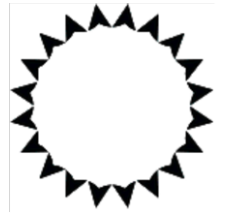




PEF2603
Estruturas na Arquitetura III -
Sistemas Reticulados e Laminares



Placas/lajes

(08/04/2019)

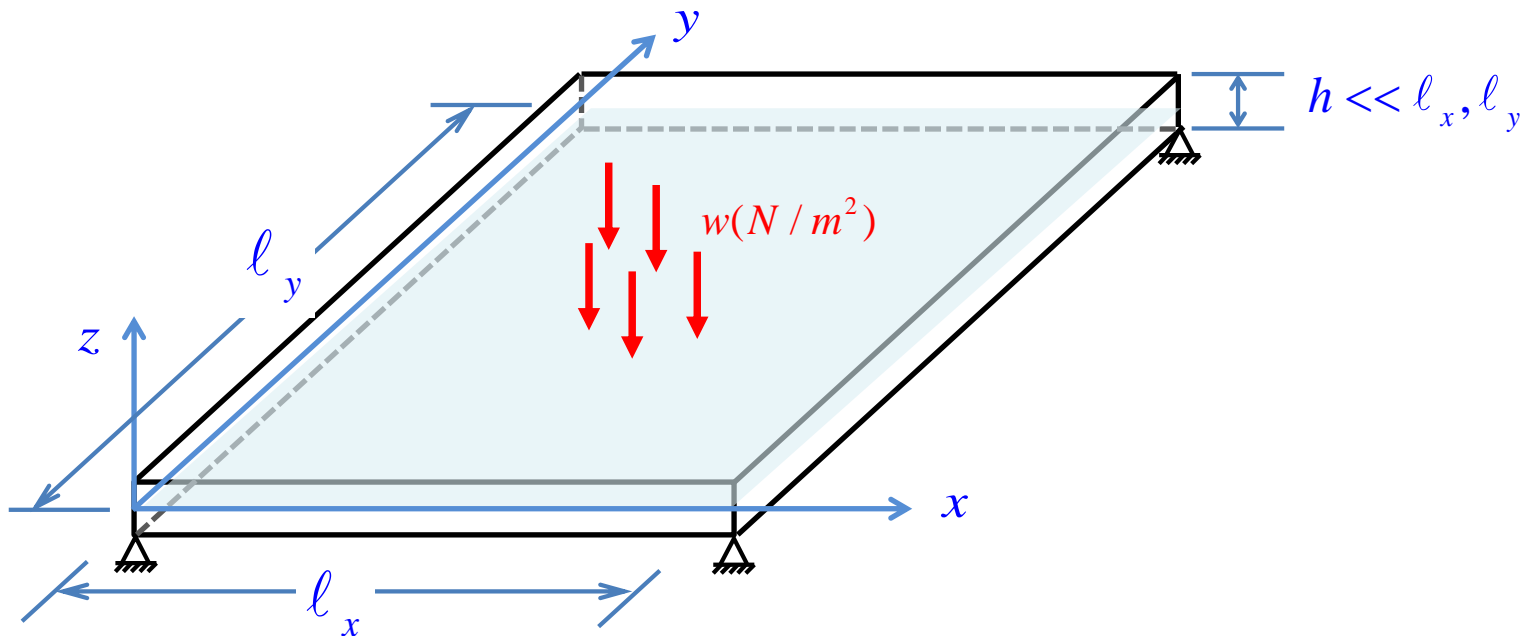
Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila Meneghetti Valverdes, Luís Bitencourt

1º Semestre 2019

Placas/lajes

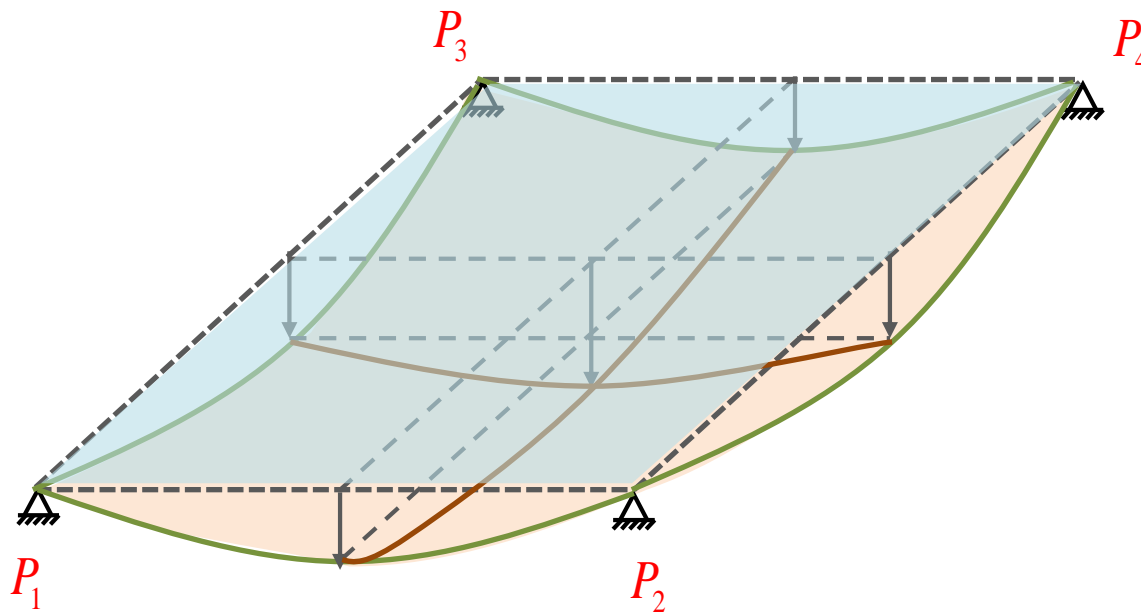
Elementos estruturais definidos por um plano médio e uma espessura muito menor que as dimensões laterais, carregada transversalmente ao plano médio.



Placa apoiada por colunas.



Hipóteses:
$$\begin{cases} u_x = u_y = 0 \\ u_z \ll l_x \cong l_y \end{cases}$$



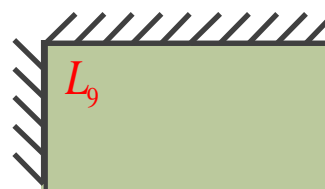
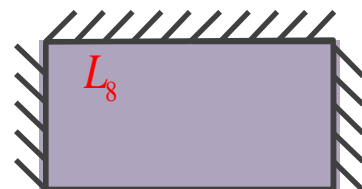
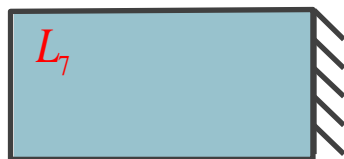
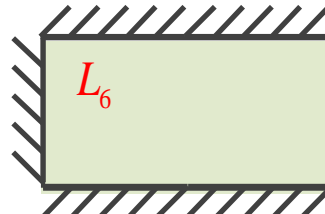
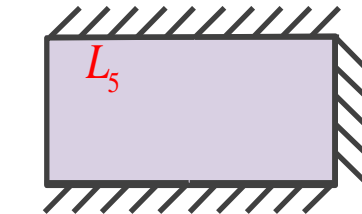
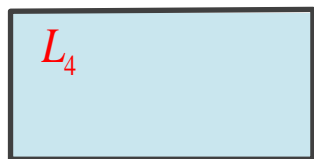
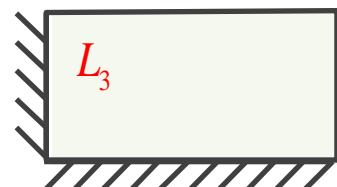
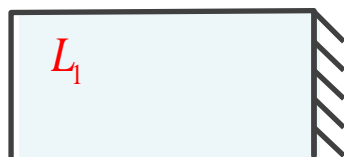
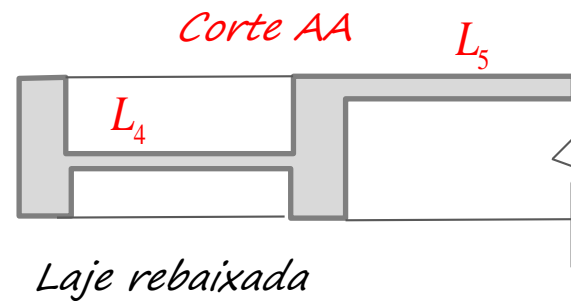
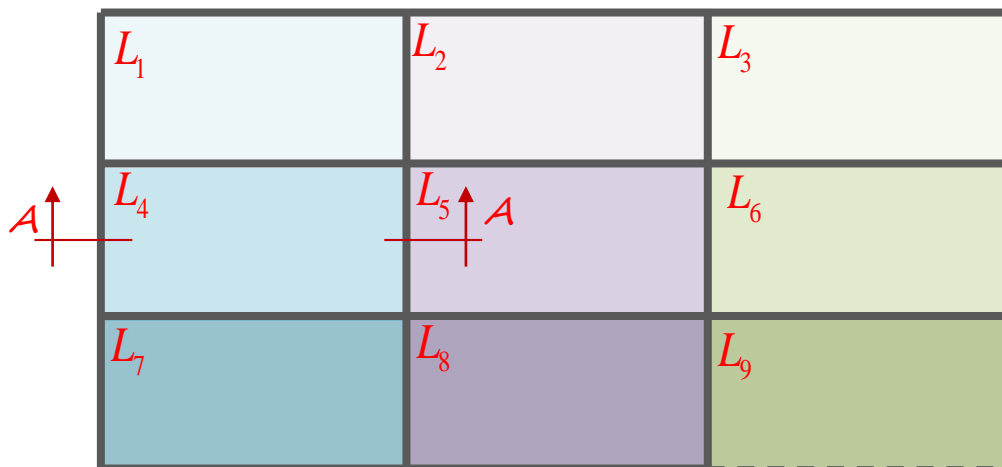
Condições de contorno:

