UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS E DE PETRÓLEO
PMR2372 – INTRODUÇÃO AOS ELEMENTOS DE MÁQUINAS
2ª PROVA – 16/04/2015
PROF. RONALDO CARRION

Nome: ______________________________ **N° USP:** ________________

Questão 1 (10,0 pontos) – Um eixo biapoiado é mostrado na figura abaixo. Uma carga transversal de magnitude P é aplicada à medida que o eixo roda sujeito a torque variável com o tempo no intervalo $T_{mín}$ a $T_{máx}$. Encontre o diâmetro requerido do eixo para obter um coeficiente de segurança igual a 2,0 relativo à carga de fadiga se o eixo é de aço com S_{ut} = 108 kpsi e S_y = 62 kpsi. Considerar a concentração de tensão no rasgo da chaveta.

Dados:

l = 20 in a = 16 in b = 18 in

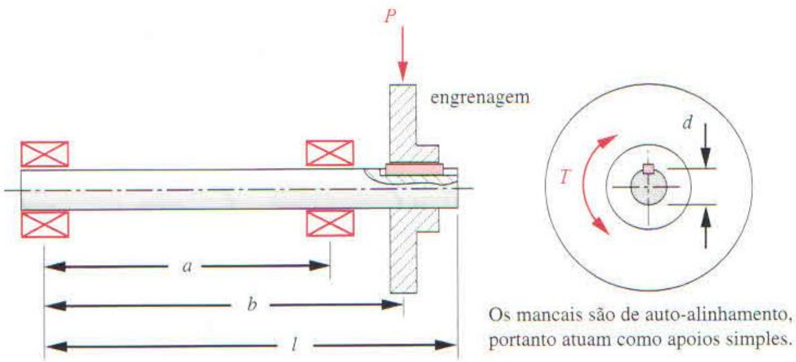
P = 1000 lb $T_{mín}$ = 0 $T_{máx}$ = 2000 lb.in

r = 0.015 in (raio de arredondamento no rasgo da chaveta)

Assumir:

Acabamento superficial usinado, confiabilidade de 99% e a operação do eixo será em temperatura ambiente;

Após fazer o pré-dimensionamento do eixo, reconsiderar o que for necessário, em função do diâmetro calculado, e achar o novo coeficiente de segurança. Comentar o resultado.



Bom trabalho!

Formulário:

1 lb = 4,45 N
1MPa = 0,145038 kpsi ("kilopounds per square inch")

Fadiga dos Materiais

p/ aços:

$$S_{e'} \cong 0{,}5\, S_{ut} \qquad S_{ut} < 1400\ MPa$$
$$S_{e'} \cong 700\, MPa \qquad S_{ut} \geq 1400\ MPa$$

$$S_e = C_{carreg} C_{tamanho} C_{superf} C_{temp} C_{conf}\, S_{e'}$$
$$S_f = C_{carreg} C_{tamanho} C_{superf} C_{temp} C_{conf}\, S_{f'}$$

- Efeito do carregamento

Flexão alternada: C_{carreg} = 1
Força normal alternada: C_{carreg} = 0,7
Torção alternada: C_{carreg} = 1

- Efeito do tamanho

Para peças cilíndricas

$$d \leq 0{,}3\, in\, (8 mm) \qquad C_{tamanho} = 1$$
$$0{,}3\, in \leq d \leq 10\, in \qquad C_{tamanho} = 0{,}869\, d^{-0{,}097}\ (\text{em } in)$$
$$8\, mm \leq d \leq 250\, mm \qquad C_{tamanho} = 1{,}189\, d^{-0{,}097}\ (\text{em } mm)$$
$$d \geq 10\, in \qquad C_{tamanho} = 0{,}6$$

* Somente esforço axial $C_{tamanho}$ = 1
As falhas não são sensíveis ao tamanho

- Efeito da temperatura

p/ aços:

$$T \leq 450°C\, (840°F) \qquad C_{temp} = 1$$
$$450°C < T \leq 550°C \qquad C_{temp} = 1 - 0{,}0058\,(T - 450)$$
$$840°F \leq T \leq 1020°F \qquad C_{temp} = 1 - 0{,}0032\,(T - 840)$$

- Efeito da superfície

$$C_{superf} \cong A (S_{ut})^b$$ Se $C_{superf} > 1{,}0$ utilize $C_{superf} = 1{,}0$

Fonte: Shigley e Mischke, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989, p. 283, com permissão.

