MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO DE TÓPICOS DE ESTATÍSTICA NA FORMAÇÃO BÁSICA TÉCNICA: UMA APLICAÇÃO NA CRIAÇÃO DE FRANGOS CAIPIRAS

MATHEMATICAL MODELING AS A TEACHING STRATEGY OF STATISTICAL TOPICS IN TECHNICAL BASIC EDUCATION: AN APPLICATION IN THE CREATION OF CAIPIRAS BROILERS

José Ailton Rodrigues Soares
Instituto Federal do Tocantins – IFTO, jose.soares@ifto.edu.br

Wallysonn Alves de Souza
Instituto Federal do Tocantins – IFTO, wallysonn.souza@ifto.edu.br

Eudes Antonio da Costa
Universidade Federal do Tocantins – UFT, eudes@mail.uft.edu.br

Idemar Vizolli
Universidade Federal do Tocantins – UFT, idemar@uft.edu.br

Aline Ferreira Amorim
Instituto Federal do Pará – IFPA, aline.amorim@ifpa.edu.br

Joana Patrícia Lira de Sousa
Instituto Federal do Pará – IFPA, joana.sousa@ifpa.edu.br

Roney Feliciano da Silva
Universidade Federal do Tocantins – UFT, feliciano@mail.uft.edu.br

Resumo

Este trabalho propõe uma abordagem de ensino de tópicos de estatística no ensino médio técnico, tendo como referência os procedimentos adotados pela modelagem matemática e inseridos num ambiente investigativo, contextualizado e interdisciplinar com contribuições para o ensino de estatística, sendo considerada uma ferramenta metodológica na orientação e direcionamento do ensino, por meio das etapas de interação do conteúdo abordado, matematização da situação e avaliação dos resultados. Tem-se como proposta uma aplicação na criação de frangos caipiras, que conduziu à análise de dois modelos de regressão para representar a relação entre as variáveis envolvidas, sendo estes: modelo linear e modelo quadrático. A avaliação dos modelos permitiu a escolha da regressão mais adequada, optando pelo modelo quadrático por apresentar maior coeficiente de explicação (R-quadrado). A culminância do trabalho reflete na utilização da “tríplice”: planejamento de ações, inserção dos conteúdos à realidade dos discentes e na associação estabelecida entre as diversas disciplinas, como tendência na promoção de um efetivo aprendizado.

Palavras-chave: Estatística, Modelagem Matemática, Aplicação.

Abstract

This work proposes an approach to teaching statistical topics in secondary technical education, taking as reference the procedures adopted by mathematical modeling and inserted in a research, contextualized and interdisciplinary environment with contributions to the teaching of statistics, being considered a methodological tool in the orientation and through the stages of interaction of the content addressed, mathematization of the situation and evaluation of the results. An application has been proposed for the rearing of *caipira* broiler, which led to the analysis of two regression models to represent the relationship between the variables involved: linear model and quadratic model. The evaluation of the models allowed the choice of the most adequate regression, opting for the quadratic model because it presents a higher coefficient of explanation (R-squared). The culmination of the work reflects in the use of the "triple": planning of actions, insertion of the contents to the reality of the students and in the established association between the several disciplines, as a tendency in the promotion of an effective learning.

Keywords: Statistics, Mathematical Modeling, Application.

Introdução

A estatística é uma componente curricular presente nos planos de ensino do currículo básico, técnico e tecnológico, no entanto, seu conteúdo é, na maioria dos casos, abordado de forma abstrata e descontextualizada, dificultando sua compreensão e aplicabilidade. Porém, o ensino de estatística é indispensável nos cursos que envolvem experimentação, coleta de dados, interpretação e tomada de decisão na análise de informações. Pois o raciocínio estatístico se diferencia do raciocínio matemático ao considerarmos os dados estatísticos como números que expressam um contexto real, podendo envolver ideias de probabilidade, variabilidade, incerteza, amostra, testes de hipótese etc. Enquanto isso, a matemática e as ferramentas tecnológicas apresentam as ferramentas, métodos e técnicas de resolução de problemas estatísticos (HOLLAS, 2018).

Com o objetivo de facilitar o entendimento dos termos empregados na estatística utilizamos da modelagem matemática, que é constantemente empregada em praticamente toda vida escolar básica dos alunos. Embora a expressão “modelando matematicamente” não seja muito disseminada entre eles, sua aplicação é rotineira e frequente.

A modelagem pode ser utilizada no processo de compreensão de diversas situações, um exemplo disso é o trabalho conduzido por Rehfeldt et al. (2018) que avaliaram a modelagem matemática no 2.º ano do ensino médio politécnico de uma escola pública, em que os estudos abrangeram uma investigação acerca dos custos do consumo de água concedido pela prefeitura local, que posteriormente foram comparados as cobranças de outra companhia de fornecimento de água. Os resultados obtidos apontaram que, inicialmente, os alunos apresentaram dificuldades em obter um modelo matemático que representasse a relação entre o consumo e o valor pago pela água. Entretanto, por meio da intervenção dos professores, os alunos, de forma colaborativa, obtiveram resultados satisfatórios no que tange à representação dos modelos matemáticos. Após a prática, percebeu-se que os alunos, por meio da Modelagem Matemática, desenvolveram interesse, curiosidade e valorização da Matemática. Além disso, observou-se que a Modelagem Matemática possibilitou aos alunos um pensar crítico e criativo, favorecendo sua autonomia e independência.

Durante as aulas no Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), entramos em contato com estudos sobre modelagem matemática, oportunidade em que fomos instigados a realizar um estudo sobre um dado fenômeno/situação da vida real. O fato de ser professor do Instituto Federal do Tocantins e atuar como colaborador num projeto sobre criação de frangos que dispõe de uma série de dados e informações sobre o assunto, vislumbrou-se a possibilidade de elaborar modelos matemáticos que descrevam o ganho de peso das aves em determinado período de criação.

O projeto citado foi desenvolvido no curso técnico em agropecuária do Instituto Federal do Tocantins campus Dianópolis, onde os alunos participaram efetivamente na criação das aves, no registro e na coleta dos dados para avaliação estatística. Com isso, ao observar o empenho dos alunos na prática da realização do projeto, na demonstração de interesse em compreender os meios e interpretar os resultados, identificou-se uma oportunidade de ensino aprendizagem da estatística básica fazendo uso de modelos matemáticos e aplicativos computacionais (softwares).

Apresentamos uma proposta de ensino da estatística básica com utilização dos dados (pesos vivos das aves) coletados a partir deste projeto, de modo a proporcionar um relacionamento interdisciplinar e vinculado ao ensino médio técnico na área de agropecuária.

Esta pesquisa tem como objetivo trabalhar a matemática no ensino médio integrado ao técnico, fazendo uso de uma metodologia de ensino com modelos matemáticos que auxiliem o entendimento do aluno quanto ao uso da estatística, tendo como aplicação uma abordagem contextualizada na criação de frangos caipiras. Possibilitando assim, uma análise estatística dos dados para tomada de decisão, que, nesse caso, é descobrir qual o percentual ideal de substituição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão na alimentação dos frangos, visando melhorias na relação custo-benefício para os produtores.

Modelagem matemática no ensino de estatística

No presente trabalho utilizaremos uma aplicação para o ensino de tópicos de Estatística sob um conjunto de etapas adotadas pela modelagem matemática e em concordância com as concepções de Biembengut e Hein (2011), as quais são aqui relacionadas da seguinte forma:

A) Interação - etapa onde o pesquisador tem contato direto com o assunto a ser estudado, investigando de forma ampla as informações disponíveis em livros, artigos, ou qualquer outro meio confiável. Assim, constrói-se uma relação estreita entre situação e familiarização do tema abordado.

B) Matematização - parte do processo no qual se deve estabelecer as variáveis de importância e o relacionamento entre elas, formulando matematicamente o problema de modo que uma solução possa ser determinada. É necessário um conhecimento prévio e poder de associação das ferramentas matemáticas que foram adquiridas em séries/anos/estudos anteriores à situação observada para um agrupamento de hipóteses.

