

EACH



Escola de Artes, Ciências e Humanidades
Universidade de São Paulo

Modelagem de Sistemas Complexos: panorama

Fernando Fagundes Ferreira

Organização

Modelagem

Tipos de Sistemas

Teoria do Caos

Sistemas Complexos

Ferramentas

Modelos

O que é um modelo?

É uma representação simplificada de um sistema real cujo Objetivo é capturar o que tem de mais relevante para explicar ou reproduzir ou prever um padrão ou fenômeno.

A tarefa de construir um modelo pressupõe um objetivo. O modelo pretende capturar pelo menos um aspecto da realidade que seja de interesse. Assim como um mapa, a escala é importante.

O Melhor modelo para o Universo é o próprio Universo



Por que modelar?

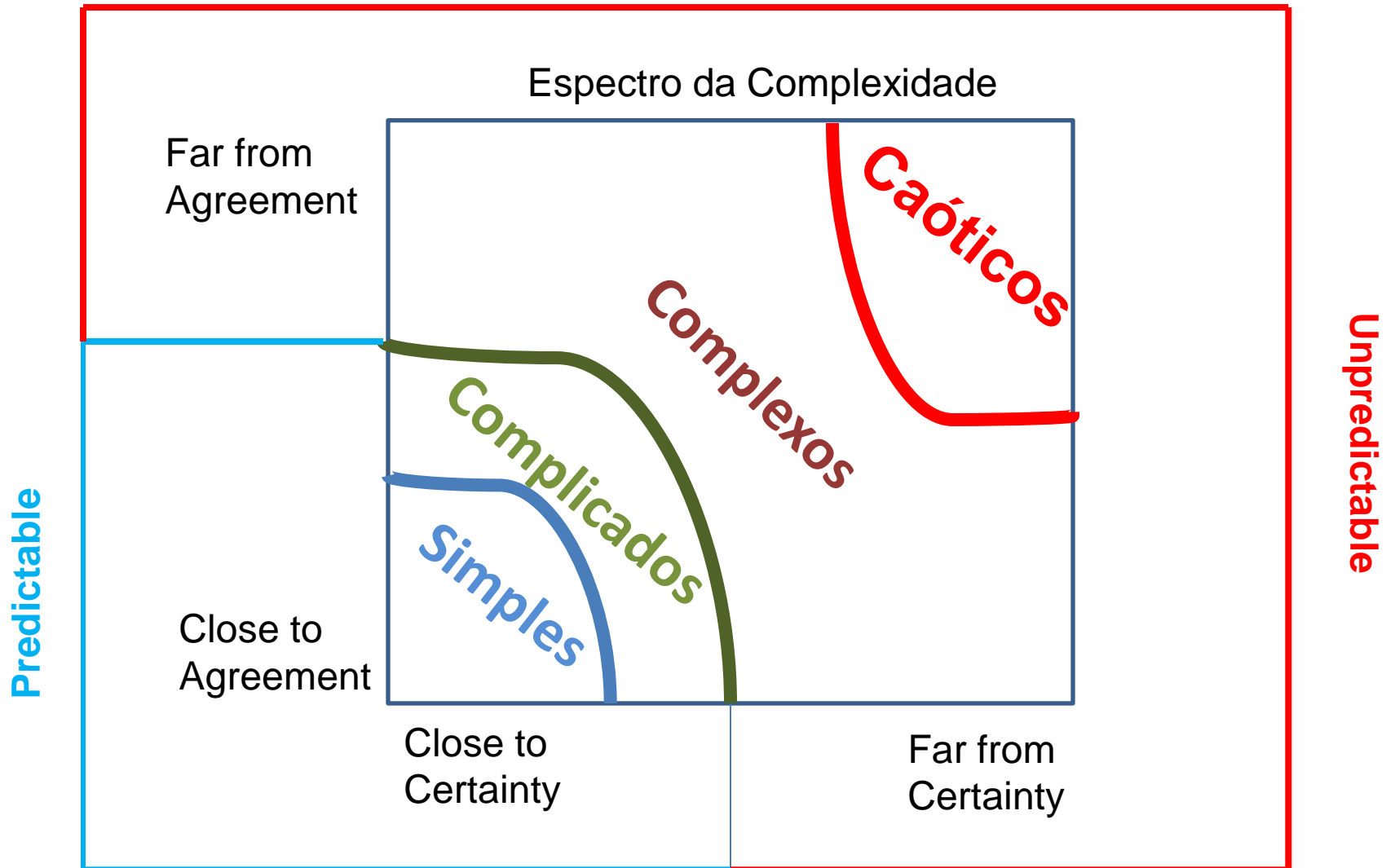
- a) oferecer uma melhor descrição quantitativa do sistema e seus resultados experimentais;
- b) Para fazer previsão (comportamentos ou valores)
- c) Para explicar um fenômeno ou mecanismo
- d) Para nortear a coleta de dados
- e) Para fazer novas analogias
- f) Para ter novos insights (Para projetar experimentos)
- g) Fazer análise crítica de hipóteses e compreender mecanismos naturais envolvidos
- h) Para construir teorias
- i) Para superar as limitações