	MPa		kpsi	
Acabamento superficial	A	b	A	b
Retificado	1,58	–0,085	1,34	–0,085
Usinado ou estirado a frio	4,51	–0,265	2,7	–0,265
Laminado a quente	57,7	–0,718	14,4	–0,718
Forjado	272	–0,995	39,9	–0,995

- Efeito de confiabilidade

Fatores de confiabilidade para $S_d = 0{,}08\mu$

Confiabilidade %	C_{conf}
50	1,000
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

Concentração de Tensão

$$\sigma = K_f\, \sigma_{nom}$$
$$\tau = K_{fs}\, \tau_{nom}$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$ com $$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Constante de Neuber para aços

S_{ut} (ksi)	$\sqrt{a}$ (in^{0,5})
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Material dúctil (Dowling, 1993): define-se K_{fm} - fator de concentração de tensão relativo à tensão média em fadiga

1ª Possibilidade $\sigma_{máx} < S_y$ $$K_{fm} = K_f$$

2ª Possibilidade $\sigma_{máx} > S_y$ e $|\sigma_{mín}| < S_y$ $$K_{fm} = \frac{S_y - K_f \sigma_{a_{nom}}}{\left|\sigma_{m_{nom}}\right|}$$

3ª Possibilidade $\Delta\sigma_{máx} > 2S_{y'}$ $$K_{fm} = 0$$

Fatores de concentração de tensão para rasgo de chaveta.

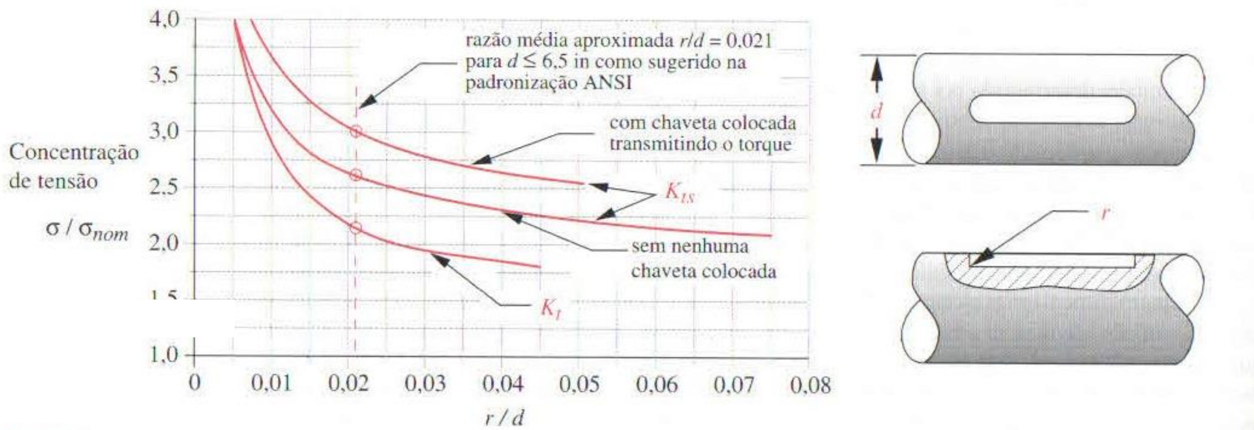


FIGURA 9-16

Fatores de concentração de tensão para um assento de chaveta produzido por fresa de topo em flexão (K_t) e torção (K_{ts}) (Fonte: R. C. Peterson, *Stress Concentration Factors*, 1974, Figuras 182 e 183, pp. 266-267, reimpresso com autorização da John Willey & Sons, Inc.)

Diâmetro do eixo

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(K_f \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(K_{fsm} \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(K_{fs} T_a)^2}}{S_e} + \frac{\sqrt{(K_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(K_{fsm} T_m)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Solução da Prova:

1 Dados do problema

$$S_{ut} = 108\ kpsi;\ S_y = 62\ kpsi$$

$$l = 20\ in; a = 16\ in; b = 18\ in$$

$$T_{mín} = 0, T_{máx} = 2000\ lb.in$$

$$r = 0{,}015\ in$$

$$N_f = 2{,}0$$

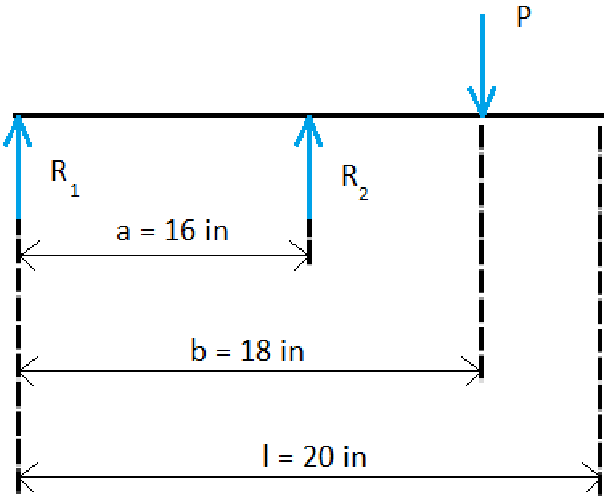
$$P = 1000\ lbf$$

$$Temperatura\ ambiente; Confiabilidade = 99\%$$

$$Peça\ usinada$$

2 Cálculo das reações nos mancais

Primeiramente, temos que analisar o diagrama de corpo livre do eixo, que mostra as forças que estão atuando no eixo.



Para calcularmos o valor das reações nos mancais, assume-se uma condição de equilíbrio. Portanto:

$$\sum F_y = 0$$

$$R_1 + R_2 - P = 0$$

$$R_1 + R_2 = 1000\ lbf$$

$$\sum M_z = 0$$

$$R_2 \times 16 - P \times 18 = 0$$

$$R_2 = 1000 \times \frac{18}{16}$$

$$R_2 = 1125\ lbf$$

Então, retornando à primeira equação:

$$R_1 = 1000 - 1125 = -125\ lbf$$

3 Equações de força cortante e momento fletor

A equação do carregamento é:

$$q(x) = R_2 < x - 16 >^{-1} - P < x - 18 >^{-1}$$

$$q(x) = 1125 < x - 16 >^{-1} - 1000 < x -= 18 >^{-1}$$

Integrando a equação do carregamento, obteremos a equação da força cortante:

$$V_y(x) = 1125 < x - 16 >^{0} - 1000 < x - 18 >^{0} + C_1$$

Sabe-se que, quando x=0, a força cortante é igual a R_1, ou -125 lbf.

$$V_y(0) = C_1 = -125\ lbf$$

Integrando, mais uma vez, a equação do carregamento, obteremos a equação do momento fletor:

$$M_z(x) = 1125 < x - 16 >^{1} - 1000 < x - 18 >^{1} - 125x + C_2$$

Sabe-se que não há momento fletor no mancal, portanto o momento fletor é nulo quando x=0.