Posteriormente, uma análise sobre as hipóteses, definirá os termos relevantes, sendo preciso um profundo conhecimento das relações matemáticas, tais como, funções, gráficos, diagramas, que traduzam a situação em moldes puramente matemáticos.

C) Modelo Matemático - para conclusão e escolha do modelo matemático, deve-se avaliar o(s) modelo(s) e verificar qual melhor representa a situação problema estudada, aproximando-se da realidade. Escolhido o modelo, deve-se verificar o grau de confiança na sua aplicação. No caso dos modelos não atenderem as especificações e necessidades que os originaram, o processo deve retornar à parte da matematização, e as alterações essenciais deverão ser efetuadas. Esta etapa é também conhecida como validação do modelo obtido.

Já, segundo Bassanezi (1999), os processos que sistematizam as etapas da modelagem matemática são: escolha do tema, levantamento de dados, ajustes de curvas, construção do modelo, validação do modelo, construção de modelos alternativos, previsão de fenômenos ainda não observados e discussões e críticas.

Assim, a modelagem matemática converte a linguagem usual em linguagem matemática ou ainda, transforma relações puramente matemáticas em relações textuais de compreensão mais acessível. Permitindo representações de problemas inicialmente estabelecidos por meio de expressões, fórmulas ou modelos (BARBOSA; BUENO; LIMA, 2011).

A Modelagem Matemática, de um modo geral, inserida no ambiente escolar pode trazer vários benefícios para o processo de ensino e aprendizagem, pois sua implantação pode proporcionar um significativo grau de motivação para introduzir novas ideias e conceitos matemáticos, explorando o conhecimento de forma interdisciplinar, contribuindo assim para a compreensão e interpretação do mundo real (MOREIRA; MAGINA, 2013).

Já no que diz respeito ao ensino de estatística, percebe-se que vem a tempos apresentando problemas, sendo responsável por muitas dificuldades enfrentadas pelos alunos em assimilar conteúdos estatísticos. E o resultado é que eles ficam temerosos quando se veem frente a frente com a necessidade de aprender tais conteúdos (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p. 9-10).

Autores têm avaliado o uso de modelos matemáticos no ensino de estatística, como o trabalho realizado por Fietz (2011) que avaliou o ensino de estatística por meio da modelagem matemática para o ensino médio e constatou que a modelagem matemática é uma estratégia de ensino no qual o docente estimula seus alunos a terem uma postura mais autônoma e crítica, bem como motiva seu pensamento reflexivo para alcançar uma solução satisfatória a fim de resolver situações do cotidiano.

Já os autores Mendonça e Lopes (2011) realizaram uma investigação estatística em um ambiente de modelagem matemática e constataram que os conceitos estatísticos foram aprendidos de forma natural no contexto do tema e que a modelagem matemática pode contribuir para a educação estatística no ensino médio.

Os autores Vertuan; Silva (2018), apresentam resultados de uma pesquisa que busca evidenciar manifestações do pensamento estatístico reveladas na produção escrita de estudantes ao desenvolverem uma atividade de Modelagem Matemática e por meio de análise qualitativa de cunho interpretativo dos registros escritos dos estudantes, evidenciaram que o pensamento estatístico é manifestado desde o planejamento de ações para a coleta de dados, a coleta propriamente dita e a organização desses dados, a interpretação de dados via conceitos da Estatística Descritiva, bem como a utilização de diferentes representações para pensar o problema.

Percebe-se na literatura uma relação bem aprofundada, direta e complementar entre as temáticas Modelagem Matemática e Estatística. Enquanto a modelagem nos fornece procedimentos e metodologias para viabilizar o ensino e aprendizagem, a estatística permeia práticas, aplicações e validação de situações problemas e suas soluções. Juntas, proporcionam uma contextualização e interdisciplinaridade dos conceitos abordados.

Proposta metodológica do uso da modelagem no ensino de estatística para alunos do ensino básico técnico: aplicação na criação de frangos caipiras

O tema aborda o uso da aplicação na criação de frangos caipiras como ferramenta de contextualização e interdisciplinaridade na compreensão da estatística para alunos de cursos técnicos integrados ao ensino médio, em especial aos cursos técnicos em agropecuária, fazendo uso dos procedimentos da Modelagem Matemática.

Problemática

A matemática está inclusa em todos os níveis acadêmicos, desde a formação básica à pós-graduação, seja como base de ensino de simples equações ou mesmo na interpretação e resolução de problemas complexos. Enquanto professor da rede federal de ensino percebo, na maioria dos alunos, uma grande dificuldade em assimilar situação-problema e dados matemáticos, ou seja, representar matematicamente uma problematização. Em muitos casos, conseguem “decorar” fórmulas ou métodos para uso de forma mecânica, sem questionar e compreender os processos utilizados. Assim, emerge uma problemática: como e quando utilizar os conceitos matemáticos?

É ainda mais preocupante quando se avalia o aprendizado da matemática inserida na estatística, pois apesar do uso constante de fórmulas e regras, é necessário entender todo o contexto, para assim interpretar os resultados e tomar decisões baseadas no estudo realizado. Quando se trabalha com alunos de nível médio técnico, fica evidente a grande dificuldade encontrada por eles em assimilar o conteúdo transmitido na sala de aula e sua utilização na prática.

Nesse sentido, o ensino básico, técnico e tecnológico, ofertado pelos Institutos Federais, tem como objetivo qualificar o aluno do ensino médio para o mercado de trabalho, bem como estimular áreas de pesquisa e extensão. Para tanto, é preciso buscar meios alternativos e eficientes de trabalhar a matemática, buscando plena assimilação pelos alunos, para uma verdadeira aprendizagem.

A Estatística no ensino médio técnico se apresenta de forma importante, não só na coleta dos dados, mas também, na interpretação dos resultados que vão inferir no grau de confiança ou no quão significativo é/foi o trabalho de pesquisa desenvolvido. A partir deste raciocínio, levantamos o seguinte questionamento: Como viabilizar a aprendizagem de estatística para alunos do ensino médio técnico?

Hipótese

Aponta-se como hipótese para este estudo a modelagem matemática como estratégia no desenvolvimento do aprendizado de tópicos de estatística, destinada a formação profissional de alunos do ensino médio da rede federal de ensino técnico e tecnológico, tendo como aplicação a criação de frangos caipiras.

O ensino de estatística no ensino básico ainda deixa muito a desejar, mesmo com os parâmetros curriculares nacionais determinando que seu ensino seja contínuo. Grande parte dos professores não trabalham este conteúdo na educação básica, alegando como motivo a não abordagem do assunto nos livros didáticos, que não estudaram tópicos de estatística na graduação, ou que o assunto é complexo e eles não tem domínio do conteúdo (CARVALHO, 2015).

No entanto, o ensino de estatística na educação básica é atribuição do professor de matemática e, portanto, cabe a ele conhecer e propor novos métodos de ensino-aprendizagem, utilizar-se de ferramentas e propostas que auxiliam a compreensão e despertem o interesse dos alunos pela estatística.

Uma vez que a Modelagem Matemática trabalha com aproximações da realidade, utilizando os modelos para representação de um sistema ou parte dele, os modelos matemáticos obtidos devem servir tanto para uma expressão particular como suporte para outras aplicações.

Esse espectro de possibilidades, em que a modelagem utiliza resultados e instrumentos de diferentes situações/fenômenos e contextos como ponto de partida para o seu desenvolvimento, confere-lhe um caráter interdisciplinar, o que a potencializa como motivação para o processo de ensino e aprendizagem, como metodologia de ensino e/ou ainda como forma de aprofundamento e ampliação da compreensão de conceitos tanto de matemática como das demais áreas do conhecimento.

Apresentamos como proposta uma aplicação na criação de frangos caipiras para abordagem da estatística, visando contextualizar o estudo, ao mesmo tempo que, promovemos interdisciplinaridade entre conteúdos técnicos e da base comum ofertados no ensino médio técnico.

A teoria inserida por meio de conceitos possibilita um aprendizado incompleto ou deficiente, sendo necessário o uso de aplicações que ilustre sua importância. Seguindo essa linha de raciocínio, a aplicabilidade e contextualização de um problema, desperta no aluno uma motivação e interesse em solucioná-lo, justificando o uso da aplicação na criação de frangos caipiras para o ensino de tópicos de estatística usando modelagem matemática.

