$$

$$y = (v_0\text{sen}\,\alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (3.21)$$

$$v_x = v_0\cos\alpha_0 \qquad (3.22)$$

$$v_y = v_0\text{sen}\,\alpha_0 - gt \qquad (3.23)$$



Movimento circular uniforme e não uniforme: quando uma partícula se move ao longo de um círculo de raio R com velocidade escalar v constante (movimento circular uniforme), ela possui aceleração dirigida $\vec{a}$ para o centro do círculo e perpendicular ao vetor $\vec{v}$. O módulo a_{rad} da aceleração pode ser expressa em termos de v e R ou em termos de R e o período T (o tempo de uma revolução), onde $v = 2\pi R/T$. (exemplos 3.11 e 3.12).

Quando a velocidade escalar não for constante (movimento circular não uniforme), ainda existirá um componente radial de $\vec{a}$ dado pela Equação (3.28) ou (3.30), mas existirá também um componente paralelo (tangencial) à trajetória. Esse componente é igual à taxa de variação da velocidade escalar, dv/dt.

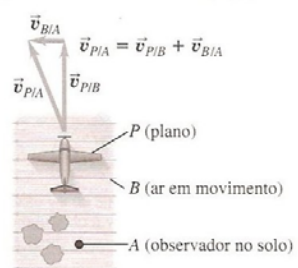
$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \tag{3.28}$$

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \tag{3.30}$$

Velocidade relativa: quando um corpo P se move em relação a outro corpo (ou sistema de referência) B, e B se move em relação à A, designamos a velocidade de P relativa a B por $\vec{v}_{P/B}$, a velocidade de P relativa à A por $\vec{v}_{P/A}$ e a velocidade de B relativa a A por $\vec{v}_{B/A}$. Quando essas velocidades estão ao longo da mesma linha, seus componentes ao longo dessa linha estão relacionados pela Equação (3.33). Genericamente, essas velocidades estão relacionadas pela Equação (3.36) (exemplos 3.13 a 3.15).

$$v_{P/Ax} = v_{P/Bx} + v_{B/Ax} \tag{3.33}$$
(velocidade relativa ao longo da linha)

$$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A} \tag{3.36}$$
(velocidade relativa no espaço)



Principais termos

Resposta à Pergunta Inicial do Capítulo

Um carro que faz uma curva a uma velocidade escalar constante possui aceleração orientada para o interior da curva (Seção 3.2, principalmente Figura 3.12a)

Respostas às Perguntas dos Testes de Compreensão

3.1 **Resposta: iii)** Se a velocidade instantânea $\vec{v}$ é constante por um intervalo de tempo, seu valor em qualquer ponto (incluindo o final do intervalo) é o mesmo que a velocidade média $\vec{v}_m$ no intervalo. Em i) e ii), a direção de $\vec{v}$ no final do intervalo é tangente à trajetória nesse ponto, enquanto a direção de $\vec{v}_m$ aponta desde o início da trajetória até o final dela (na direção do deslocamento líquido). Em iv) $\vec{v}$ e $\vec{v}_m$ são ambos orientados ao longo da linha reta, mas $\vec{v}$ possui módulo maior, porque a velocidade escalar é crescente.

3.2 **Resposta: vetor 7.** No ponto alto da trajetória do trenó, a velocidade escalar é mínima. Nesse ponto, a velocidade não está nem crescendo nem diminuindo, e o componente paralelo da aceleração (ou seja, o componente horizontal) é zero. A aceleração possui somente um componente perpendicular orientado para o interior da trajetória curva do trenó. Em outras palavras, a aceleração é orientada para baixo.

3.3 **Resposta: i)** Na ausência de gravidade ($g = 0$), o macaco não cairia e o dardo seguiria uma trajetória retilínea (demonstrada como uma linha tracejada). O efeito da gravidade consiste em fazer o macaco e o dardo percorrerem a mesma distância em queda, $\frac{1}{2}gt^2$ abaixo das suas posições $g = 0$. O ponto A está na mesma distância abaixo da posição inicial do macaco que o ponto P em relação à linha tracejada, logo o ponto A é onde encontraremos o macaco no instante em questão.

3.4 **Resposta: ii)** Tanto no topo quanto na parte de baixo do círculo, a aceleração é puramente radial e é dada pela Equação (3.28). O raio R é o mesmo em ambos os pontos; logo, a diferença em aceleração deve-se puramente às diferenças na velocidade escalar. Como a_{rad} é proporcional ao quadrado de v, a velocidade escalar deve ser duas vezes maior na parte de baixo do círculo do que no topo.

3.5 **Resposta: vi)** O efeito do vento consiste em cancelar o movimento do avião na direção leste e dar-lhe um movimento em direção ao norte. Logo, a velocidade do ar relativa ao solo