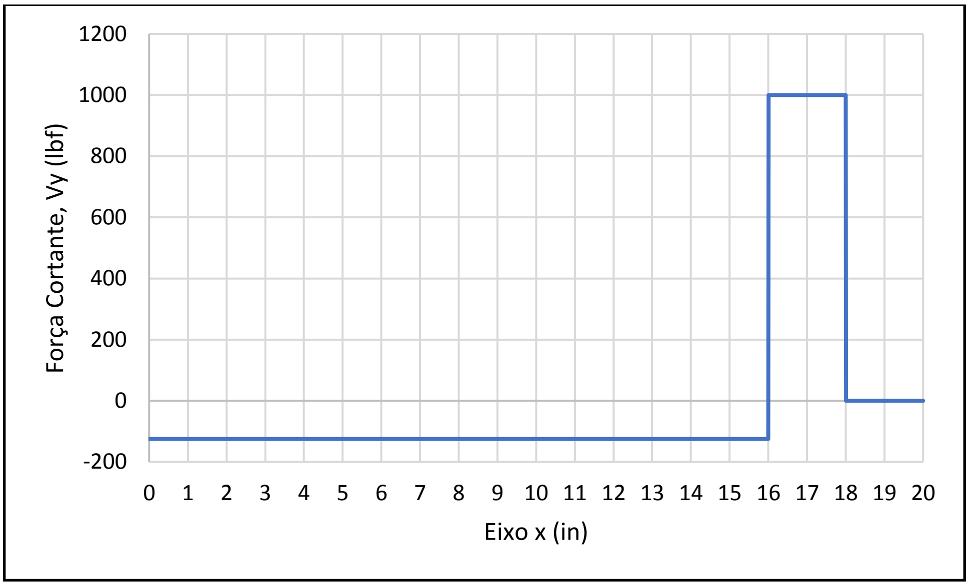
$$M_z(0) = C_2 = 0$$

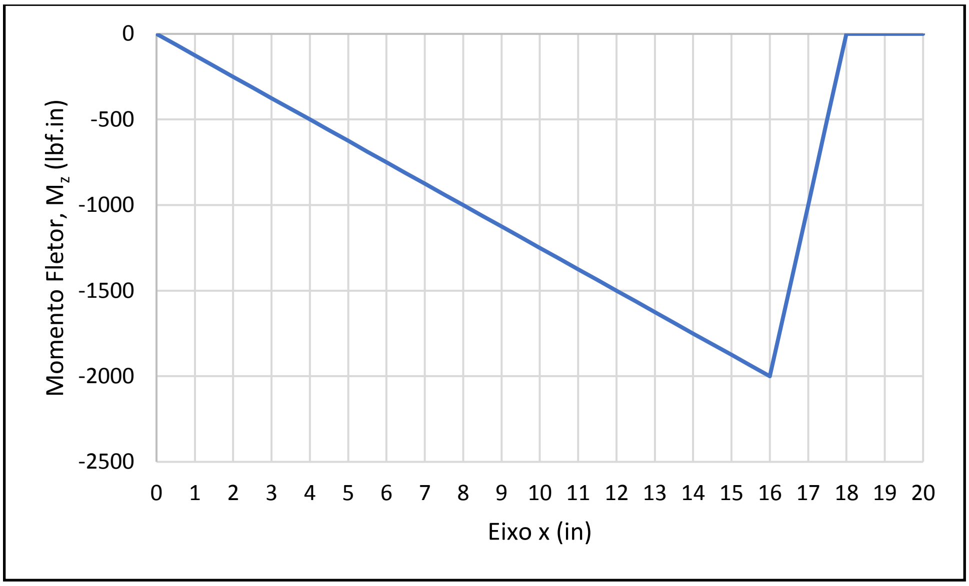
Portanto, as equações são:

$$V_y(x) = 1125 < x - 16 >^0 - 1000 < x - 18 >^0 - 125$$

$$M_z(x) = 1125 < x - 16 >^1 - 1000 < x - 18 >^1 - 125x$$

4 Diagramas de força cortante e momento fletor





Percebe-se que a seção crítica (onde o momento é máximo) é x = 16 in.

5 Torque do sistema

O torque do eixo é variável e possui um valor mínimo e um valor máximo. Deste modo, podemos calcular o valor da componente média e da componente alternada:

$$T_a^{nom} = \frac{T_{máx} - T_{mín}}{2} = \frac{2000 - 0}{2} = 1000\ lbf.in$$

$$T_m^{nom} = \frac{T_{máx} + T_{mín}}{2} = \frac{2000 + 0}{2} = 1000\ lbf.in$$

6 Cálculo do limite de fadiga

6.1 Limite de fadiga do corpo de prova

$$S_{ut} = 108\ kpsi < 200\ kpsi$$

Para esta condição utiliza-se a seguinte expressão para estimar o limite de fadiga do corpo de prova:

$$S_e' = 0{,}5 S_{ut} = 0{,}5 \times 108 = 54\ kpsi$$

6.2 Coeficientes de correção do limite de fadiga

$$C_{carregamento} = 1, pois\ se\ trata\ de\ flexão\ e\ torção$$

$$C_{tamanho} = 1, pois\ ainda\ desconhecemos\ o\ diametro$$

$$C_{temperatura} = 1, pois\ se\ trata\ de\ baixa\ temperatura$$

Para o coeficiente de confiabilidade, devemos seguir a tabela abaixo:

Fatores de confiabilidade para $S_d = 0{,}08\mu$

Confiabilidade %	C_{conf}
50	1,000
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

Para confiabilidade de 99%:

$$C_{confiabilidade} = 0{,}814$$

Para o coeficiente de superfície: a peça é usinada. Utilizando a tabela abaixo:

Fonte: Shigley e Mischke, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989, p. 283, com permissão.

	MPa		kpsi	
Acabamento superficial	*A*	*b*	*A*	*b*
Retificado	1,58	−0,085	1,34	−0,085
Usinado ou estirado a frio	4,51	−0,265	2,7	−0,265
Laminado a quente	57,7	−0,718	14,4	−0,718
Forjado	272	−0,995	39,9	−0,995

O cálculo do coeficiente de superfície é então feito da seguinte forma:

$$C_{superfície} = 2{,}7 \times S_{ut}^{-0{,}265} = 2{,}7 \times 108^{-0{,}265} = 0{,}781$$

6.3 Calculando o limite de fadiga da peça

$$S_e = S_e' \times C_{carr} C_{tam} C_{superf} C_{temp} C_{conf} = 54 \times 0{,}814 \times 0{,}781 = 34{,}318\ kpsi$$