O que é um Sistema?

Um sistema é uma coleção de componentes inter-relacionados que trabalham juntos para atingir alguns objetivos.

Existem vários tipos de sistemas: físicos, políticos, biológicos, sociais...

Tipos de Sistemas



Simple e Complicado

Quando um sistema tem um conjunto finito de respostas que pode ser relacionado a um input, isto significa que a relação entre causa e efeito está clara. Quando o número de elementos é pequeno, estes são chamados de **sistemas simples**.

Um **sistema complicado** é fruto de um projeto sofisticado que envolve muitas partes (pode ser milhões de peças) que desempenham uma função específica. Estas partes são interdependentes com outras para que o resultado desejado ocorra. O resultado final é previsível e compreensível a partir do papel de cada unidade constituinte.



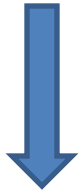
SISTEMAS CAÓTICOS

Caos: Definição

“Caos aparentemente é ruidoso (aparenta ser estocástico) mas é um sistema **determinístico** que exibe **dependência e sensibilidade às condições iniciais** e , a sua trajetória no longo prazo se dá de forma **aperiódica**”

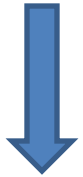
Ordem, Desordem e Organização

Ordem: Constância, Repetição, Regularidade regida pelo determinismo (semelhante ao expresso nas equações da Mecânica Newtoniana (interação de dois corpos).



Previsibilidade

Desordem: Inconstância, Irregularidade, Anarquia, Aleatoriedade, modelado pela Probabilidade.



Imprevisibilidade

Exemplo 2:

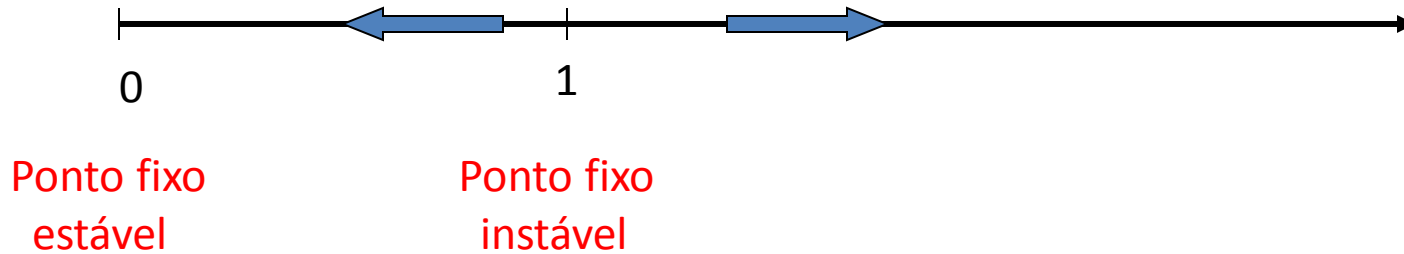
$$x_{n+1} = x_n^2 \quad x_n \geq 0$$

$x_0 = 2.0$
 $x_1 = 4.0$
 $x_2 = 16$
 $x_3 = 256$
 $x_4 = 65536$
 $x_5 = 4294967296$

$x_0 = 0.8$
 $x_1 = 0.64$
 $x_2 = 0.4096$
 $x_3 = 0.1677\dots$
 $x_4 = 0.0281\dots$
 $x_5 = 0.0008\dots$

$x_0 = 1$
 $x_1 = 1$
 $x_2 = 1$
 $x_3 = 1$
 $x_4 = 1$
 $x_5 = 1$

$x_0 = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = 0$
 $x_3 = 0$
 $x_4 = 0$
 $x_5 = 0$