$$u_{z,P_1} = u_{z,P_2} = u_{z,P_3} = u_{z,P_4} = 0$$

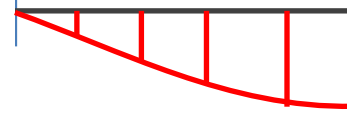
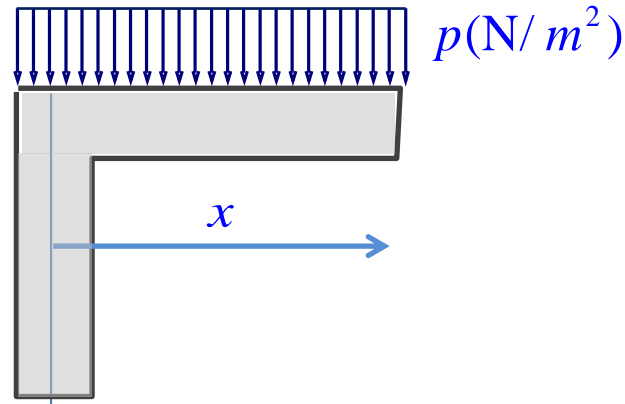
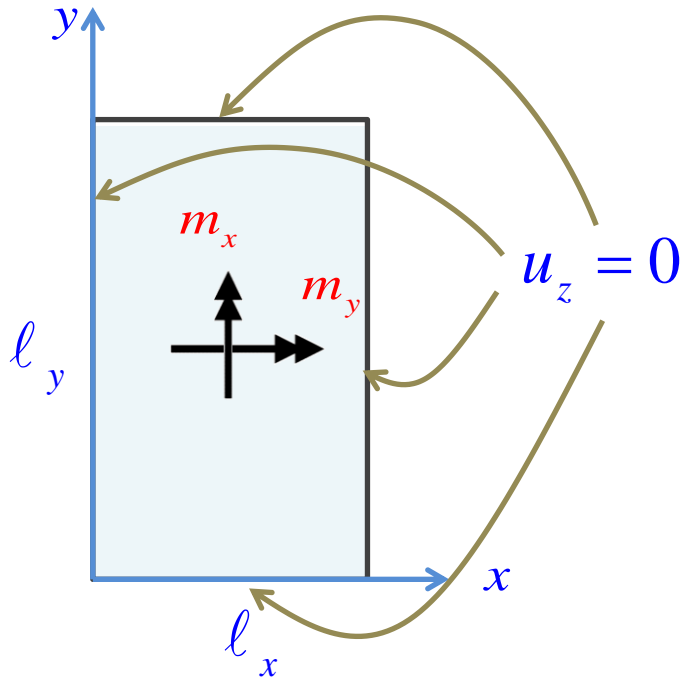
∴ Placas são usualmente hiperestáticas!



Condições de vinculação das bordas das lajes:



1. Placa simplesmente apoiada nas bordas



$m_x(x) \sim pl^2$
 momentos por unidade de comprimento (em $\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$)

Momentos máximos ocorrem no meio do vão:

$$m_x^{\max} = \frac{pl_x^2}{\alpha_x}$$

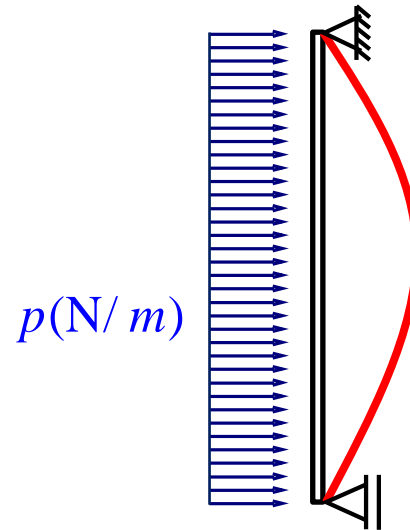
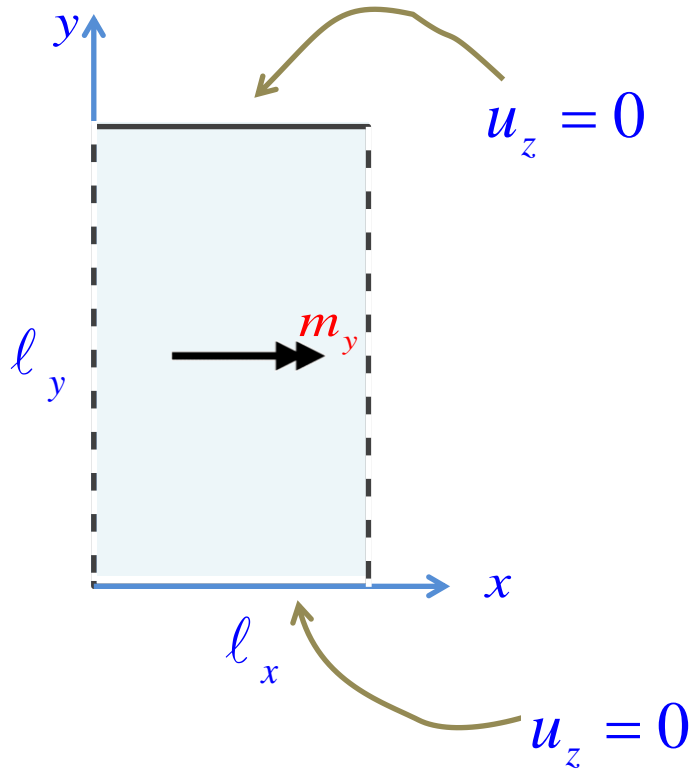
α_x Constante que depende da geometria, mais especificamente da razão l_x / l_y

Na outra direção:
$$m_y^{\max} = \frac{pl_y^2}{\psi_y} = \frac{pl_x^2}{\alpha_y}$$

(Note que se a razão entre os lados é definida, m_y^{\max} também pode ser expresso em função de l_x)



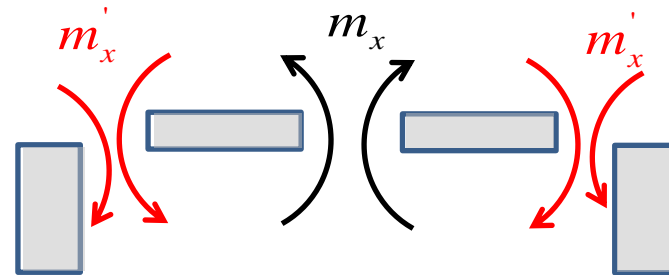
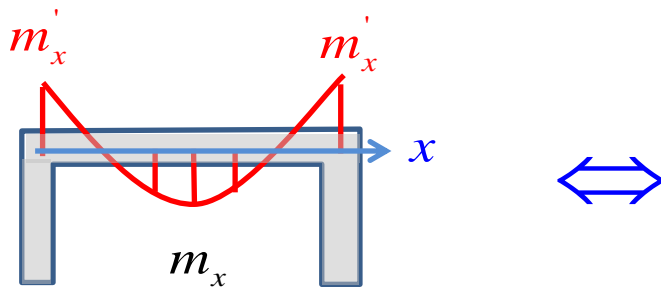
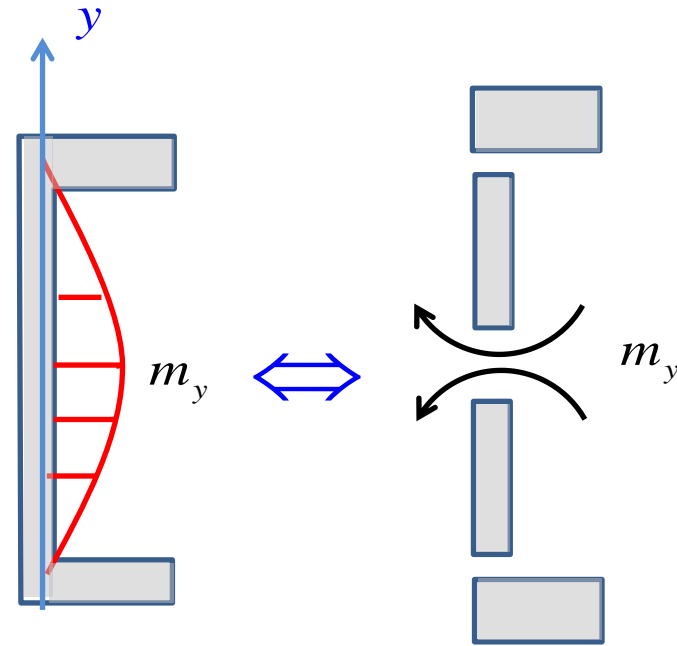
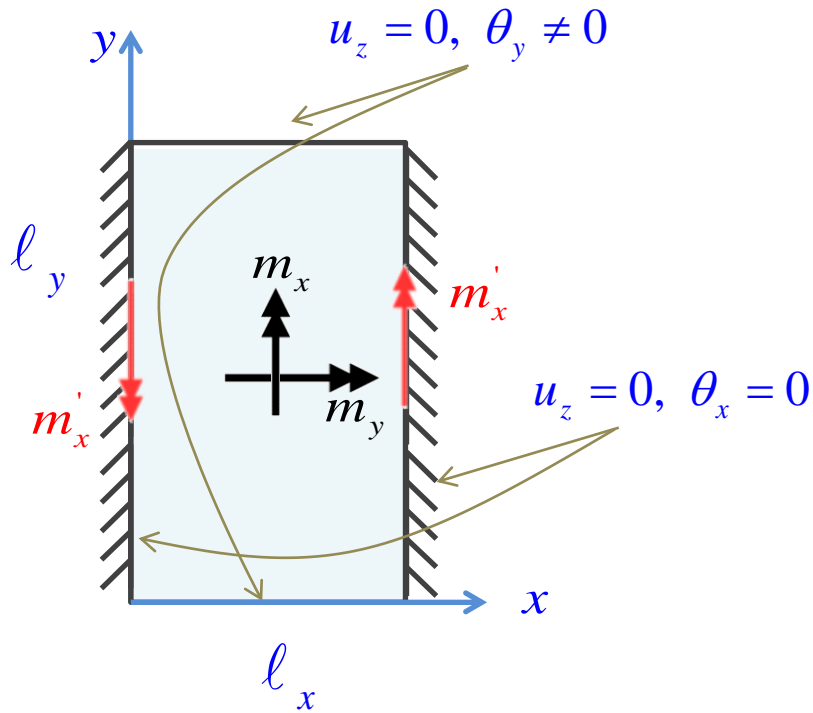
2. Placa simplesmente apoiada em duas bordas opostas e as outras duas bordas livres