Aplicação na criação de frangos caipiras

O principal objetivo deste trabalho é propor uma alternativa eficiente para o ensino de Estatística direcionada aos alunos de cursos Técnicos em Agropecuária e áreas afins, seguindo a metodologia e procedimentos adotados pela Modelagem Matemática.

Para tanto, propomos inicialmente um "problema-base" que, na busca de soluções, norteará todo o processo de ensino e aprendizagem dos tópicos de Estatística presentes no ensino médio técnico.

Problema Base: Na criação de frangos caipiras é conveniente buscar alternativas alimentares a fim de baratear os custos com sua produção e maximizar os lucros. Para a formulação da ração deseja-se substituir a proteína do farelo de soja (custo mais elevado) pela proteína do farelo de algodão (custo menor) sem que haja perdas de nutrientes ou no desenvolvimento das aves. Qual o percentual de substituição entre essas substâncias que oferece maior ganho de peso para os frangos?

O aluno é desafiado e estimulado a pesquisar temáticas que lhe permita propor soluções. Observa-se que o problema apresentado contextualiza a situação pois, envolve uma prática inserida no curso e no cotidiano da maioria dos alunos que buscam esta área do conhecimento. Ademais, acreditamos que esta aplicação pode ser trabalhada em outras áreas por si tratar de um tema de fácil compreensão.

Obedecendo à primeira etapa da Modelagem Matemática, a Interação, deve-se realizar uma pesquisa sobre a criação dos frangos para familiarização e reconhecimento do objeto de pesquisa.

Primeira etapa: interação

Nos últimos anos os consumidores tornaram-se mais cuidadosos com a saúde o que, necessariamente perpassa pela qualidade dos produtos alimentícios, isto é, passaram a fazer uso de produtos naturais, os quais estão aliados à imagem de produtos saudáveis e que atendem os padrões de bem-estar, inclusive dos animais utilizados na alimentação. Esta realidade abre as portas à avicultura alternativa, administrada geralmente por pequenos produtores que sobrevivem da agricultura familiar.

As aves criadas em sistema alternativo (aves caipiras) devem se alimentar com dietas exclusivamente vegetais e, aos 25 dias de idade, ter acesso a piquete. A criação é dividida em três fases (inicial - de 1 a 30 dias de idade, crescimento - de 31 a 56 dias de idade e terminação - de 57 a 85 dias de idade), em que, para cada uma delas deve- se formular uma ração balanceada de modo a atender as exigências nutricionais. O fim da fase de terminação marca a idade mínima para o abate (BRASIL, 1999). Dentre as aves das linhagens de frango caipira, a Isa label (conhecida popularmente como pescoço pelado) tem sido a preferida por grande parte dos produtores. Isso se deve ao fato das aves atingirem peso de abate de 2,5 kg, por volta dos 90 dias (CAIRES; CARVALHO; CAIRES, 2010).

De acordo com Amorim et al. (2015), a alimentação das aves acarreta grande parte do custo de produção, chegando a aproximadamente 75% do custo total. Comumente o milho (fonte de energia) e o farelo de soja (fonte de proteína) configuram como as principais matérias primas na composição da ração para aves. Trata-se de produtos com alto valor de mercado (o custo do farelo de soja é maior que do milho), o que torna a ração desses animais bastante onerosa.

As demandas do mercado e o alto custo da produção dos frangos propiciam as condições para a busca de fontes alternativas para o uso de novos ingredientes na composição da ração das aves, de modo a garantir o fornecimento dos nutrientes essenciais e necessários ao bom desempenho das aves e, ao mesmo tempo, baratear o custo da produção.

Um coproduto em fase de estudo pelos pesquisadores é o farelo de algodão, cujas características nutricionais ainda são pouco conhecidas. Segundo Rostagno et al. (2011) o farelo de algodão pode conter 30% de proteína bruta e 24% de fibra bruta ou 39% de proteína bruta e 14% de fibra bruta, esses valores são dependentes do tipo de extração, moagem e quantidade de inclusão de casca no farelo. Dado seu alto valor proteico, o farelo de algodão pode entrar na ração em substituição ao farelo de soja.

O principal produto do cultivo do algodão é a fibra, também chamada de pluma, utilizada na indústria têxtil, e o óleo de algodão produzido a partir do caroço, local em que se encontra a amêndoa, rica em óleo e proteína. Então no processamento da extração do óleo de algodão é obtido o línter, que é uma fibra que reveste o caroço; ao quebrar o caroço obtém-se a casca, também rica em fibra, e a amêndoa, que possui de 30 a 40% de proteína e de 35 a 40% de lipídios. A partir da prensagem hidráulica da amêndoa ou usando extratores químicos, como éter, o óleo é extraído e o resíduo é chamado de torta de algodão. A moagem da torta dá origem ao farelo de algodão (EMBRAPA, 2014).

Segundo Butolo (2002) a forma de processamento para extração do óleo é que mais interfere no teor proteico, energético e fibroso do farelo de algodão. O farelo de algodão que é obtido por prensagem hidráulica possui maior teor de lipídios, devido ao óleo residual, e menor teor de proteína que o farelo obtido pela extração por solventes, este último contém menos óleo residual, e possui maior teor de proteína (EMBRAPA, 2014). A casca do algodão também pode ser adicionada ao farelo de algodão, porém irá influenciar em maior teor de fibra bruta.

Encontrar o nível ótimo do coproduto, no caso em tela, o farelo de algodão, para melhorar o desempenho no ganho de peso dos frangos e alcançar máximo retorno econômico tem sido um desafio. Nesse sentido, são relevantes as tentativas de definir os efeitos dos níveis de farelo de algodão para que, a partir do conhecimento das exigências proteicas das aves, seja possível ajustar os nutrientes das rações, resultando na correta formulação dietética.

Para auxiliar na tomada de decisões e definição de melhores níveis de utilização do farelo de algodão em substituição ao farelo de soja, estabelecemos como objetivo deste estudo: elaborar um modelo matemático para representar o ganho de peso de frangos caipira da linhagem Isa label, ao substituir na alimentação das aves, a proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão. Assim, constituímos a escolha do objeto de investigação (equivalente à primeira etapa da modelagem), ocasião em que nos inteiramos da realidade da situação a ser estudada, nesse caso, o desempenho de frangos da linhagem Isa label, ao se substituir o farelo de soja pelo farelo de algodão, a partir de um experimento conduzido no setor de avicultura do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Tocantins - Campus de Dianópolis.

A continuidade do estudo nos conduz ao levantamento de dados, momento em que conhecemos ainda mais o processo de criação de frangos em suas distintas fases de crescimento até a fase de terminação, o que permite avaliar os efeitos da inclusão do farelo de algodão nas rações. O experimento contou com 200 pintinhos (frangos), os quais foram alojados em galpão convencional de alvenaria. Do 1.º ao 30.º dia de idade, os frangos foram expostos à luz continuamente (luz natural + artificial), fornecendo-lhes ração e água à vontade.

No 30.º dia eles foram pesados um a um e distribuídos aleatoriamente em piquetes, gramado com capim Tifton 85, com quatro níveis de substituição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão (0%, 10%, 20% e 30%), cada nível de substituição corresponde a um tratamento e cada tratamento possui cinco repetições contendo 10 aves por unidade experimental, logo os frangos foram alocados em vinte piquetes, em que cada piquete corresponde a uma unidade experimental.

As rações para o período de 30 a 86 dias de idade, foram formuladas para atender as exigências nutricionais das aves. Na fase de crescimento (30 a 56 dias), os níveis nutricionais da dieta foram de 16,78% de proteína bruta e 3050 kcal de energia metabolizável, 0,7113% de cálcio, 0,3545% de fósforo disponível. Na fase de terminação (57 a 86 dias) os níveis nutricionais foram de 15,08% de proteína bruta, 3100 kcal de energia metabolizável, 0,5286% de cálcio e 0,2623% de fósforo disponível (ROSTAGNO et al., 2011).