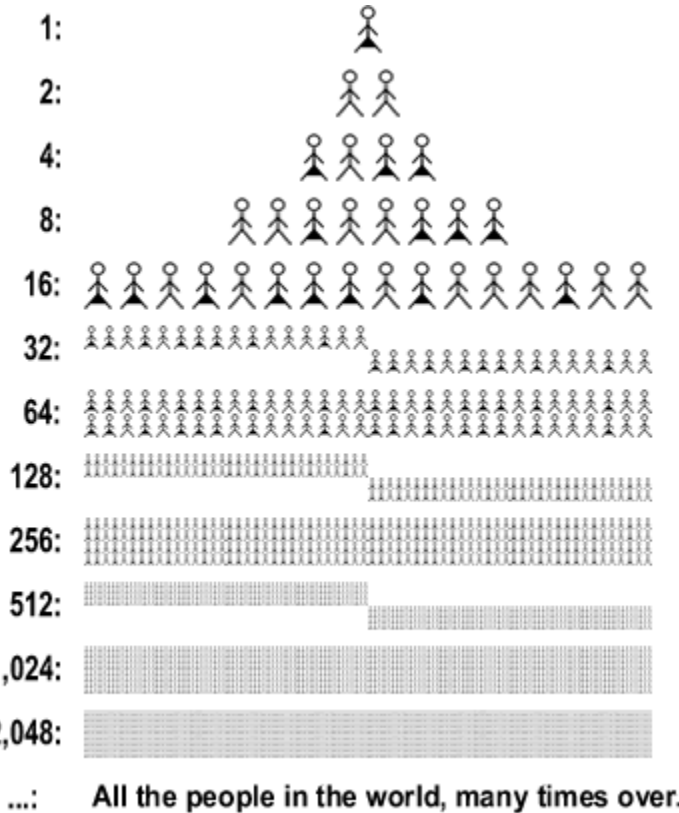
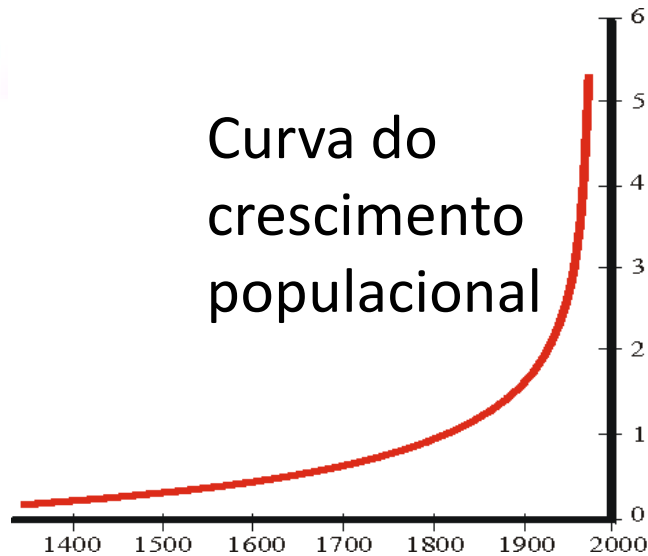
Dinâmica Populacional Discreta



$$X_{\text{depois}} = r X_{\text{antes}}$$

População próximo ano *População este ano*

Taxa de crescimento



Dinâmica Populacional Discreta



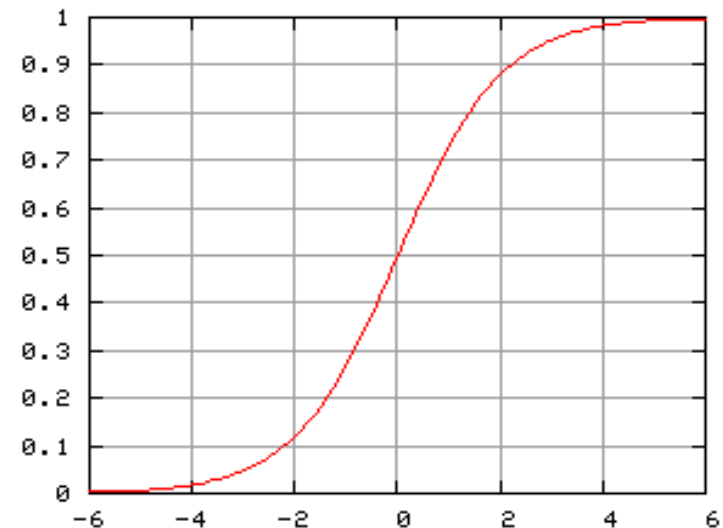
*Positivo
feedback*

*Negativo
feedback*

$$X_{t+1} = r X_t (1 - X_t)$$

Estado de Equilíbrio

Função logística ou curva logística. No estágio inicial o crescimento é aproximadamente exponencial, então a competição surge e o crescimento diminui e depois para de crescer.