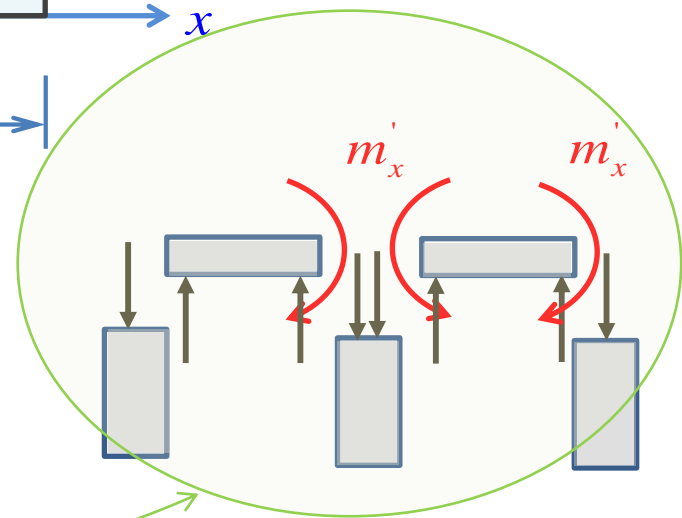
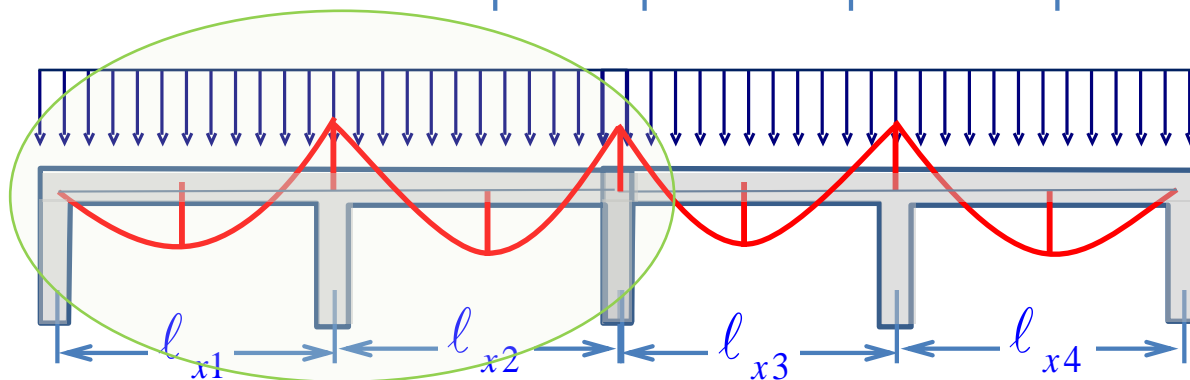
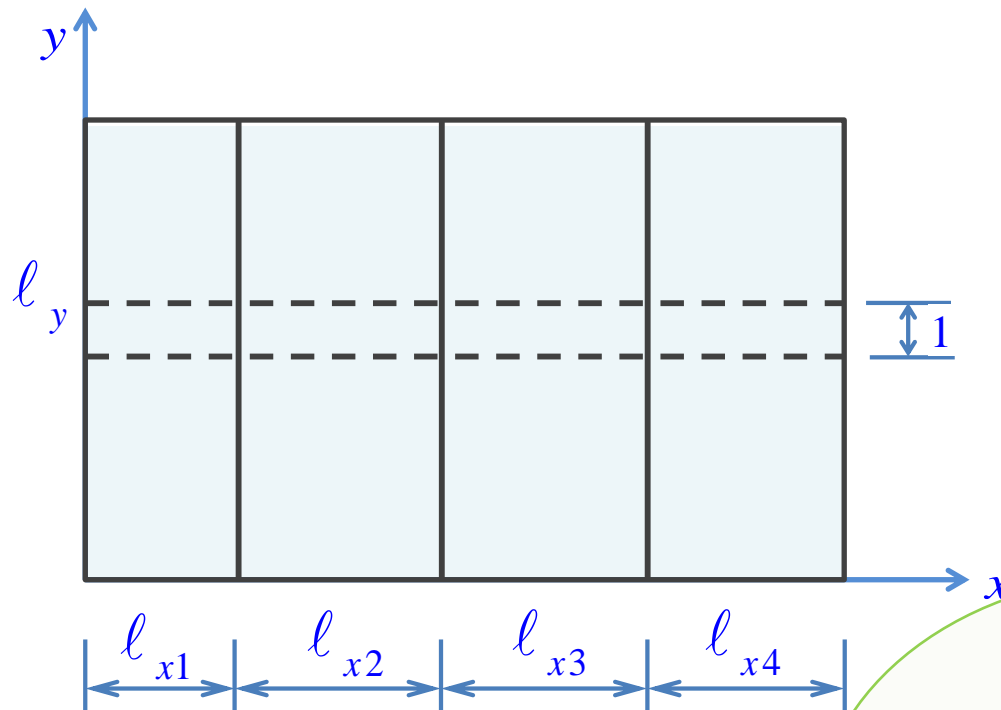
Pode ser calculada como uma viga bi-apoiada com largura de base $b = 1m$



3. Placa com duas bordas opostas engastadas e duas apoiadas

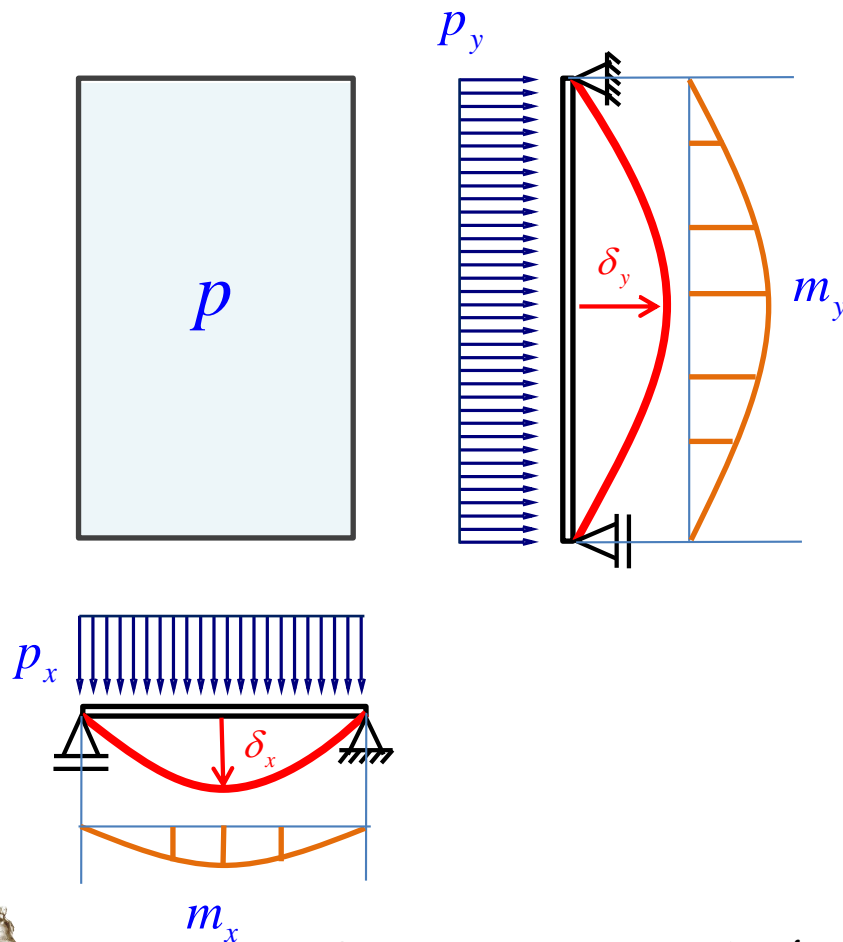


3. Laje contínua: o vão l_y é superior ao dobro dos demais vãos na direção x , logo todos os painéis são armados na direção x . Neste caso, a laje pode ser calculada como uma viga contínua de largura unitária.



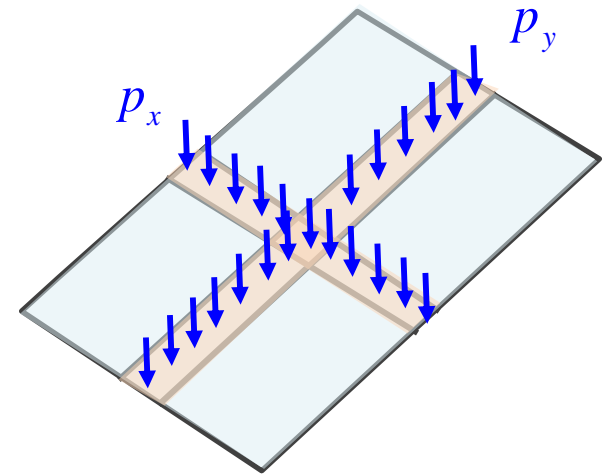
ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA O CÁLCULO DAS LAJES – MÉTODO DE MARCUS

Supõe-se que as lajes trabalham, grosso modo, analogamente às grelhas, dividindo o carregamento nas duas direções e impondo a compatibilidade de deslocamentos. Por exemplo, seja a placa simplesmente apoiada nos quatro lados.