Aos 86 dias de idade fez-se a pesagem dos frangos. Em seguida, foram selecionadas duas aves de cada unidade experimental para avaliação estatística dos dados.

Segunda etapa: matematização

Inicia-se nesse momento o estudo estatístico baseado nos dados coletados a partir do Peso Vivo (PV) dos frangos que se caracteriza como uma *variável quantitativa contínua*, pois pode assumir qualquer valor real dentro de um intervalo convenientemente estabelecido. Por exemplo, uma ave pode ter peso 2,5kg, ou 2,54kg, ou 2,547kg, a depender da precisão do instrumento usado para obter as medidas.

O conjunto das aves, ou seja, os 200 frangos utilizados no experimento, formam a *população*. E o subconjunto composto pelos 36 frangos selecionados para análise, formam a *amostra*.

Observa-se na Tabela 1 os *dados brutos* obtidos, ou seja, os pesos dos frangos provenientes da amostra sem uma necessária ordenação. Esse tipo de tabela recebe o nome de *tabela primitiva*. Nessa tabela há ausência de dados para a repetição R5, ocasionada pelo desaparecimento das aves que, segundo informações dos envolvidos no projeto, havia um lobo-guará na região se alimentando das aves. Essas ocorrências ou imprevistos são normais em experimentos dessa natureza. Fato que leva os alunos terem uma ideia real do que ocorre em experimentações.

Tabela 1: PV dos frangos caipiras aos 86 dias de idade alimentados com diferentes níveis de farelo de algodão – IFTO Dianópolis – 2014 – Tabela Primitiva.

Repetição (R)	Tratamento 0% (PV em kg)	Tratamento 10% (PV em kg)	Tratamento 20% (PV em kg)	Tratamento 30% (PV em kg)
R1	2,190	2,496	3,500	2,450
	2,380	2,300	3,560	2,990
R2	2,800	2,350	3,630	2,810
	2,870	2,565	3,525	2,339
R3	2,465	2,230	3,610	3,900
	2,415	3,490	3,775	3,010
R4	3,020	2,360	3,670	2,395
	1,820	2,449	3,800	2,930
R5	2,550	2,960	...	...
	2,520	3,000	...	...

Fonte: elaborada pelo autor.

Ao organizar os dados brutos considerando uma ordenação crescente ou decrescente, encontra-se uma tabela denominada *rol*. Na busca por uma apresentação de dados de forma resumida e concisa, pode-se utilizar das tabelas de *distribuição de frequências*.

Para os dados da Tabela 1 é conveniente usar uma *distribuição de frequências com intervalo de classes*, devido o grande número de valores distintos assumidos pela variável peso vivo. A construção desse tipo de distribuição de frequências necessita da determinação de elementos específicos.

Elementos de uma distribuição de frequências

Número de classes (k): é a quantidade de linhas da tabela que são destinadas aos valores ou intervalos da variável. Há várias fórmulas para a determinação de k, sendo a mais usual a fórmula de Sturges $k \cong 1 + 3{,}22(\log n)$. Assim, para $n = 36$, obtemos $k \cong 1 + 3{,}22(\log 36) \cong 1 + 5 = 6$. Logo, a distribuição de frequências deve apresentar 6 classes.

Amplitude das classes (h): define o "tamanho" dos intervalos das classes. É determinada pela razão entre a diferença do maior valor com o menor valor observados, e o número de classes. Logo, $h = \frac{3{,}900 - 1{,}820}{6} \cong 0{,}350$. Então, os intervalos das classes com $i = 1{,}2{,} \ldots {,}6$ são $1{,}820 \vdash 2{,}170$; $2{,}170 \vdash 2{,}520$; ... $3{,}570 \vdash 3{,}920$.

Ponto médio das classes (x_i): é geralmente usado para representar o intervalo constante na classe, ou mesmo a classe. Dado por $x_i = \frac{l_i + L_i}{2}$, sendo l_i e L_i os limites inferior e superior respectivamente da classe i. Por exemplo, para a classe $i = 1$ tem-se $x_1 = \frac{l_1 + L_1}{2} = \frac{1{,}820 + 2{,}170}{2} = 1{,}995$.

Frequência simples de uma classe (f_i): é a quantidade de valores assumidos pela variável no intervalo correspondente à classe i. Para a classe $i = 2$, por exemplo, tem-se $f_2 = 13$, pois há 13 aves com pesos entre $2{,}170kg$ e $2{,}520kg$.

Frequências acumuladas (F_i): a frequência acumulada de uma classe i indica a quantidade de dados da variável observados até a classe i, ou seja, $F_i = \sum_{j=1}^{i} f_j$. Exemplificando, a classe $i = 3$ possui $F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 1 + 13 + 5 = 19$.

A Tabela 2 mostra uma distribuição de frequências com intervalos de classe de modo completo, apresentando os pontos médios e as frequências acumuladas das classes. Tais frequências permitem, de modo simples, verificar, por exemplo, que há 26 aves com peso menor que 3, 220kg.

Tabela 2: PV de frangos caipiras - IFTO campus Dianópolis - 2014 (ponto médio e frequências acumuladas).

Classe i	Peso Vivo (PV em kg)	Frequência f_i	Ponto Médio x_i	Frequência Acumulada F_i
1	1,820⊢2,170	1	1,995	1
2	2,170⊢2,520	13	2,345	14
3	2,520⊢2,870	5	2,695	19
4	2,870⊢3,220	7	3,045	26
5	3,220⊢2,570	4	3,395	30
6	3,570⊢3,920	6	3,745	36
		$\sum f_i = 36$		

Fonte: elaborada pelo autor.

Representação gráfica de uma distribuição de frequências

Para a representação gráfica de uma distribuição de frequências tem-se o histograma, o polígono de frequências e o polígono de frequências acumuladas. Todos têm como base o sistema de eixos coordenados cartesianos ortogonais. No eixo das abscissas coloca-se os valores da variável e no eixo das ordenadas, as frequências.

Histograma: gráfico em colunas justapostas de comprimento igual à amplitude das classes e altura definida pela respectiva frequência da classe. A Figura 1 mostra o histograma para os dados da Tabela 2.

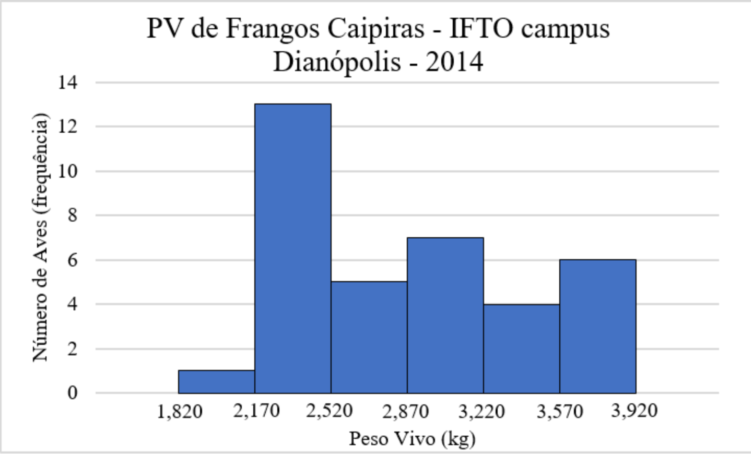


Figura 1 – Histograma do *PV* dos frangos caipiras.
Fonte: elaborada pelo autor.

Polígono de frequências: gráfico em linha, consiste na junção de segmentos de reta que unem pontos obtidos pelos pontos médios das classes com suas respectivas frequências. O polígono de frequências para a Tabela 2 pode ser visto na Figura 2.