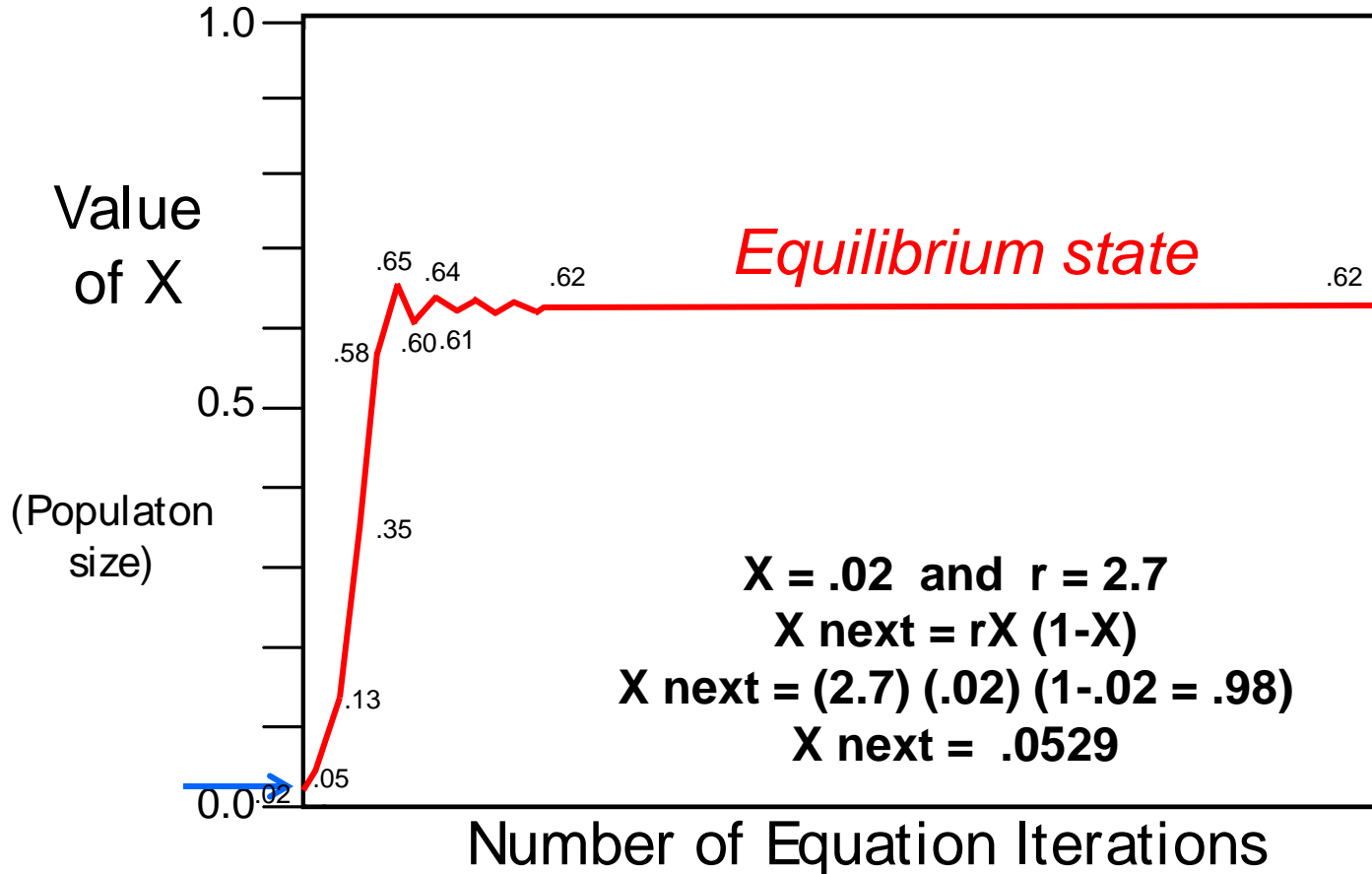


Modeling an Evolutionary System

X_{next} and Deterministic Chaos

$$X_{\text{next}} = rX(1-X)$$

$$r = 2.7$$

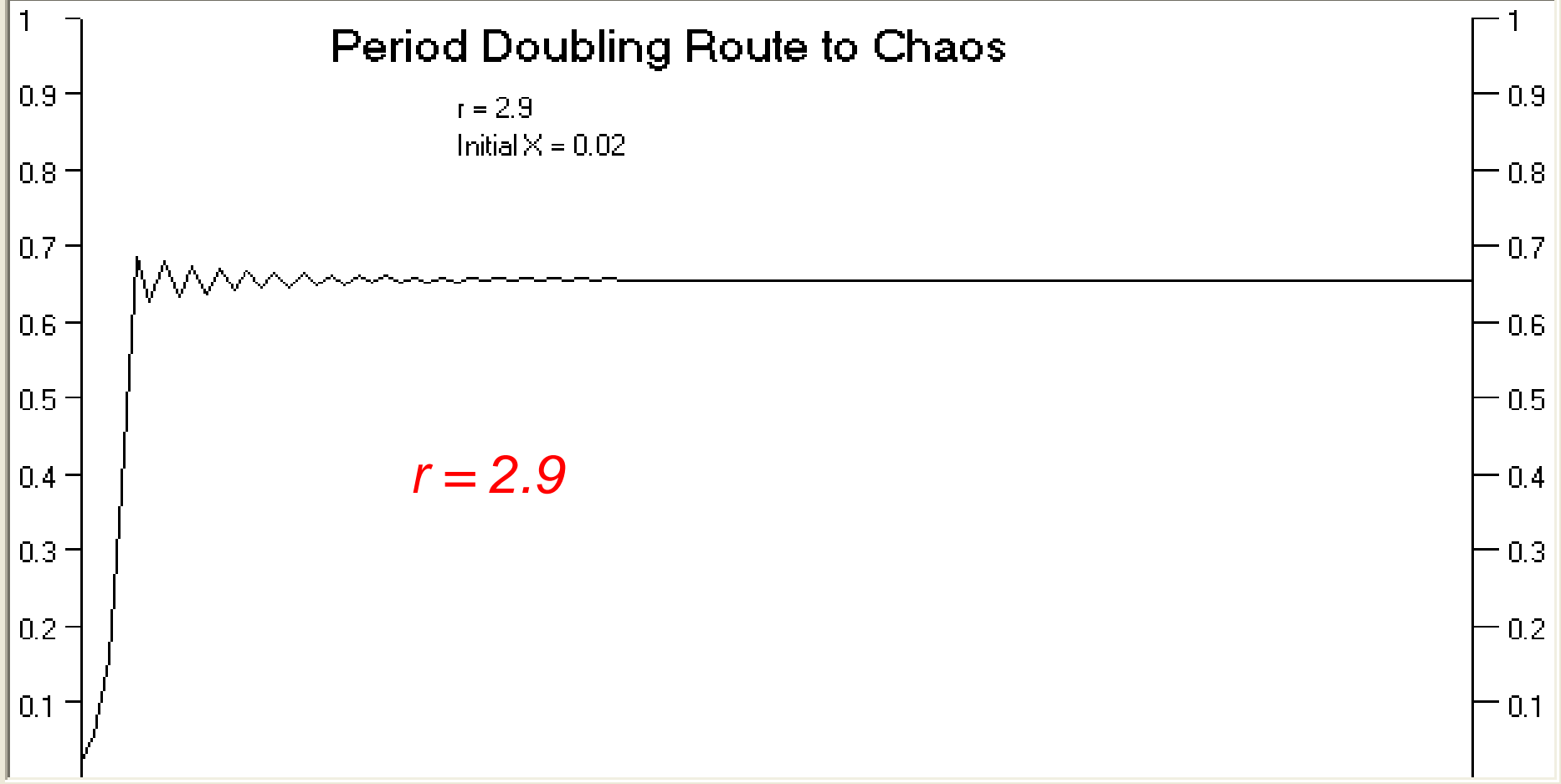


Iteration	X Value
0	0.0200000
1	0.0529200
2	0.1353226
3	0.3159280
4	0.5835173
5	0.6561671
6	0.6091519
7	0.6428318
8	0.6199175
9	0.6361734
10	0.6249333
11	0.6328575
12	0.6273420
13	0.6312168
14	0.6285118
15	0.6304087
16	0.6290826
17	0.6300117
18	0.6293618
44	0.6296296
45	0.6296296
46	0.6296296
47	0.6296296
48	0.6296296
49	0.6296296
50	0.6296296