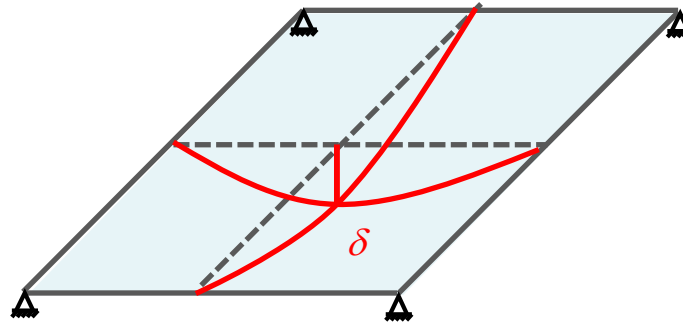
a) EQUILIBRIO

$$p_x + p_y = p \quad (1)$$



b) COMPATIBILIDADE

$$\delta_x = \delta_y = \delta$$



$$\delta = \frac{5p_x l_x^4}{384EI} = \frac{5p_y l_y^4}{384EI} \quad \therefore \quad \frac{p_y}{p_x} = \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^4 \quad (2)$$

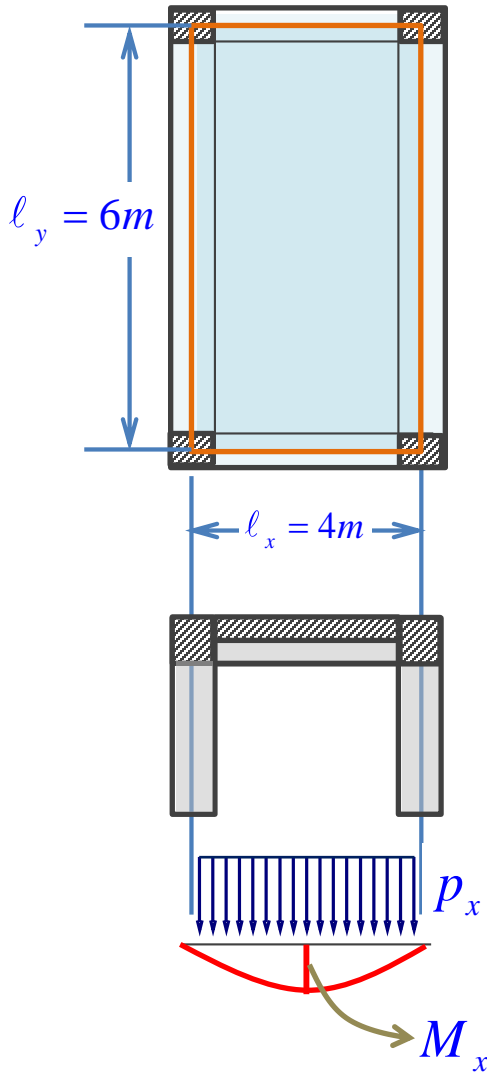
AÇÃO BIDIMENSIONAL

$$\frac{2}{3} \leq \frac{l_y}{l_x} \leq \frac{3}{2}$$

Caso contrário, uma direção é fortemente preponderante, e a ação da laje é unidirecional!



Exemplo Numérico:



$$h = 10\text{cm}$$

$$p = 30\text{kN} / \text{m}^2$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^4 = \left(\frac{6}{4} \right)^4 = 5,0625 \quad (1)$$

$$p_x + p_y = 30 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2) \quad 5,0625 p_y + p_y = 30$$

$$p_y = \frac{30}{6,0625} = 4,95\text{kN} / \text{m}$$

$$p_x = 30 - 4,95 = 25,05\text{kN} / \text{m}$$



Cálculo dos Momentos

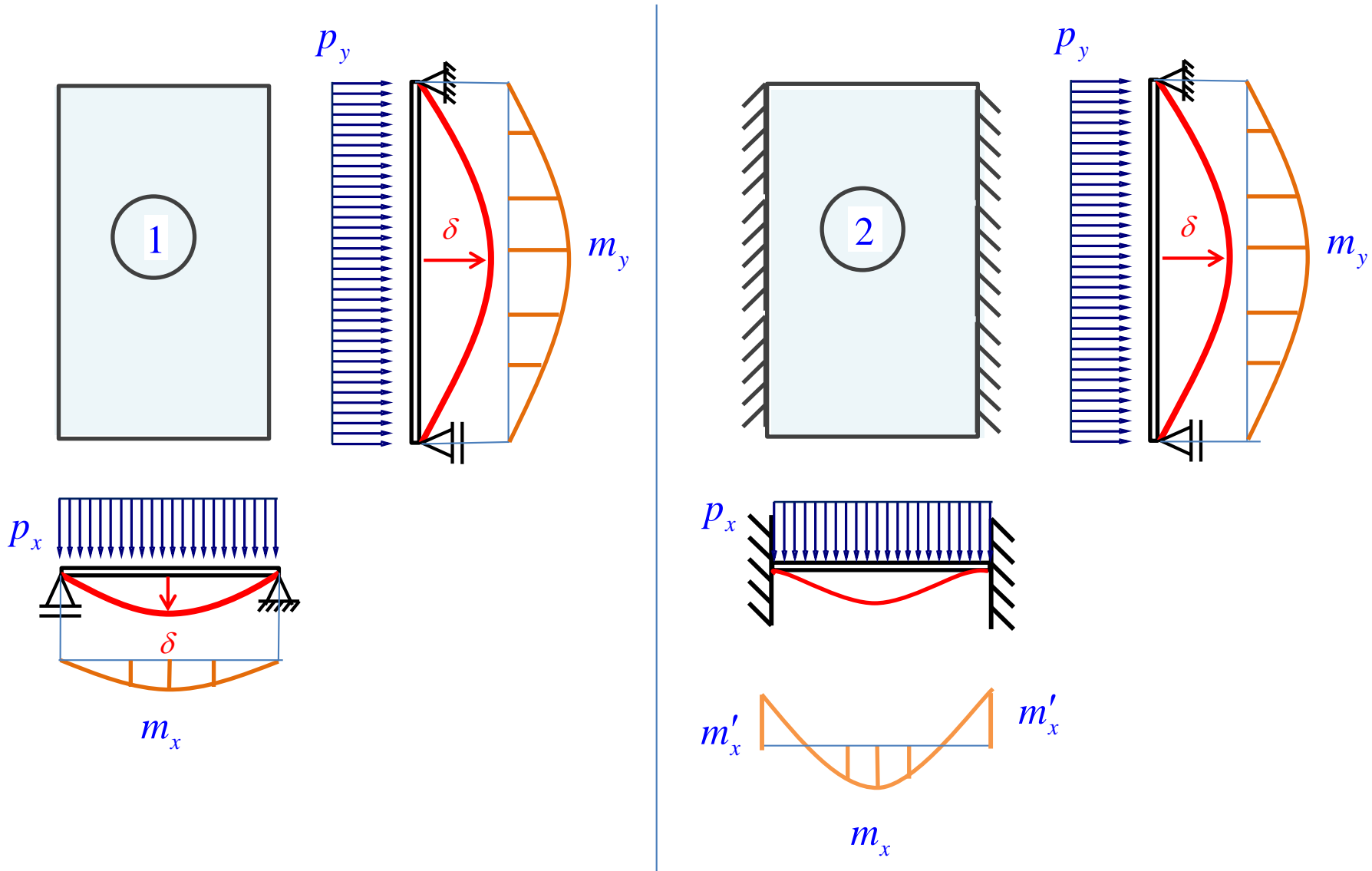
$$m_x = \frac{p_x \ell_x^2}{8} = \frac{25,05 \times 4^2}{8} \quad \therefore \quad m_x = 50,1 \text{ kN.m / m}$$

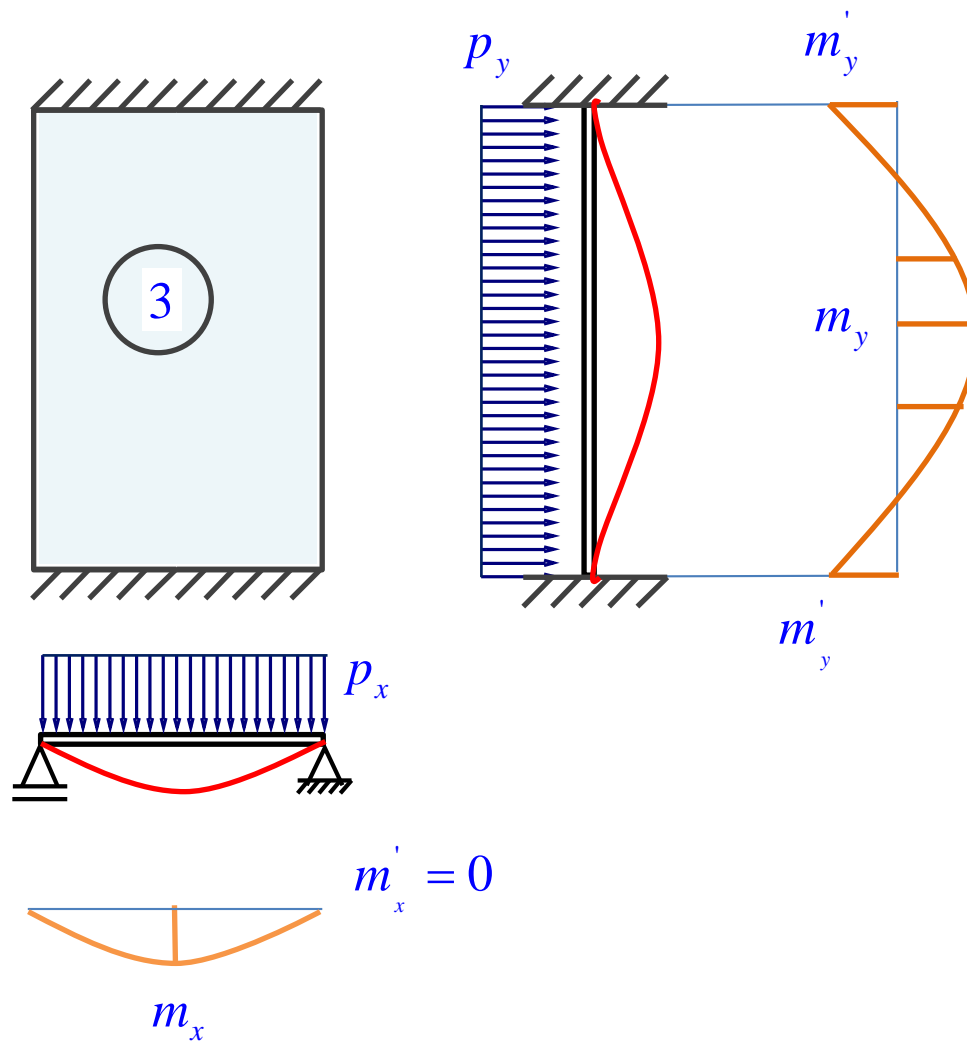
$$m_y = \frac{p_y \ell_y^2}{8} = \frac{4,95 \times 6^2}{8} \quad \therefore \quad m_y = 22,3 \text{ kN.m / m}$$

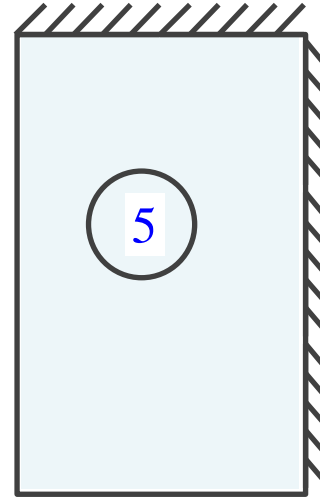
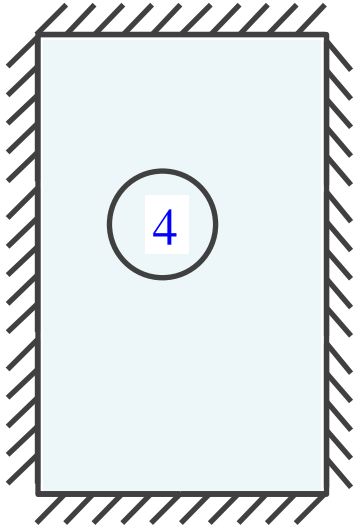
- ∴ Vão menor “puxa” mais carga e, em consequência, é mais solicitado!
- ∴ Este é um cálculo bastante grosseiro, mais adiante veremos um valor mais exato.