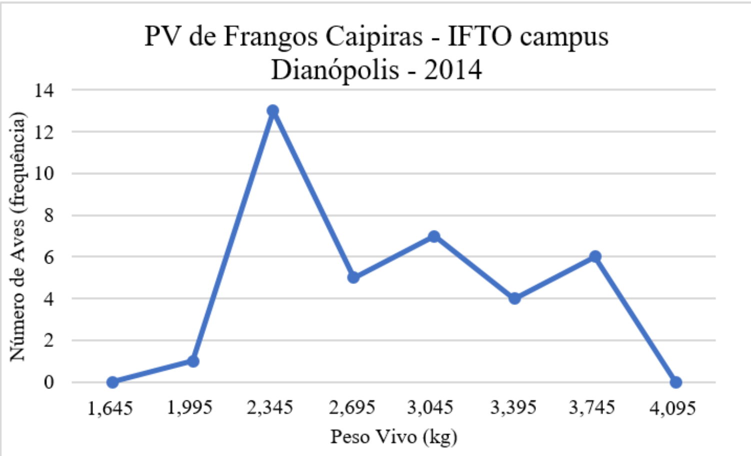
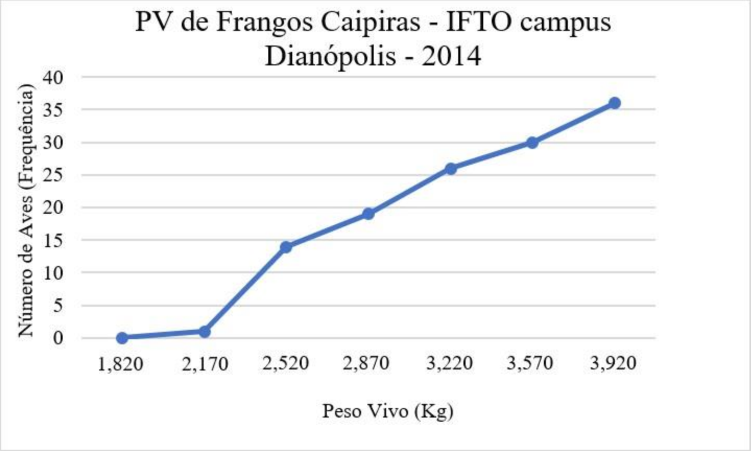


Figura 2 – Polígono de frequências do *PV* dos frangos caipiras.
Fonte: elaborada pelo autor.

Polígono de frequências acumuladas: gráfico em linha, traçado a partir dos pontos formados pelos limites superiores das classes com suas respectivas frequências acumuladas. A Figura 3 apresenta o polígono de frequências acumuladas referente à Tabela 2.

Figura 3 – Polígono de frequências acumuladas do *PV* dos frangos caipiras.



Fonte: elaborada pelo autor.

As representações gráficas destacam-se como os principais elementos em Estatística por disponibilizar informações de modo atrativo, resumido e conciso. Analisando os gráficos percebe-se rapidamente a evolução da variável observada.

Medidas de tendência central ou medidas de posições

Na descrição dos dados coletados, as medidas de posições apresentam-se como valores representativos de todo o conjunto (população). São elas:

Média aritmética ($\bar{x}$): razão entre a soma dos valores assumidos pela variável e a quantidade desses valores. Para dados agrupados em intervalos de classes, deve-se considerar suas frequências. Assim, considerando a Tabela 2, o peso vivo médio das aves é

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i\, x_i}{\sum f_i} = \frac{f_1\, x_1 + f_2\, x_2 + \cdots + f_6\, x_6}{n} = \frac{103{,}320}{36} = 2{,}870kg.$$

Mediana (Md): valor central de um conjunto de dados previamente ordenados. A seguir, é apresentada uma fórmula para a determinação da mediana para dados agrupados em intervalos de classe que consiste em estimar o valor central por meio de interpolação de valores na classe mediana (classe que possui frequência acumulada imediatamente superior a $\frac{n}{2}$). Assim, a classe mediana da Tabela 2 é $i = 3$, fornecendo o peso mediano das aves de

$$Md = l_3 + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_2\right)h}{f_3} = 2{,}520 + \frac{\left(\frac{36}{2} - 14\right)0{,}350}{5} = 2{,}800kg.$$

Moda (Mo): é o valor mais típico (comum) de um conjunto de dados numéricos. Para a Tabela, 2 tem-se $Mo = 2{,}345kg$, por ser o ponto médio da classe de maior frequência ($f = 13$). Portanto, o peso mais comum entre as aves gira em torno de $2{,}345kg$.

Medidas de dispersão ou variabilidade

Medidas que avaliam a diversificação dos valores de um conjunto de dados indicando se os dados se apresentam de forma mais homogênea ou heterogênea.

Amplitude total (AT): determina a maior variação entre os valores de todo um conjunto. Para a Tabela 2, verifica-se que $AT = 3{,}920 - 1{,}820 = 2{,}100kg$. A amplitude total é uma medida de variabilidade considerada instável, pois envolve apenas os valores extremos observados, por isso, pouca usada na caracterização da dispersão dos dados.

Desvios em torno da média (d_i): são as subtrações entre cada valor observado da variável e a média aritmética do conjunto de valores, isto é, $d_i = x_i - \bar{x}$. A soma dos desvios é sempre nula, ou seja,

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \cdots + (x_n - \bar{x}) = (x_1 + \cdots + x_n) - (\bar{x} + \cdots + \bar{x}) = n\bar{x} - n\bar{x} = 0.$$

Assim, a soma dos desvios não determina uma medida para a dispersão dos dados, mas sedimenta uma base para definir a variância.

Variância (σ^2): medida de dispersão que considera o quadrado de cada desvio, evitando assim, que ocorra sempre $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$. Neste sentido, tem-se:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2.$$

Crespo (2004, p. 112) afirma que

> (...) quando nosso interesse não se restringe à descrição dos dados, mas partindo da amostra, visamos tirar inferências válidas para a respectiva população, convém efetuar uma modificação, que consiste em usar o divisor $(n - 1)$ em lugar de n.

No cálculo da variância para a Tabela 2, é cômodo acrescentar duas colunas, uma com os produtos $f_i x_i$ e outra com os produtos $f_i {x_i}^2$ (pois deve-se considerar as frequências), como pode ser visto na Tabela 3.

Tabela 3: PV de frangos caipiras – IFTO campus Dianópolis – 2014.

Classe i	Peso Vivo (PV em kg)	Frequência f_i	Ponto Médio x_i	Produto $f_i x_i$	Produto $f_i {x_i}^2$
1	1,820⊢2,170	1	1,995	1,995	3,980
2	2,170⊢2,520	13	2,345	30,485	71,487
3	2,520⊢2,870	5	2,695	13,475	36,315
4	2,870⊢3,220	7	3,045	21,315	64,904
5	3,220⊢2,570	4	3,395	13,580	46,104
6	3,570⊢3,920	6	3,745	22,470	84,150
		$\sum f_i = 36$		$\sum f_i x_i = 103{,}32$	$\sum f_i {x_i}^2 = 306{,}94$

Fonte: elaborada pelo autor.

Então, com ajustes adequados, a variabilidade dos pesos das aves é em torno de

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum f_i {x_i}^2 - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{n}\right] = \frac{1}{36-1}\left[306{,}94 - \frac{(103{,}32)^2}{36}\right] \cong 0{,}297kg^2.$$

A variância nos fornece um valor numérico cuja unidade de medida encontra-se elevada ao quadrado. Para encontrar uma medida de dispersão na mesma unidade de medida dos valores assumidos pela variável, faz-se uso do desvio padrão.

Desvio padrão (σ): é a raiz quadrada positiva da variância. Aplicando aos dados da Tabela 3, encontra-se $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0{,}297} \cong 0{,}545kg$.

A variância e o desvio padrão são medidas de dispersão consideradas estáveis (confiáveis), pelo fato de envolver em seus cálculos a totalidade dos valores da variável.

Estatística inferencial básica

Também conhecida como indução estatística, a inferência apresenta procedimentos e técnicas que possibilitam tecer observações sobre uma dada população a partir de uma amostra, devido o número de elementos de uma população, em geral, apresentar-se elevado, tornando trabalhoso/oneroso e até mesmo impossível a análise de cada elemento.

A inferência estatística recorre ao conjunto amostral com objetivo de estimar parâmetros, tirar conclusões e auxiliar no processo de tomada de decisão para a caracterização de uma determinada população.

Quando se deseja estudar os efeitos ou relações existentes entre duas ou mais variáveis, faz-se uso da *correlação*, conceitos utilizados para descobrir e mensurar estas relações. Nos limitaremos a análise de duas variáveis.