Period Doubling Route to Chaos

$r = 2.9$
Initial $X = 0.02$

$r = 2.9$



Variables:

r Value:

Calculation Interval: ▾

Initial X:

Overwrite Previous:

Iterations:

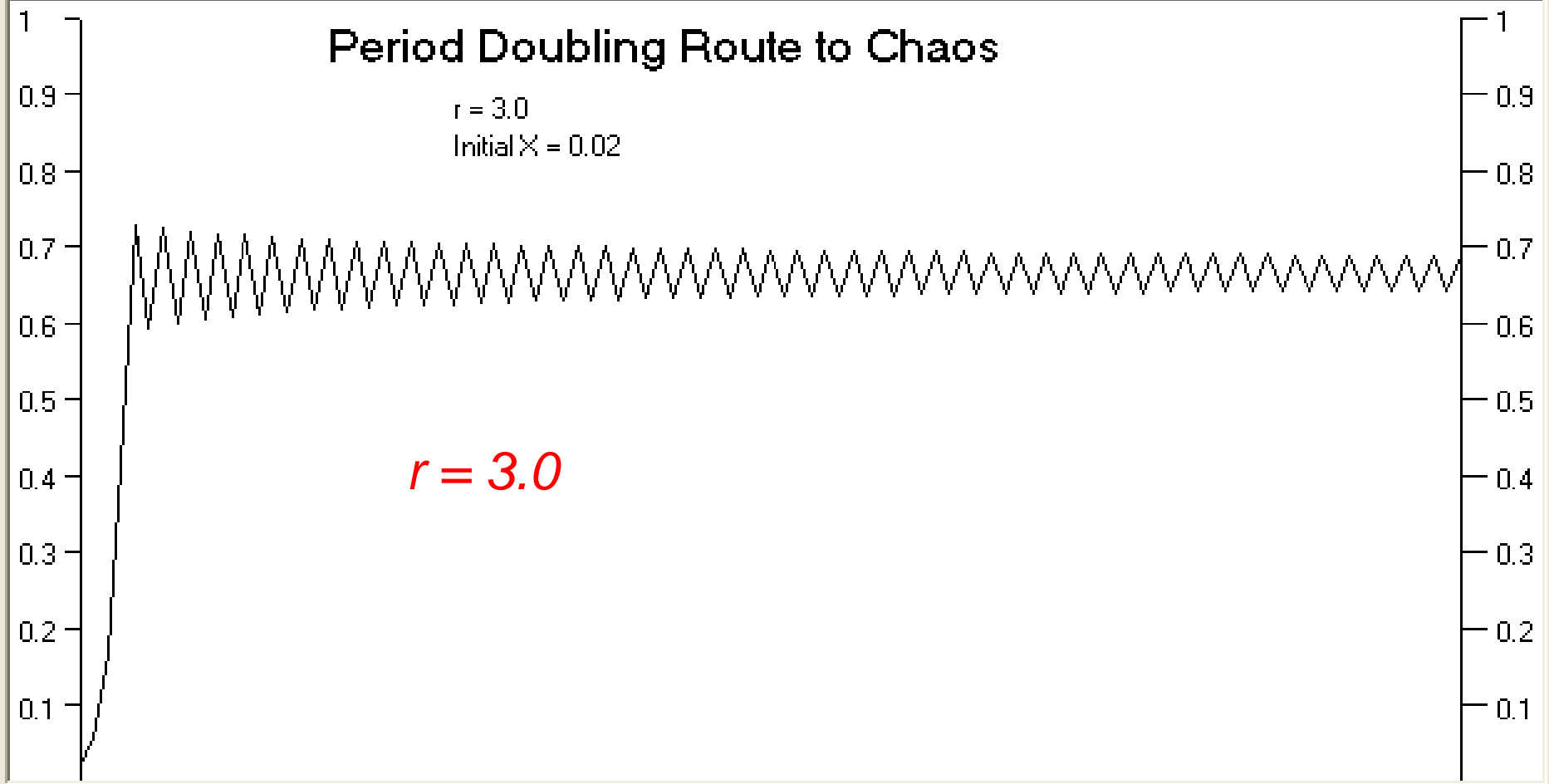
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.0$
Initial $X = 0.02$