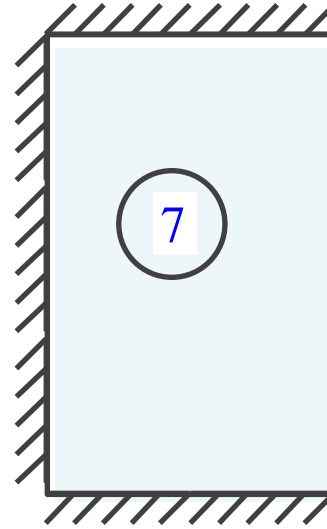
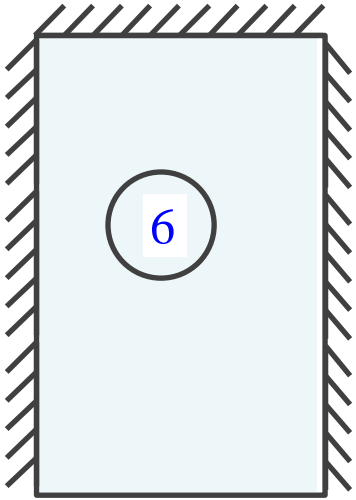


∴ Outros tipos de condições de contorno geram equações de compatibilidade análogas:









Na realidade, as deformações nas placas não são tão regulares, e o comportamento muda muito conforme o tipo de vinculação, geometria e carregamento!

O cálculo analítico é complicado!!

Para placas planas com deslocamentos exclusivamente transversais:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

Equação Sophie_Germain-Lagrange (1816)

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Módulo de rigidez da placa

Solução Analítica Complicada



Métodos Numéricos



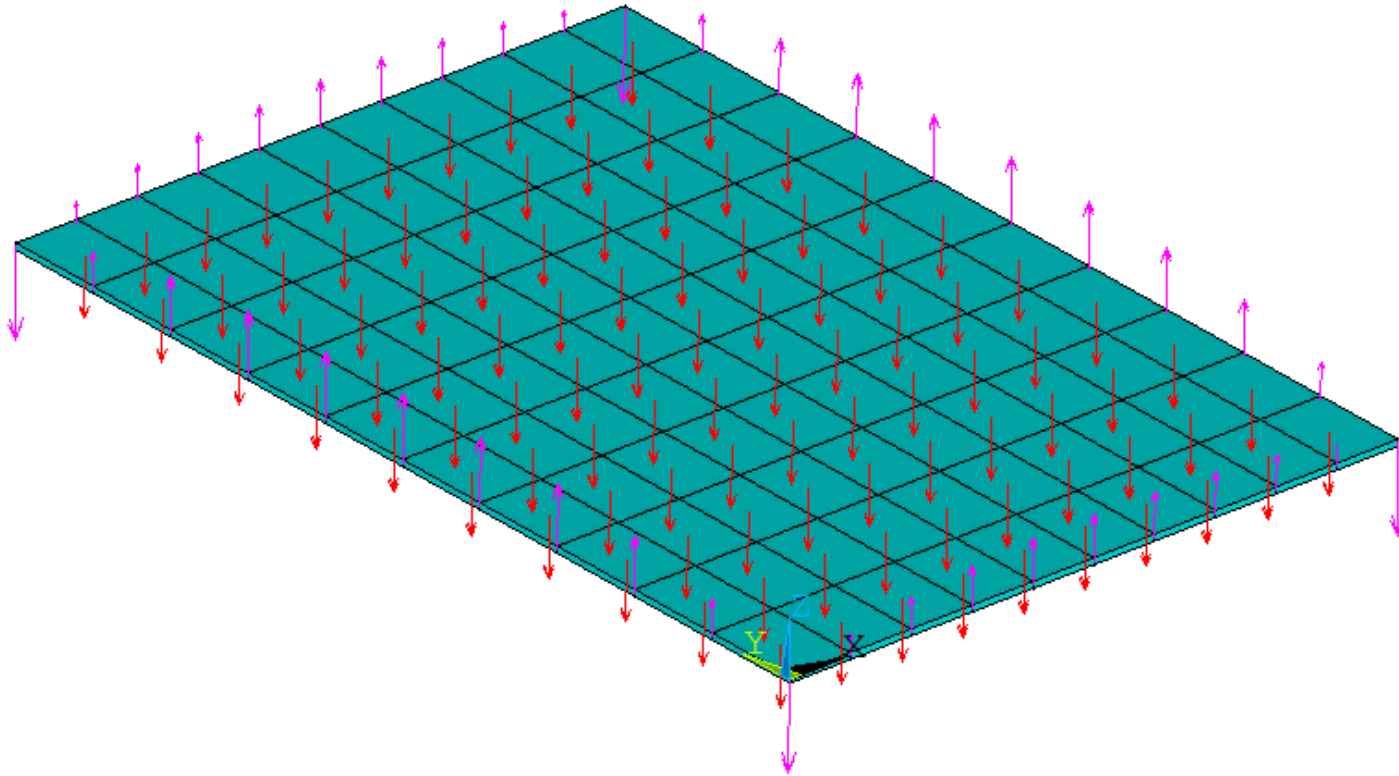
1
ELEMENTS

RFOR

PRES-NORM
-4000

*Laje simplesmente apoiada no
perímetro, modelada em Ansys*

$E=30\text{GPa}$, $\nu=0$, $h=10\text{cm}$,
 $L_x=10\text{m}$, $L_y=15\text{m}$
 $p=4\text{kN/m}^2$



1
NODAL SOLUTION

STEP=1

SUB =1

TIME=1

UZ (AVG)

RSYS=0

DMX =.123725

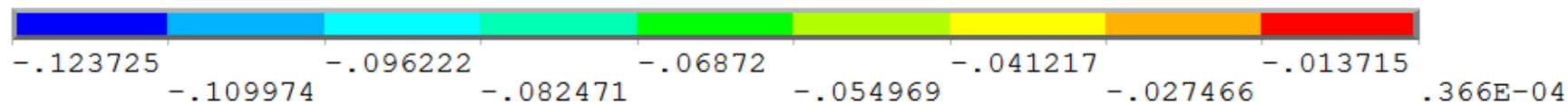
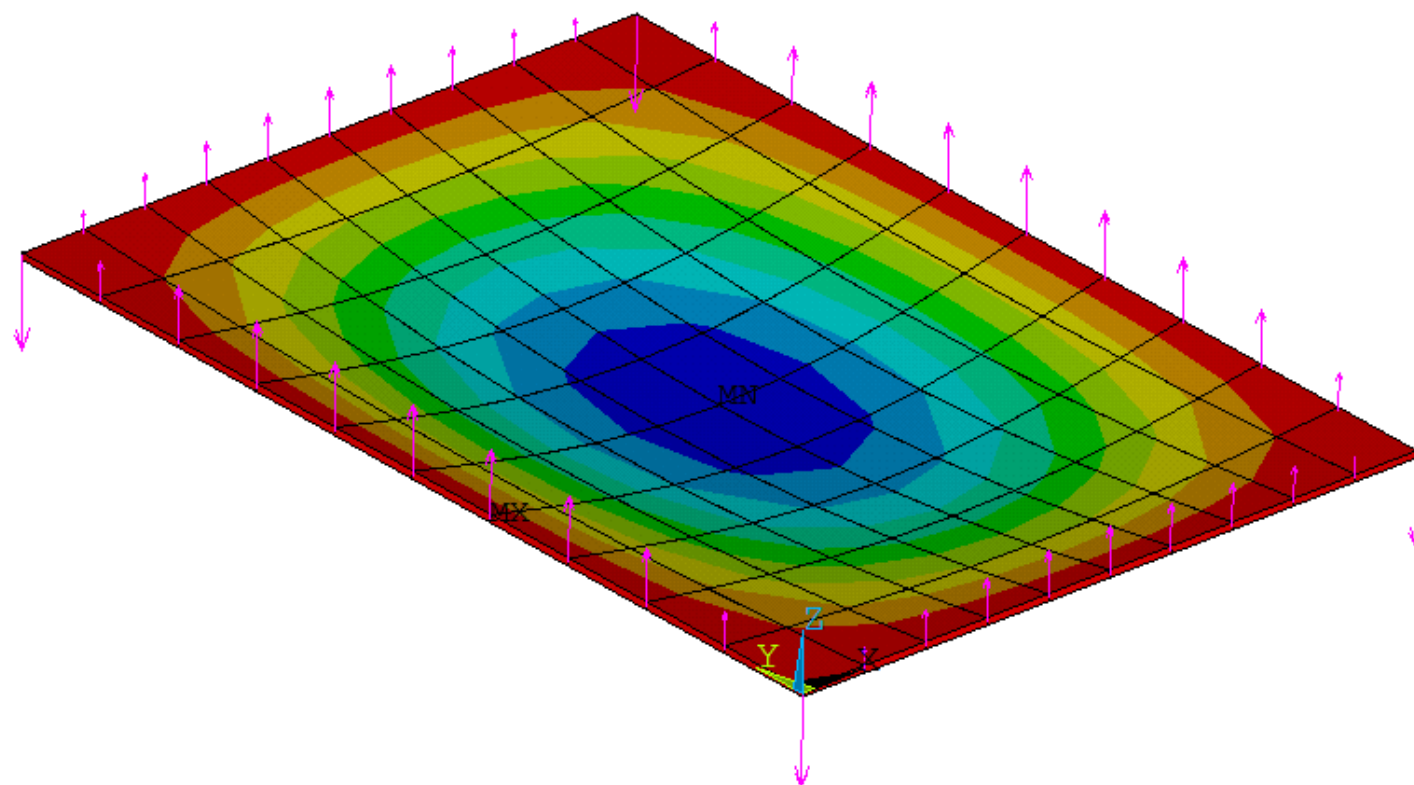
SMN =-.123725