A priori, é conveniente analisar o *diagrama de dispersão*, nuvem de pontos plotados no sistema cartesiano ortogonal xOy, visando uma ideia da correlação existente.

A fim de verificar a correlação entre as variáveis Peso Vivo (PV) e nível de substi- tuição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão (FA = Farelo de Algodão) do problema base, primeiramente, determina-se a média aritmética dos pesos das aves em cada tratamento (0%, 10%, 20%, 30%). A partir dos dados da Tabela 1, tem-se:

$\bar{x}_{(0\%)} = 2{,}503kg$, $\bar{x}_{(10\%)} = 2{,}620kg$, $\bar{x}_{(20\%)} = 3{,}634kg$ e $\bar{x}_{(30\%)} = 2{,}853kg$.

Para o diagrama de dispersão, definimos os pares ordenados (FA, PV) com FA no eixo horizontal (eixo das abscissas) e PV no eixo vertical (eixo das ordenadas). A escolha de FA como variável independente e PV como variável dependente, foi motivada pela análise que se deseja, ou seja, explicar o ganho de peso das aves através dos níveis de substituição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão. Também, é natural esperar que a alimentação esteja diretamente ligada ao crescimento e desenvolvimento das aves.

Procura-se então, uma função (relação) matemática que melhor se ajuste (aproxime) aos pontos plotados. A observação do conjunto de pontos obtidos no gráfico de dispersão fornece, a grosso modo, essa relação. No entanto, para este caso, a relação não está bem clara, ou seja, pode-se imaginar uma reta crescente ou uma parábola côncava para representar tal relação. A Figuras 4 expressa essa situação, sendo $y = a + bx$ e $y = a + bx + cx^2$, respectivamente, a reta estimada e a parábola estimada, na tentativa de estabelecer as verdadeiras relações funcionais, que aqui denotaremos por $Y = \alpha + \beta x$ e $Y = \alpha + \beta x + \gamma x^2$.

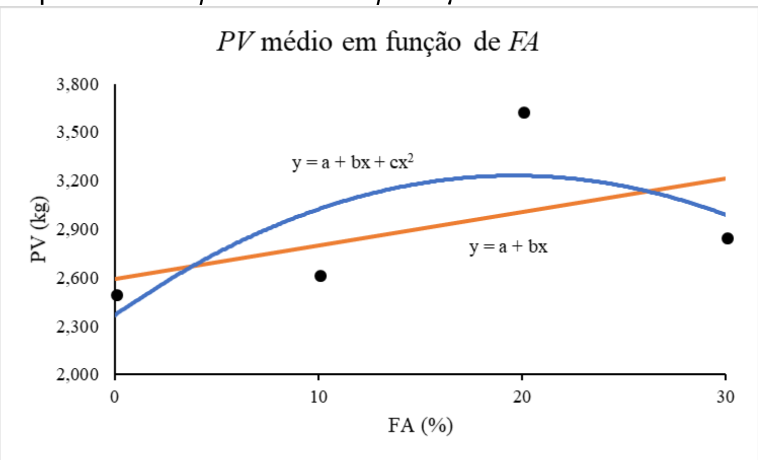


Figura 4: Gráfico de dispersão e curvas estimadas.
Fonte: elaborada pelo autor.

Segundo Bassanezi (2014, p. 56), o modelo matemático, em geral, depende de parâmetros (constantes a, b, c, ...) e sua determinação exige a estimação desses parâmetros, de maneira que a função ajustada represente, da forma mais fiel possível, a situação estudada.

Serão analisados os dois tipos, ajuste linear e ajuste quadrático. Na próxima seção será feita a validação do modelo: processo de avaliação dos modelos e escolha daquele que apresenta melhor adequação aos dados.

Utilizaremos o método dos mínimos quadrados para estimação dos parâmetros e ajuste das curvas (funções).

Definição: *Considere um conjunto de n dados observados $\{x_i, Y_i\}$, $i = 1,2,\dots,n$ e uma função $y(x) = f(x; a_1, a_2, \dots, a_k)$, em que a_j, $j = 1,2,\dots,k$, são os parâmetros. O método dos mínimos quadrados consiste em determinar estes parâmetros de modo que "minimize" o valor de*

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} [Y_i - f(x_i; a_1, \dots, a_k)]^2,$$

isto é, deve-se minimizar a soma dos quadrados dos desvios entre os valores Y_i observados e os valores y_i ajustados. A Figura 5 ilustra tal situação com $d_i = Y_i - y_i$, para $i = 1,2,\dots,n$.

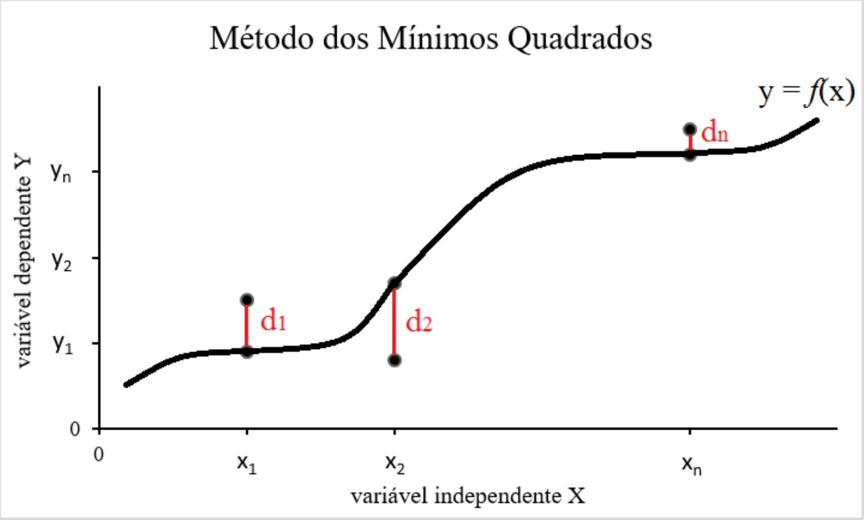


Figura 5: Método dos mínimos quadrados.
Fonte: elaborada pelo autor.

Regressão linear simples

Um ajuste da forma $y(x) = f(x; b, a)$, ou seja, $y = a + bx$ (equação da reta) é denominado ajuste linear, sendo a, b e y, respectivamente, os estimadores de α, β e $Y = \alpha + \beta x$. Assim, deve-se encontrar os valores dos parâmetros a e b, cuja soma dos quadrados dos desvios seja mínima:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - a - bx)^2.$$

Para tanto, devem ser satisfeitas as condições:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0.$$

O que é equivalente a resolver o sistema $\begin{cases} \sum(Y-a-bx)=0 \\ \sum[x(Y-a-bx)]=0 \end{cases}$.

Portanto, a reta estimada $y = a + bx$ estará bem definida ao se determinar os parâmetros a e b dados por

$$a = \bar{Y} - b\bar{x} \quad \text{e} \quad b = \frac{\sum xY - \left(\frac{\sum Y}{n}\right)\sum x}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

sendo, $\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$ e $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

Para aplicação no problema base, tem-se $n = 4$, pois estamos considerando as médias dos quatro tratamentos. A Tabela 4 contém os dados necessários.

Tabela 4: Dados para ajuste da reta.

$x = FA$ $(\%)$	$Y = PV$ (kg)	$x \cdot Y$	x^2
0	2,503	0	0
10	2,620	26,20	100
20	3,634	72,68	400
30	2,853	85,59	900
$\sum x = 60$	$\sum Y = 11{,}61$	$\sum xY = 184{,}47$	$\sum x^2 = 1400$

Fonte: elaborada pelo autor.

Assim, obtemos

$$b = \frac{184{,}47 - \left(\frac{11{,}61}{4}\right)60}{(1400)^2 - \frac{(60)^2}{4}} = 0{,}02064 \quad \text{e} \quad a = 2{,}9025 - 2{,}02064(15) = 2{,}5929.$$

Portanto, a reta ajustada é $y = 2{,}5929 + 0{,}02064x$.