7 Dimensionando o eixo para a seção crítica

Não há entalhe na seção crítica, portanto não há necessidade de calcular fatores de concentração de tensão. Por isso, já temos todos os dados para dimensionar o eixo da região. Posteriormente, calcularemos o diâmetro do eixo na região da chaveta (engrenagem) e iremos comparar os resultados. Como, neste caso, temos torção média e torção alternada, a fórmula a ser utilizada é:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(K_{fs} T_a)^2}}{S_e} + \frac{\sqrt{(K_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(K_{fsm} T_m)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Os fatores de concentração de tensão serão todos iguais a 1. Além disto, M_m = 0.

$$d = \left\{ \frac{32 \times 2}{\pi} \left[\frac{\sqrt{2000^2 + \frac{3}{4}\, 1000^2}}{34318} + \frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\, 1000^2}}{108000} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} = 1{,}134\ in$$

Transformando para eixos comerciais:

$$d = 1\frac{1}{4}'' = 1{,}25\ in$$

8 Consolidando o valor do diâmetro encontrado

Agora, devemos fazer uma iteração a partir do passo 6, alterando o valor do coeficiente de correção de tamanho, no cálculo do limite de fadiga da peça, ao utilizar o valor do diâmetro calculado.

8.1 Coeficiente de correção de tamanho

Efeito do tamanho

Para peças cilíndricas

$$
\begin{array}{ll}
d \le 0{,}3\,in\,(8mm) & C_{tamanho} = 1 \\
0{,}3\,in \le d \le 10\,in & C_{tamanho} = 0{,}869\,d^{-0{,}097}\,(\text{em } in) \\
8\,mm \le d \le 250\,mm & C_{tamanho} = 1{,}189\,d^{-0{,}097}\,(\text{em } mm) \\
d \ge 10\,in & C_{tamanho} = 0{,}6
\end{array}
$$

Aplicando o diâmetro na segunda equação:

$$C_{tamanho} = 0{,}869 \times (1{,}25)^{-0{,}097} = 0{,}850$$

8.2 Novo limite de fadiga da peça

Para obtermos este valor, basta multiplicarmos o valor do antigo limite de fadiga pelo coeficiente de tamanho encontrado:

$$S_e = 34{,}318 \times 0{,}850 = 29{,}184\ kpsi$$

8.3 Novo coeficiente de segurança

Aplica-se o novo limite de fadiga da peça e o diâmetro comercial utilizado para encontrarmos o novo coeficiente de segurança:

$$1{,}25 = \left\{ \frac{32 \times N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{2000^2 + \frac{3}{4}\,1000^2}}{29184} + \frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\,1000^2}}{108000} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$N_f = 2{,}32 > 2{,}00\ (Portanto, o\ diâmetro\ 1{,}25\ in\ \text{é}\ apropriado)$$

9 <u>Fator de concentração de tensão em fadiga na chaveta</u>

O primeiro passo para calcular o fator de concentração de tensão na chaveta é encontrar o valor de raiz de a, para assim calcularmos o valor de q. Normalmente seria necessário encontrarmos um q para flexão e outro para torção. Entretanto, neste caso, o momento fletor na chaveta é igual a zero (observar diagramas). Portanto, iremos trabalhar somente com torção.

Aços possuem sensibilidade ao entalhe maior quando submetidos à torção. Por isso, quando calculamos o valor de raiz de a, utilizamos a seguinte convenção:

$$\text{"S}_{\text{ut}} \text{ de torção"} = S_{ut} + 20 = 128\ kpsi$$

Aplicaremos, então, este valor na tabela abaixo:

Constante de Neuber para aços

S_{ut} (ksi)	$\sqrt{a}$ ($in^{0.5}$)
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Através de uma interpolação mais grosseira, não absurdo nenhum dizermos que:

$$\sqrt{a} = 0{,}045\ \sqrt{in}$$

Sabemos que r = 0,015 in, portanto:

$$\sqrt{r} = 0{,}122\ \sqrt{in}$$

Portanto, através da equação abaixo, o valor de q é:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1 + \frac{0{,}045}{0{,}122}} = 0{,}731$$

O próximo passo é obter o valor de K_{ts} (o valor de K_t não é necessário pois não há flexão na chaveta, apenas torção). Para isso, utilizaremos a figura abaixo:

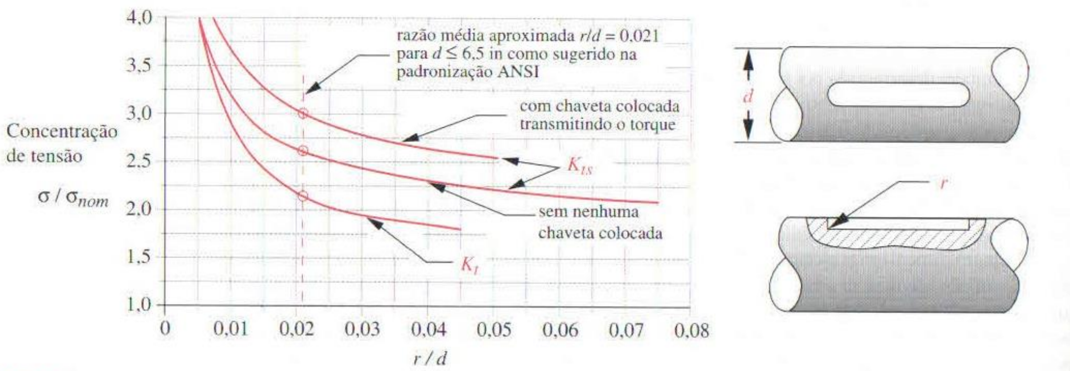


FIGURA 9-16

Fatores de concentração de tensão para um assento de chaveta produzido por fresa de topo em flexão (K_t) e torção (K_{ts}) (Fonte: R. C. Peterson, *Stress Concentration Factors*, 1974, Figuras 182 e 183, pp. 266-267, reimpresso com autorização da John Willey & Sons, Inc.)

O valor de r/d é (estamos utilizando o diâmetro encontrado na seção crítica):

$$\frac{r}{d} = \frac{0{,}015}{1{,}25} = 0{,}0120$$

Pela figura, o valor de K_{ts} é aproximadamente:

$$K_{ts} = 3{,}375$$

Por fim, o valor do fator de concentração de tensão em fadiga é:

$$K_{fs} = 1 + q\,(K_{ts} - 1)$$

$$K_{fs} = 1 + 0{,}731\,(3{,}375 - 1) = 2{,}736$$

Como as tensões aplicadas estão abaixo de S_y:

$$K_{fs} = K_{fsm} = 2{,}736$$

10 <u>Confirmando o diâmetro atual no caso da chaveta</u>

Neste passo, o objetivo é utilizarmos o diâmetro que atualmente é válido (d = 1,25 in) a fim de observarmos se ele é, ou não, compatível com a seção da chaveta. Se encontrarmos um coeficiente de segurança maior que 2, o problema estará encerrado e a resposta será 1,25 in. Se menor, teremos que redimensionar o eixo para a seção da chaveta. Utilizando a fórmula abaixo:

$$1{,}25 = \left\{ \frac{32 \times N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\,(2{,}736 \times 1000)^2}}{29184} + \frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\,(2{,}736 \times 1000)^2}}{108000} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$N_f = 1{,}86 < 2{,}00$$

O valor do coeficiente de segurança mostra que o diâmetro de 1,25 in, apesar de estar OK para a seção crítica do eixo, não é adequado para a seção da chaveta. Portanto, utilizaremos o próximo candidato:

$$d = 1{,}5\ in$$

A partir daí devemos repetir todos os passos desde o cálculo do coeficiente de tamanho (aquele utilizado para estimar o limite de fadiga da peça).

11 Consolidação do diâmetro de 1,5 in

$$C_{tamanho} = 0{,}869 \times (1{,}5)^{-0{,}097} = 0{,}835$$

$$S_e = 34{,}318 \times 0{,}835 = 28{,}672\ kpsi$$

$$\frac{r}{d} = \frac{0{,}015}{1{,}5} = 0{,}01 \rightarrow pelo\ gráfico\ de\ K_{ts} \rightarrow K_{ts} = 3{,}625$$

$$K_{fs} = 1 + 0{,}731\,(3{,}625 - 1) = 2{,}919$$

$$K_{fs} = K_{fsm} = 2{,}919$$

Finalmente, aplicando os novos números:

$$1{,}5 = \left\{ \frac{32 \times N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\,(2{,}919 \times 1000)^2}}{28672} + \frac{\sqrt{0 + \frac{3}{4}\,(2{,}919 \times 1000)^2}}{108000} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$N_f = 2{,}97 > 2{,}00$$

Portanto, o tamanho do eixo adequado para ser utilizado neste caso é:

$$\boldsymbol{d = 1{,}5\ in}$$