SMX =.366E-04

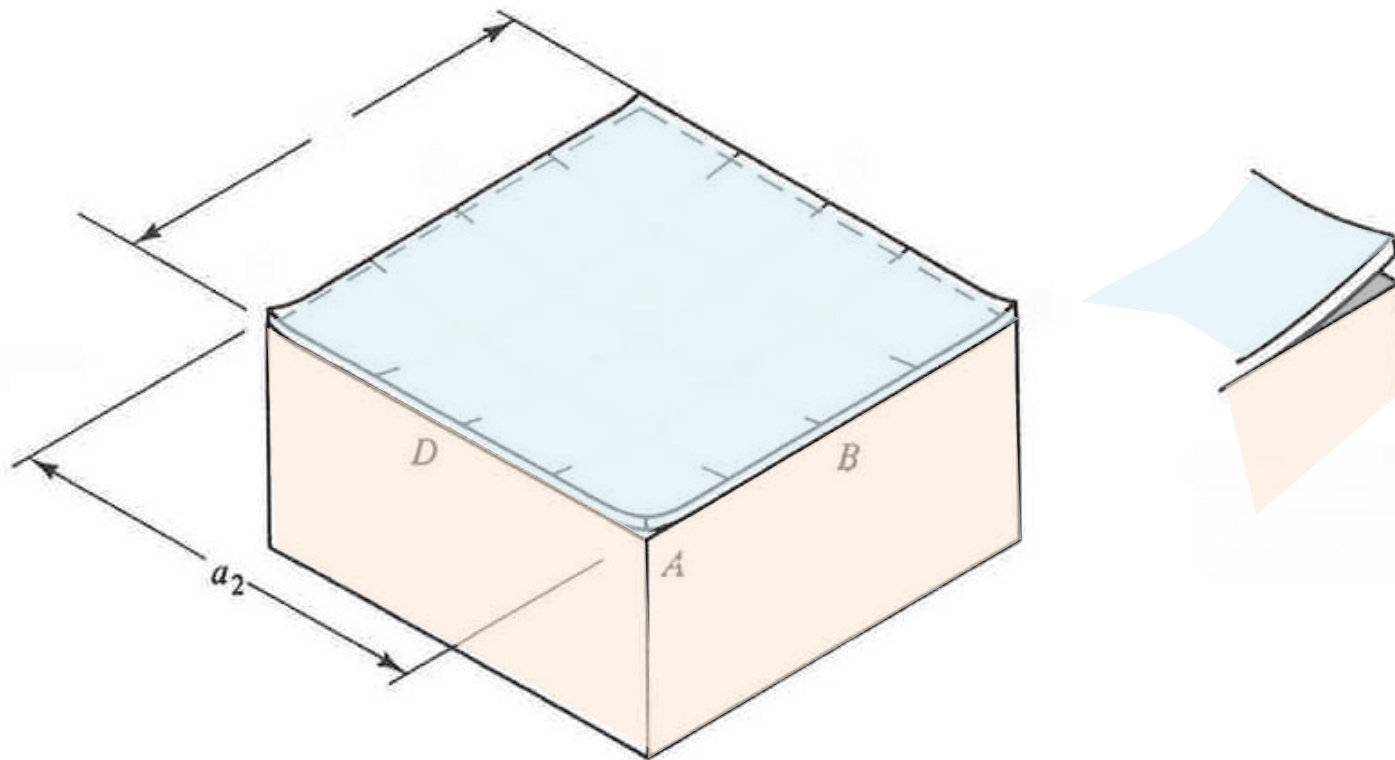
*Laje simplesmente apoiada no
perímetro, modelada em Ansys*

Deslocamentos verticais

RFOR



Uma laje simplesmente apoiada com vínculos unilaterais tem deslocamentos para cima nos cantos!



Uma laje retangular com vínculos bidirecional apresenta reações verticais para baixo, em correspondência aos quatro cantos!

Dependendo da intensidade do carregamento, lajes de concreto armado tendem a fissurar nos cantos, se não forem armadas para este esforço!



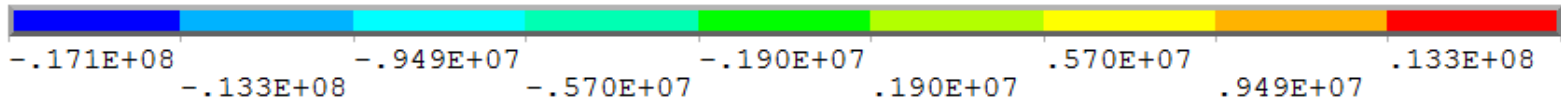
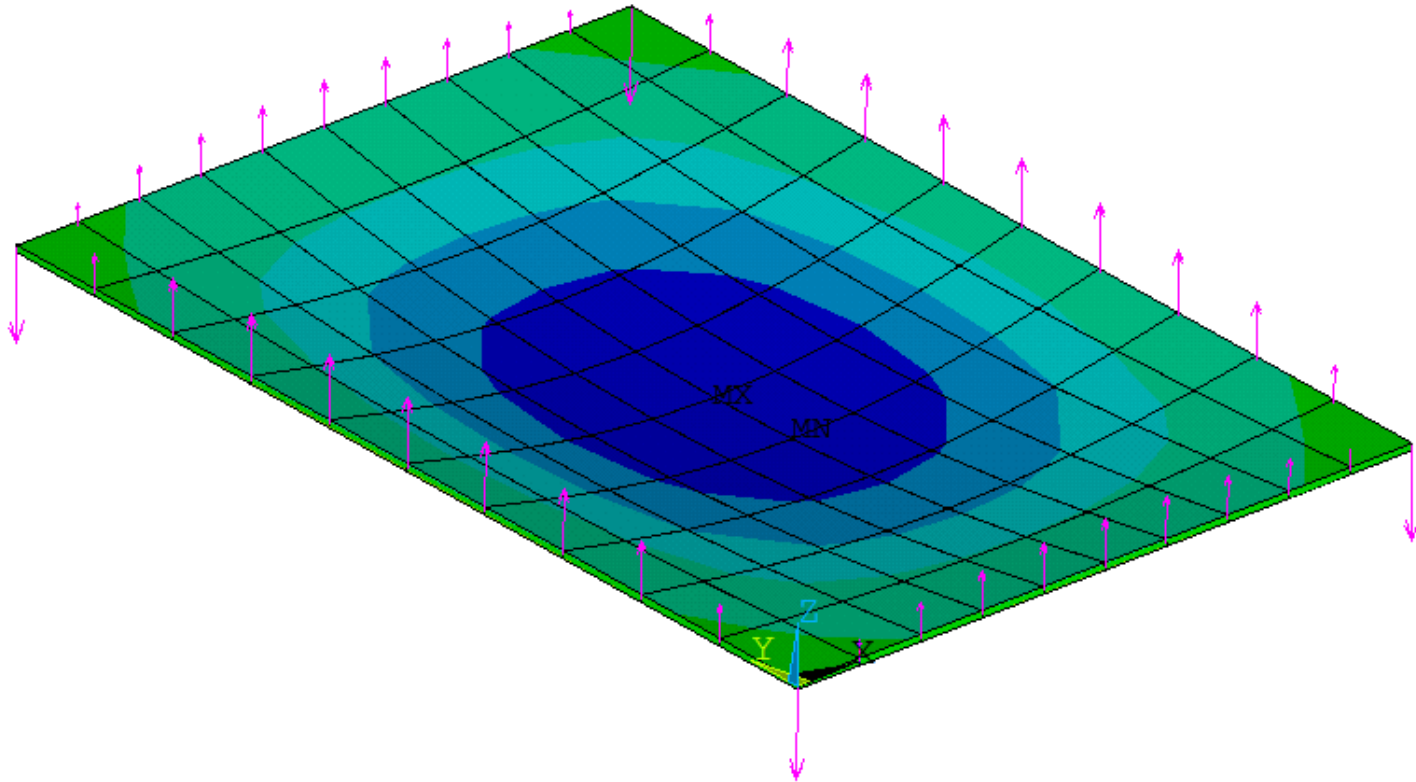
1 NODAL SOLUTION

STEP=1
SUB =1
TIME=1
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.123725
SMN =-.171E+08
SMX =.171E+08