Regressão quadrática

Um modelo do tipo $y = a + bx + cx^2$ com $c \neq 0$ (equação da parábola) constitui-se no modelo de regressão polinomial de grau 2 em x. O ajuste quadrático ocorre quando se determina os estimadores a, b e c dos parâmetros α, β e γ da relação $Y = \alpha + \beta x + \gamma x^2$.

Assim, a soma dos quadrados dos desvios entre os pontos observados e a parábola estimada será dada por

$$S = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - a - bx - cx^2)^2.$$

Logo, as condições que devem ser necessariamente satisfeitas para minimizar a expressão de S, são

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \qquad \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \qquad e \qquad \frac{\partial S}{\partial c} = 0.$$

De modo equivalente, tem-se o sistema $\begin{cases} \sum Y = na + b\sum x + c\sum x^2 \\ \sum xY = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 \\ \sum x^2 Y = a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 \end{cases}$.

Aplicando ao problema base, inicialmente confecciona-se a Tabela 5.

Tabela 5: Dados para ajuste da parábola.

$x = FA$ (%)	$Y = PV$ (kg)	$x \cdot Y$	x^2	$x^2 \cdot Y$	x^3	x^4
0	2,503	0	0	0	0	0
10	2,620	26,20	100	262,0	1000	10000
20	3,634	72,68	400	1453,6	8000	160000
30	2,853	85,59	900	2567,7	27000	810000
$\sum = 60$	$\sum = 11{,}61$	$\sum = 184{,}47$	$\sum = 1400$	$\sum = 4283{,}3$	$\sum = 36000$	$\sum = 980000$

Fonte: elaborada pelo autor.

Então, do sistema $\begin{cases} 11{,}61 = 4a + 60b + 1400c \\ 184{,}47 = 60a + 1400b + 36000c \\ 4283{,}3 = 1400a + 36000b + 980000c \end{cases}$ obtém-se $a = 2{,}3684$, $b = 0{,}08799$ e $c = -0{,}002245$, ou seja, a parábola ajustada possui equação $y = 2{,}3684 + 0{,}08799x - 0{,}002245x^2$.

Observação: As derivadas parciais foram usadas para minimizar a soma dos quadrados dos desvios, demonstrando a origem das fórmulas utilizadas para o cálculo dos estimadores, em contrapartida, acreditamos que a simples utilização dos sistemas lineares pode “resumir”, sem grandes perdas, a ideia geral para determinação dos estimadores.

Precisamos então, escolher entre as duas curvas ajustadas, a que melhor se adapta aos dados observados.

Terceira etapa: modelo matemático

É nessa etapa que se faz a validação do modelo, apresentando uma solução ao problema estabelecido (problema base). Existem vários métodos de avaliação dos modelos ajustados, ficaremos restritos à análise do coeficiente de determinação. De modo geral, deseja-se o modelo que apresenta menor dispersão entre os dados ajustados (y) e os dados observados (Y).

Avaliação da reta ajustada

O *coeficiente de determinação* funciona como um indicador da validade do modelo idealizado. Também conhecido como coeficiente de explicação, é definido por $R^2 = \frac{VE}{VT}$, em que, $VE = \sum(y - \bar{Y})^2$ é a Variação Explicada pela regressão, ou seja, é a soma dos quadrados dos desvios da linha de regressão y (valores ajustados) em torno da média $\bar{Y}$ e $VT = \sum(Y - \bar{Y})^2$ é a Variação Total, ou seja, é a soma dos quadrados dos desvios calculados entre os valores observados Y e a média $\bar{Y}$. A Figura 12 ilustra a definição.

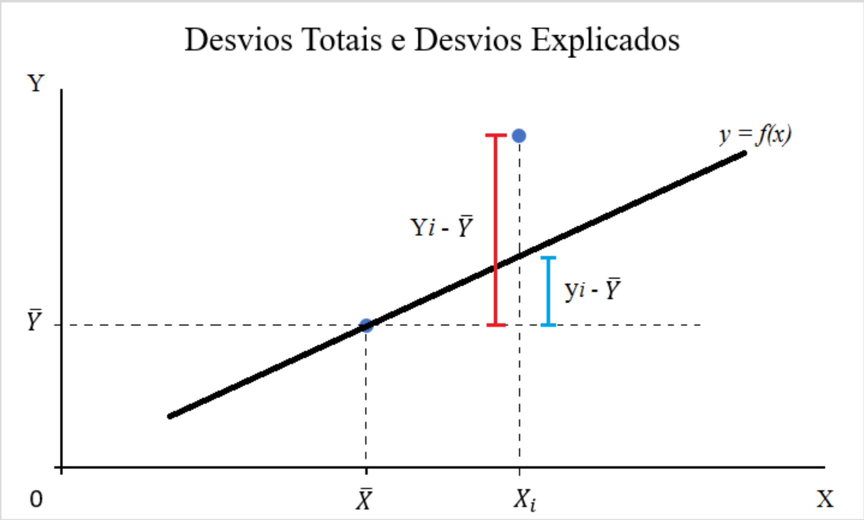


Figura 6: Variações total e explicadas.
Fonte: elaborada pelo autor.

O coeficiente de explicação fornece o percentual que a variação explicada pela regressão representa da variação total dos dados. Logo, $0 \leq R^2 \leq 1$. Assim, um valor de R^2 próximo de 1 (um), indica que as variações da variável dependente Y são "perfeitamente" explicadas pelas variações da variável independente X. Por conseguinte, se R^2 assume valor próximo de 0 (zero), então a variável Y não é afetada pela variação de X.

A Tabela 6 fornece os dados necessários para aplicação do problema base.

Tabela 6: Dados para cálculo das variações VE e VT.

Valores Ajustados y	Desvios Explicados $y - \bar{Y}$	QDE $(y - \bar{Y})^2$	Valores Observados Y	Desvios Totais $Y - \bar{Y}$	QDT $(Y - \bar{Y})^2$
2,5929	-0,3096	≅0,0959	2,503	-0,3995	≅0,1596
2,7993	-0,1032	≅0,0107	2,620	-0,2825	≅0,0798
3,0057	0,1032	≅0,0107	3,634	0,7315	≅0,5351
3,2121	0,3096	≅0,0959	2,853	-0,0495	≅0,0025
		$\sum = 0{,}2132$			$\sum = 0{,}777$

Fonte: elaborada pelo autor.

Sendo, QDE: quadrado dos desvios explicados; QDT: quadrado dos desvios totais; y: valores ajustados obtidos pela reta ajustada $y_i = 2{,}5929 + 0{,}02064x_i$ com $i = 0{,}10{,}20{,}30$; e $\bar{Y} = 2{,}9025$.

Logo, o coeficiente de determinação é $R^2 = \frac{0{,}2132}{0{,}777} \cong 0{,}2744$.

Portanto, este resultado indica que o ajuste linear $y = 2{,}5929 + 0{,}02064x$ explica, aproximadamente, 27,44% da variação total do peso vivo dos frangos.

Avaliação da parábola ajustada

Objetivando encontrar o coeficiente de explicação da parábola ajustada $y = 2{,}3684 + 0{,}08799x - 0{,}002245x^2$ confecciona-se a Tabela 7 para determinação da Variação Explicada (VE).

Tabela 7: Dados para cálculo das variações explicadas VE.

Valores Ajustados y	Desvios Explicados $y - \bar{Y}$	Quadrado dos Desvios Explicados $(y - \bar{Y})^2$

2,3684	-0,5341	≅0,2853
3,0238	0,1213	≅0,0147
3,2302	0,3277	≅0,1074
2,9876	0,0851	≅0,0072
		$\sum = 0{,}4146$

Fonte: elaborada pelo autor.

Nota-se que a Variação Total (VT) da parábola ajustada é a mesma da reta ajustada pois, por definição, o cálculo da variação total considera os desvios entre os valores observados (Y_i) e a média $(\bar{Y})$, ou seja, independe da curva ajustada. Assim, $R^2 = \frac{0{,}4146}{0{,}777} \cong 0{,}5336$.

Portanto, aproximadamente 53,36% da variação total do peso vivo dos frangos, é explicada pela parábola ajustada $y = 2{,}3684 + 0{,}08799x - 0{,}002245x^2$.

Escolha do modelo e solução para o problema base

Com base nos coeficientes de determinação das curvas ajustadas, podemos concluir que o ajustamento quadrático é o que melhor representa os dados observados, em virtude de apresentar maior coeficiente de explicação (menor dispersão entre dados observados e ajustados). Logo, a função escolhida é $PV = 2{,}3684 + 0{,}08799(FA) - 0{,}002245(FA)^2$.

As regressões e os coeficientes de determinação das curvas ajustadas também podem ser obtidos a partir de uma calculadora científica, ou pelo software Excel, entre outros. Sugerimos o uso de ferramentas tecnológicas como instrumento de verificação dos resultados encontrados. Sobretudo, o ensino deve ser baseado na aplicação dos conceitos de forma manual e em contato direto entre aluno e professor. Acreditamos que as tecnologias complementam o processo de ensino e aprendizagem, no entanto, não o substitui.

Estamos em condições de propor uma solução para o problema base, uma vez que, a regressão quadrática foi escolhida para representar o ganho de peso dos frangos em função da substituição da proteína do farelo se soja pela proteína do farelo de algodão, fundamentada pela análise do coeficiente de explicação.

A regressão obtida representa uma função quadrática com coeficiente angular negativo, admitindo assim, valor máximo, ou seja, os frangos atingem um peso máximo, que ocorre quando o nível de substituição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão é de $FA = \frac{-0{,}08799}{2(-0{,}002245)} \cong 19{,}60\%$. Logo, o peso vivo máximo dos frangos, estimado pela regressão, é de $PV = 2{,}3684 + 0{,}08799(19{,}60) - 0{,}002245(19{,}60)^2 \cong 3{,}231kg$.

Portanto, com base no desempenho dos frangos de corte caipira da linhagem pescoço pelado, recomenda-se a substituição de 19, 60% da proteína do farelo se soja pela proteína do farelo de algodão, por oferecer maior ganho de peso para as aves.

Considerações

Reconhecemos que a estatística tem valiosa importância no ensino médio, em especial nos cursos técnicos que promovem experimentos na busca por melhorias na produção, na qualidade de vida e uso consciente dos recursos naturais. Consideramos ainda, que o espaço ocupado pela estatística no ensino médio deve ser ampliado, diligenciando um estudo mais aprofundado do tema.

Qualificamos a utilização da modelagem matemática como instrumento didático no processo de ensino e aprendizagem da estatística. Direcionando, por intermédio de seus procedimentos, as etapas a serem percorridas, ou seja, a interação no tema abordado, a formulação do modelo matemático para representar a situação problema e a validação para verificar a proximidade do modelo com a realidade.

Em conformidade à experiência vivenciada na participação do projeto no Instituto Federal do Tocantins campus Dianópolis, acreditamos que a proposta de uso da aplicação na criação de frangos caipiras, na formação básica técnica, atua de forma efetiva na contextualização e interdisciplinaridade dos tópicos de estatística e disciplinas técnicas dos cursos da área de agropecuária.

Entendemos que o modelo matemático escolhido foi determinante para estabelecer o relacionamento entre as variáveis de importância, a saber: peso vivo e os níveis de substituição da proteína do farelo de soja pela proteína do farelo de algodão, sendo essencial para a avaliação e determinação do nível nutricional adequado de utilização do farelo de algodão para obter melhor desempenho e rendimento no sistema de produção de frangos caipiras.

Portanto, findamos este trabalho reconhecendo que um ensino delineado em planejamento de ações, inserção dos conteúdos à realidade dos discentes e na associação estabelecida entre as diversas disciplinas, tem como tendência a promoção de um aprendizado concreto, principalmente no ensino técnico.

Referências

AMORIM, A. F.; SIQUEIRA, J. C. de; RODRIGUES, K. F.; VAZ, R. G. M. V.; BARBOSA, S. M.; SANTOS, H. D.; ROSA, F. C.; SOUSA, J. P. L. de; SILVA, E. G. da; MOUFARREG, I. M. M. de O.; PARENTE, I. P.; SOARES, J. A. R. Níveis de inclusão do bagaço de mandioca na ração de frangos de crescimento lento: características físico-químicas da carne. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 36, n. 3, p. 1685–1700, mai./jun. 2015.

BARBOSA, T. A.; BUENO, S.; LIMA, M. A. M. Modelagem matemática: um método de ensino e aprendizagem. **In**: CIAEM - CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII., 2011, Universidade Federal de Pernambuco. Anais... Recife: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. ISBN 978-8563823- 01-4. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1343.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2017.

BASSANEZI, R. C. Modelagem matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **IX Biomatemática - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica IMECC**, Campinas, p. 9–22, 1999. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2017.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2011. ISBN 978-85-7244-136-0.

BUTOLO, J. E. **Qualidade de ingredientes na alimentação animal**. Campinas: J. E. Butolo, 2002. ISBN 9788590247319.

BRASIL. **Oficio Circular DOI/DIPOA N. 007 de 19 de maio 1999. Dispõe sobre as normas para criação de frango caipira e produção de ovos caipiras**. Brasília, 1999. Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/sislgis>. Acesso em: 3 de jan. 2017.

CAIRES, C. M.; CARVALHO, A. P. de; CAIRES, R. M. Criação alternativa de frangos de corte. **Revista Eletrônica Nutritime**, v. 7, n. 2, p. 1169–1174, mar./abr. 2010. ISSN 1983-9006. Disponível em: <http://www.nutritime.com.br/arquivos_internos/artigos/106V7N2P1169_1174MAR2010_.pdf>. Acesso em: 3 de jan. 2017.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatıstica: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. (Tendências em Educação Matemática). ISBN 9788582170878.

CARVALHO, A. A importância do ensino de estatística na formação inicial do professor de matemática. **In**: EBRAPEM - ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIX., 2015, UFJF. Anais... Juiz de Fora: EBRAPEM, 2015. ISSN 2237-8448.

CRESPO, A. A. **Estatítica Fácil**. 18. ed. São Paulo: Saraiva, 2004. ISBN 85-02-02056-0.

EMBRAPA. **Cultura do algodão herbáceo na agricultura familiar**. 3. ed. Brasília, 2014. Disponível em: <https://www.spo.cnptia.embrapa.br/conteudo?p_p_id=conteudoportlet_WAR_sistemasdeproducaolf6_1ga1ceportlet&p_p_lifecycle=0&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column1&p_p_col_count=1&p_r_p_76293187_sistemaProducaoId=3718&p_r_p_-996514994_topicoId=3313>. Acesso em: 5 de fev. 2017.

FIETZ, H. M. **O ensino de estatística por meio de uma atividade de modelagem matemática**. 2011. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) - UFRGS. Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática, Porto Alegre, 2011.

HOLLAS, J. Educação estatística crítica: um olhar sobre os processos educativos. **REnCiMa**, v.9, n.2, p. 72-87, 2018.

MOREIRA, F. M. B.; MAGINA, S. M. P. Modelagem matemática como estratégia de ensino-aprendizagem da matemática. **In**: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI., 2013, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Anais... Curitiba: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. ISSN 2178-034X.

REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BOCKEL, W. J.; BROILO, A. P.; PISCHING, I.; HEINEN, C. A.; KONIG, R. I. Modelagem matemática no ensino médio: uma possibilidade de aprendizagem a partir de contas de água. **REnCiMa**, v. 9, n. 1, p. 103-121, 2018.

ROSTAGNO, H. S.; ALBINO, L. F. T.; DONZELE, J. L.; GOMES, P. C.; OLIVEIRA, R. F.; LOPES, D. C.; FERREIRA, A. S.; BARRETO, S. L. T.; EUCLIDES, R. F. **Tabela brasileira para aves e suínos: composição de alimentos e exigências nutricionais**. 3 ed. Viçosa: UFV - DZO, 2011. ISBN 978-85-6024-97-2-5.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P. da. Pensamento estatístico em uma atividade de modelagem matemática: ressignificando o lançamento de aviões de papel. **REnCiMa**, v.9, n.2, p. 320-334, 2018.

Submissão: 21/08/2018

Aceite: 02/12/2018