Laje simplesmente apoiada no perímetro, modelada em Ansys

*Tensões normais σ_x na face superior
Máxima compressão: 17,1MPa*

RFOR

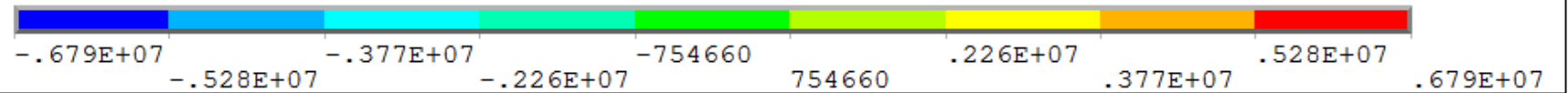
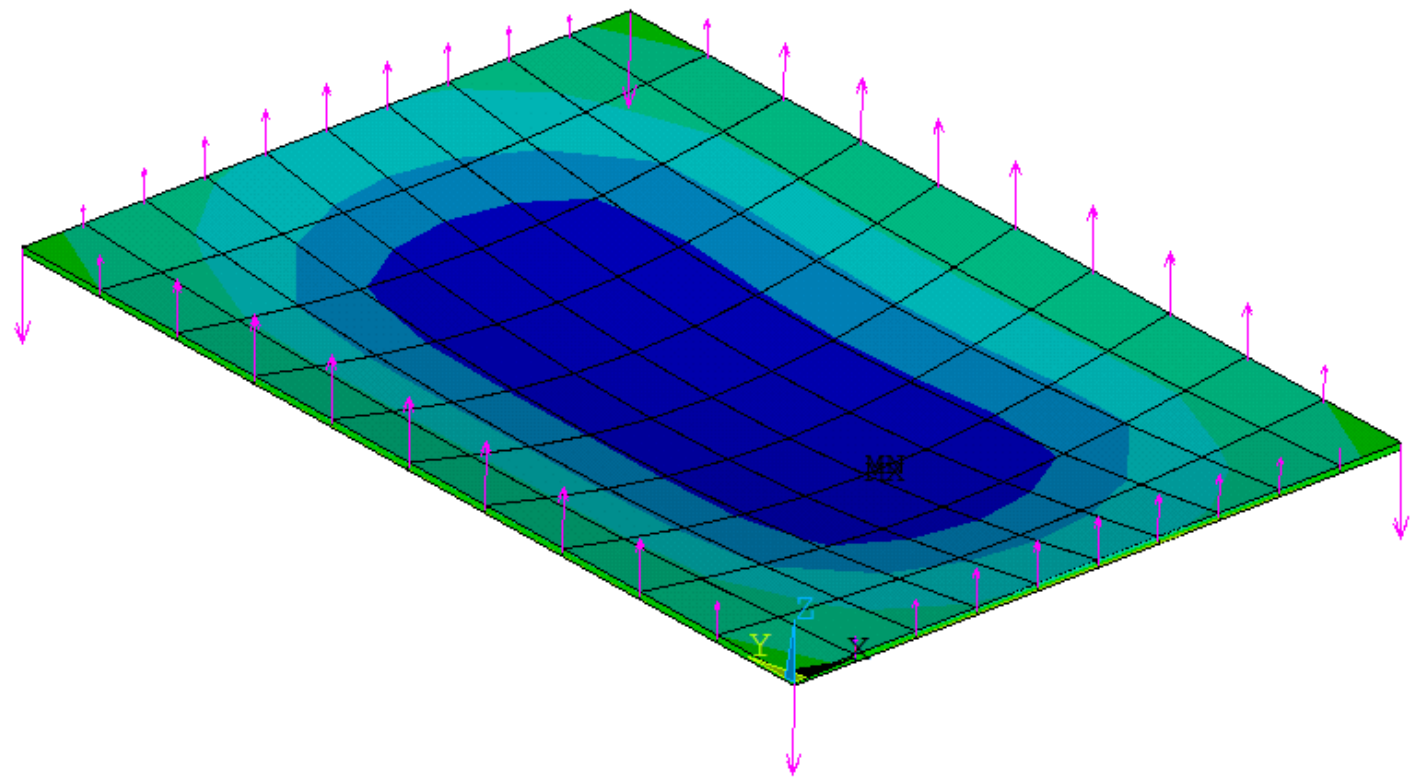


1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=0
DMX =.123725
SMN =-.679E+07
SMX =.679E+07

Laje simplesmente apoiada no perímetro, modelada em Ansys

*Tensões normais Sigma_y na face superior
Máxima compressão: 6,8MPa*

RFOR



Solução Analítica Complicada



Métodos Numéricos



Tabelas



Tabelas para placas retangulares



F. Czerny

$$\frac{l_y}{l_x}$$

Tipo de apoio



$$\Rightarrow (\alpha_2, \alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y) \Rightarrow$$



$$\delta = \frac{pl_x^4}{\alpha_2 Eh^3}$$

$$m_{(x,y)} = \frac{pl_x^2}{\alpha_{(x,y)}}$$

$$m'_{(x,y)} = -\frac{pl_x^2}{\beta_{(x,y)}}$$

l_x Lado menor

l_y Lado maior



TABELA DE CÁLCULO DE LAJES (Czerny, com Coeficiente de Poisson nulo)

Flecha $a = p \cdot \ell_x^4 / (\alpha_2 \cdot E \cdot h^3)$

p = carga uniformemente distribuída

Apoio Simples

Engaste

$m_x = p \cdot \ell_x^2 / \alpha_x$

$m'_x = - p \cdot \ell_x^2 / \beta_x$

$m_y = p \cdot \ell_y^2 / \alpha_y$

$m'_y = - p \cdot \ell_y^2 / \beta_y$

Revisão R0

TIPO
 ℓ_x = lado menor
 ℓ_y = lado maior

		ℓ_y/ℓ_x	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	3
A1	ℓ_x	α_2	20,5	18,7	17,1	15,8	14,7	13,7	13,0	12,4	11,8	11,2	10,8	10,4	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,4	8,2	6,7
		α_x	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4	8,0
		α_y	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3	40,5
A2	ℓ_x	α_2	29,9	26,5	23,7	21,4	19,5	18,0	16,6	15,5	14,5	13,7	12,9	12,3	11,7	11,2	10,8	10,4	10,1	9,7	9,5	9,2	9,0	6,7
		α_x	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4	8,0
		α_y	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	31,6	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2	38,8	38,8
A2	ℓ_y	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		β_y	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3	8,2	8,0
A3	ℓ_x	α_2	43,5	37,6	33,0	29,2	26,1	23,5	21,4	19,6	18,1	16,8	15,6	14,7	13,9	13,1	12,5	11,9	11,4	10,9	10,5	10,2	9,9	6,7
		α_x	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	19,0	17,9	16,9	16,0	15,2	14,6	13,9	13,4	12,9	12,5	8,0
		α_y	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	32,7	33,3	34,0	34,9	35,9	37,1	38,3	39,7	41,1	42,4	43,0
A3	ℓ_y	β_x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		β_y	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
B1	ℓ_x	α_2	29,9	28,0	26,3	24,9	23,8	22,8	22,0	21,2	20,6	20,1	19,6	19,2	18,8	18,5	18,2	18,0	17,8	17,6	17,4	17,2	17,1	16,7
		α_x	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1	14,3
		α_y	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2	60,0
B1	ℓ_y	β_x	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3	8,0
		β_y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B2	ℓ_x	α_2	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
		α_x	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
		α_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
B2	ℓ_y	β_x	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
		β_y	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2



B2	f _x	α_2	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
		α_x	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
		α_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
		β_x	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
		β_y	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
B3	f _x	α_2	53,2	47,2	42,4	38,5	35,2	32,5	30,4	28,5	27,0	25,6	24,4	23,5	22,6	21,9	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	16,7
		α_x	59,5	51,6	46,1	41,4	37,5	34,2	31,8	29,6	28,0	26,4	25,2	24,2	23,3	22,5	21,7	21,1	20,5	20,0	19,5	19,1	18,7	14,3
		α_y	44,1	43,6	43,7	44,2	44,8	45,8	46,9	48,6	50,3	52,3	55,0	58,2	61,6	65,6	70,4	75,0	79,6	84,7	89,8	95,4	101,0	101,0
		β_x	18,3	16,6	15,4	14,4	13,5	12,7	12,2	11,6	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1	9,9	9,7	9,5	9,4	9,2	9,0	8,9	8,8	8,0
		β_y	16,2	15,4	14,8	14,3	13,9	13,5	13,3	13,1	13,0	12,8	12,7	12,6	12,6	12,5	12,5	12,4	12,4	12,3	12,3	12,3	12,3	12,3
C1	f _x	α_2	43,5	41,5	39,8	38,5	37,5	36,4	35,7	35,1	34,6	34,1	33,7	33,3	33,1	32,8	32,6	32,5	32,4	32,3	32,2	32,1	31,9	31,3
		α_x	35,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	26,1	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,3	24,2	24,1	23,8
		α_y	61,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,6	75,3	75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
		β_x	14,3	13,8	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		β_y	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C2	f _x	α_2	53,2	49,5	46,7	44,2	42,4	40,8	39,5	38,3	37,3	36,5	35,7	35,1	34,6	34,0	33,6	33,2	33,0	32,8	32,6	32,5	32,4	31,3
		α_x	44,1	40,5	37,9	35,5	33,8	32,3	31,0	29,9	29,0	28,2	27,6	27,0	26,5	26,1	25,7	25,3	25,1	24,9	24,7	24,6	24,5	23,8
		α_y	55,9	57,5	60,3	64,2	66,2	67,7	69,0	70,5	72,0	73,4	75,2	76,9	78,7	80,5	82,5	84,6	86,8	89,2	91,7	94,3	97,0	100,0
		β_x	16,2	15,3	14,8	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		β_y	18,3	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
C3	f _x	α_2	65,8	59,9	55,2	51,3	48,3	45,7	43,5	41,7	40,3	38,9	37,9	36,9	36,1	35,5	34,8	34,4	34,0	33,7	33,3	33,1	32,9	31,3
		α_x	56,8	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0	23,8
		α_y	56,8	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5	96,1	98,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0	105,0
		β_x	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0
		β_y	19,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5



Critérios para pré-dimensionamento de lajes maciças retangulares

- *Espessuras típicas:* $h = \frac{l_x}{40}$ onde $l_x < l_y$

- *Espessuras mínimas de norma:*

$h \geq 5\text{cm}$ Para lajes de forros

$h \geq 7\text{cm}$ Para lajes de pisos

$h \geq 12\text{cm}$ Para lajes de garagens



CARGAS ATUANTES: *Permanentes e Variáveis*

- Cargas permanentes: peso próprio do elemento estrutural e peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes

a) Cargas fornecidas por peso específico:

- *Concreto simples* - $24\text{kN} / \text{m}^3$
- *Concreto armado* - $25\text{kN} / \text{m}^3$
 - *Argamassa* - $19\text{kN} / \text{m}^3$
- *Alvenaria (tijolo maciço)* - $18\text{kN} / \text{m}^3$
- *Alvenaria (tijolo furado-cerâmico)* - $13\text{kN} / \text{m}^3$
 - *Terra* - $18\text{kN} / \text{m}^3$

b) Cargas fornecidas por unidade de área:

- *Revestimento de pisos* - $1\text{kN} / \text{m}^2$
- *Telhado com telhas de barro* - $0,7\text{kN} / \text{m}^2$
- *Telhado com telhas de alumínio* - $0,3\text{kN} / \text{m}^2$
 - *Divisória de madeira* - $0,2\text{kN} / \text{m}^2$



CARGAS ATUANTES: Permanentes e Variáveis

- Cargas variáveis: podem atuar sobre as estruturas de edificações em função de seu uso (pessoas, móveis, veículos, etc). Estas cargas são fixadas pela norma NBR 6120 – Cargas para cálculo de estruturas em edificações

a) Edifícios residenciais

- Dormitórios, salas, cozinhas, banheiros – $1,5\text{kN} / \text{m}^2$
- Despensas, áreas de serviço e lavanderias – $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
 - Forros sem acesso de pessoas – $0,5\text{kN} / \text{m}^2$

b) Edifícios de escritórios

- Salas de uso geral – $2,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Corredores com acesso ao público – $3,0\text{kN} / \text{m}^2$
 - Restaurantes – $3,0\text{kN} / \text{m}^2$

c) Escolas

- Salas de aula – $3,0\text{kN} / \text{m}^2$
 - Auditórios – $5,0\text{kN} / \text{m}^2$
- Escadas e corredores – $4,0\text{kN} / \text{m}^2$



d) Bibliotecas

- Salas de leitura – $2,5kN / m^2$
- Salas com estantes de livros – $6,0kN / m^2$

e) Bancos

- Escritórios e banheiros – $2,0kN / m^2$
- Salas de diretoria – $1,5kN / m^2$

f) Cinemas e teatros

- Palco – $5,0kN / m^2$
- Plateia com assentos fixos – $3,0kN / m^2$
- Plateia com assentos móveis – $4,0kN / m^2$

g) Clubes

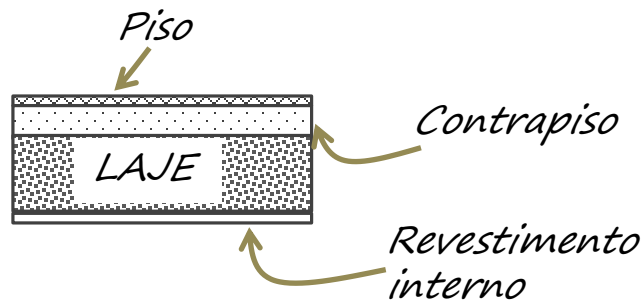
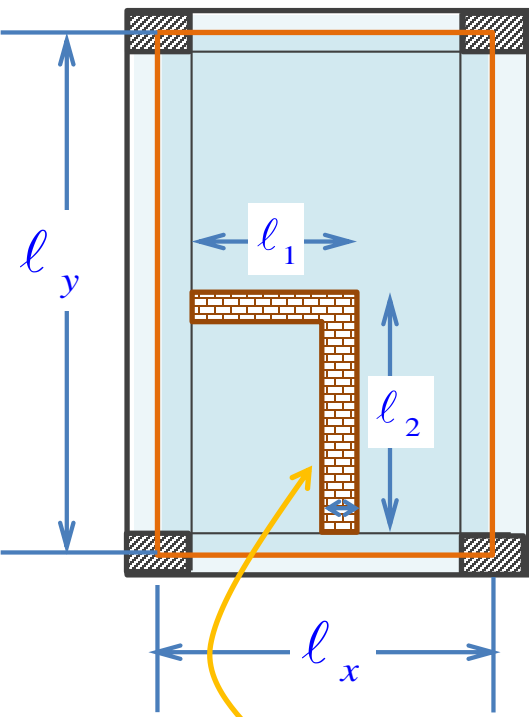
- Salas de assembleias com assentos fixos – $3kN / m^2$
- Salas de assembleias com assentos moveis – $4,0kN / m^2$
- Salão de danças ou esportes – $5,0kN / m^2$

h) Hospitais

- Dormitórios, enfermarias, salas de cirurgia e banheiros – $2,0kN / m^2$
- Corredores – $3,0kN / m^2$



Determinação das cargas atuantes nas lajes, em kN/m²:



Peso próprio: $g_1 = \gamma_c \times h$

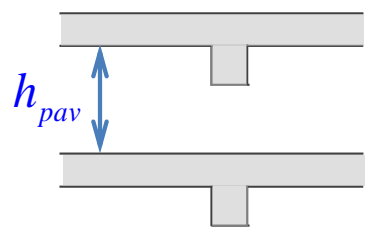
Revestimento $g_2 = \gamma_r \times h_r$

Enchimento $g_3 = \gamma_{ench} \times h_{ench}$

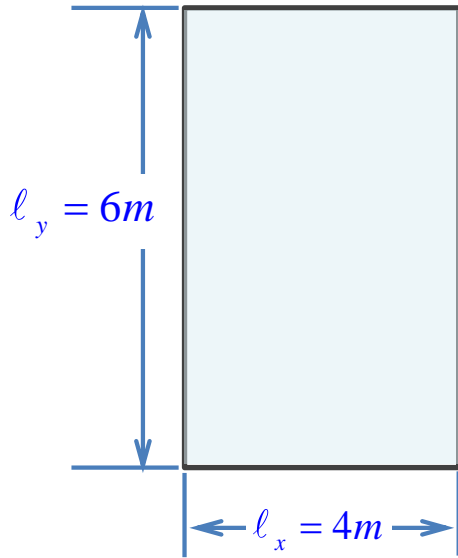
Alvenaria sobre a laje

$$g_4 = \frac{(\ell_1 + \ell_2) \times e_{parede} \times h_{pav} \times \gamma_{alv}}{\ell_x \times \ell_y}$$

Carga acidental q



Exemplo: Laje simplesmente apoiada nas bordas



Laje maciça em concreto armado

$$h = 10\text{cm}$$

$$\gamma_c = 25\text{kN} / \text{m}^3 \quad E_c = 25\text{GPa} = 25 \times 10^6 \text{kN} / \text{m}^2$$

Revestimento em mármore

$$e_{\text{rev}} = 7\text{cm}$$

$$\gamma_r = 28\text{kN} / \text{m}^3$$

$$\text{Carga útil} \quad q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$$

Carga total aplicada à laje:

$$\text{Peso próprio:} \quad g_1 = \gamma_c \times h = 25 \times 0,1\text{m} = 2,5 \text{kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Revestimento} \quad g_2 = \gamma_r \times e_r = 28 \times 0,07\text{m} = 2,0 \text{kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Carga accidental} \quad q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Carga total:} \quad p = 6\text{kN} / \text{m}^2$$



Determinação dos esforços máximos (momentos fletores)

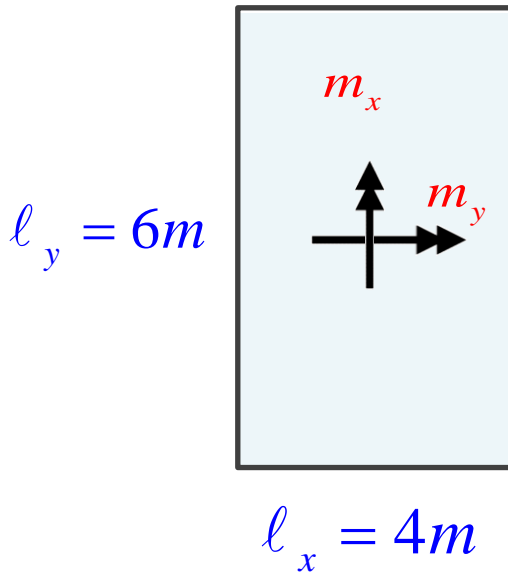


Tabela Czerny

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$$

Momentos

$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} = \frac{6 \times 4^2}{13,7} \quad \therefore \boxed{m_x = 7 \text{ kN.m/m}}$$

$$m_y = \frac{pl_x^2}{\alpha_y} = \frac{6 \times 4^2}{34,7} \quad \therefore \boxed{m_y = 2,8 \text{ kN.m/m}}$$

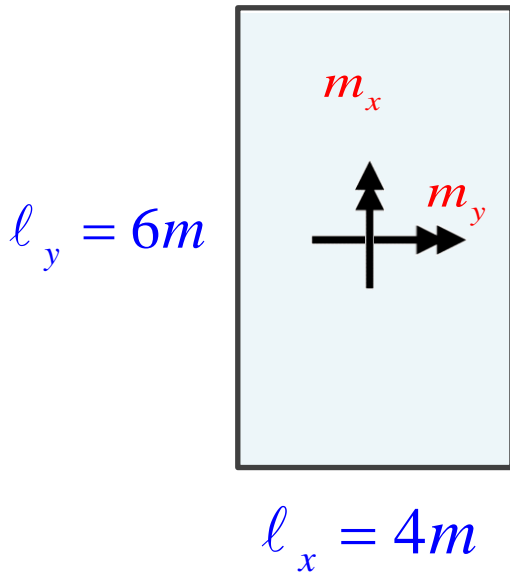
Flecha

$$\delta = \frac{pl_x^4}{\alpha_2 Eh^3} = \frac{6 \times 4^4}{10,8 \times 25 \times 10^6 \times 0,1^3}$$

$$\boxed{\delta = 0,006 \text{ cm} = 0,6 \text{ mm}}$$



Para o exemplo anterior resolvido pelo método de Marcus com $p = 30 \text{ kN} / \text{m}^2$



$$m_x = 50,1 \text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = 22,3 \text{ kN.m} / \text{m}$$

Tabela Czerny

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$$

Momentos

$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} = \frac{30 \times 4^2}{13,7} \therefore m_x = 35,04 \text{ kN.m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{pl_y^2}{\alpha_y} = \frac{30 \times 6^2}{34,7} \therefore m_y = 14,09 \text{ kN.m} / \text{m}$$

Diferença entre os métodos

$$m_x = \frac{m_{x,\text{Marcus}}}{m_{x,\text{Czerny}}} = \frac{50,1}{35,04} = 1,43$$

$$m_y = \frac{m_{y,\text{Marcus}}}{m_{y,\text{Czerny}}} = \frac{22,3}{14,09} = 1,58$$