$r = 3.0$



Variables

r Value:

Calculation Interval: ▼

Initial X:

Overwrite Previous:

Iterations:

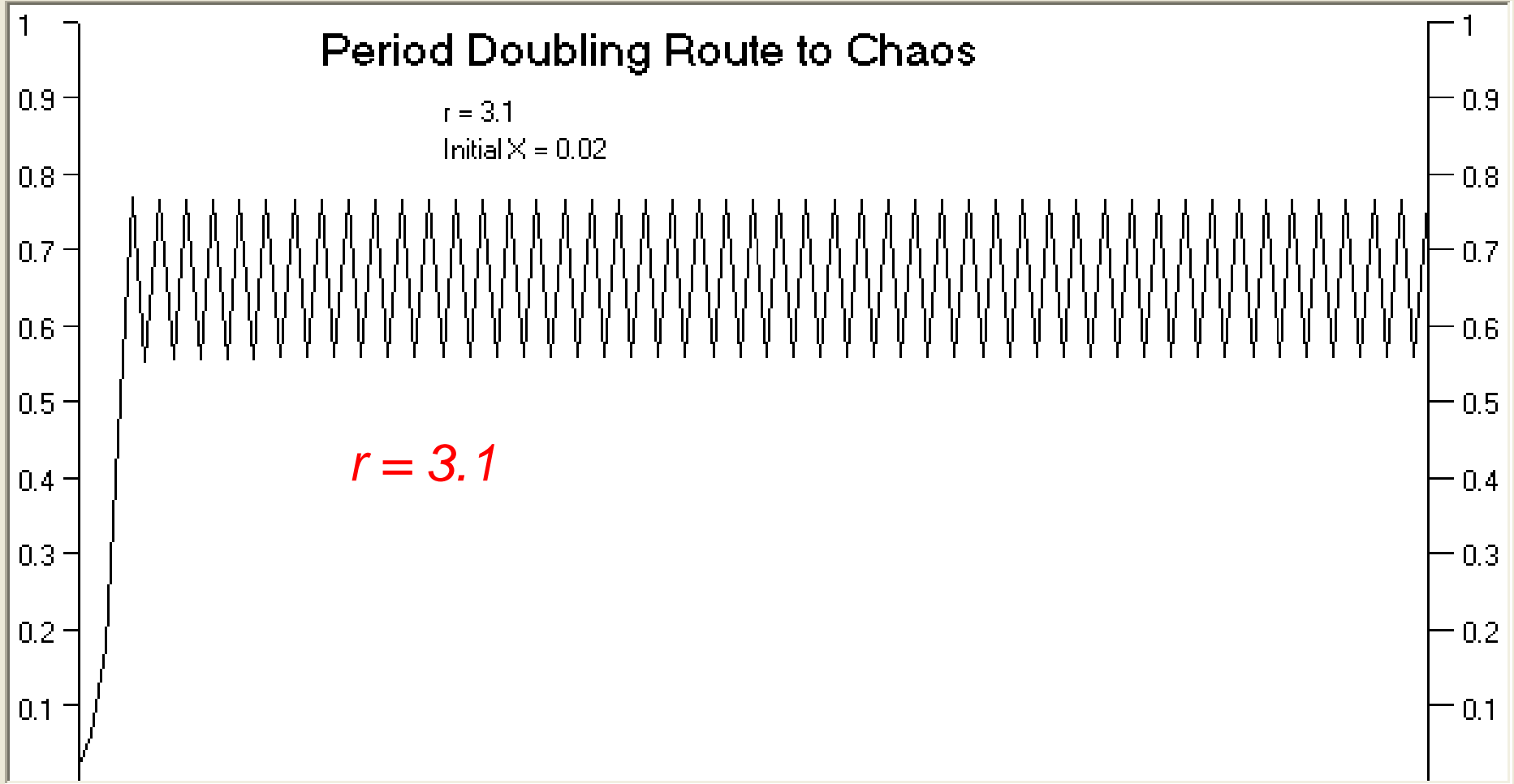
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.1$
Initial $X = 0.02$

$r = 3.1$



Variables

r Value:

Calculation Interval: ▾

Initial X:

Overwrite Previous:

Iterations:

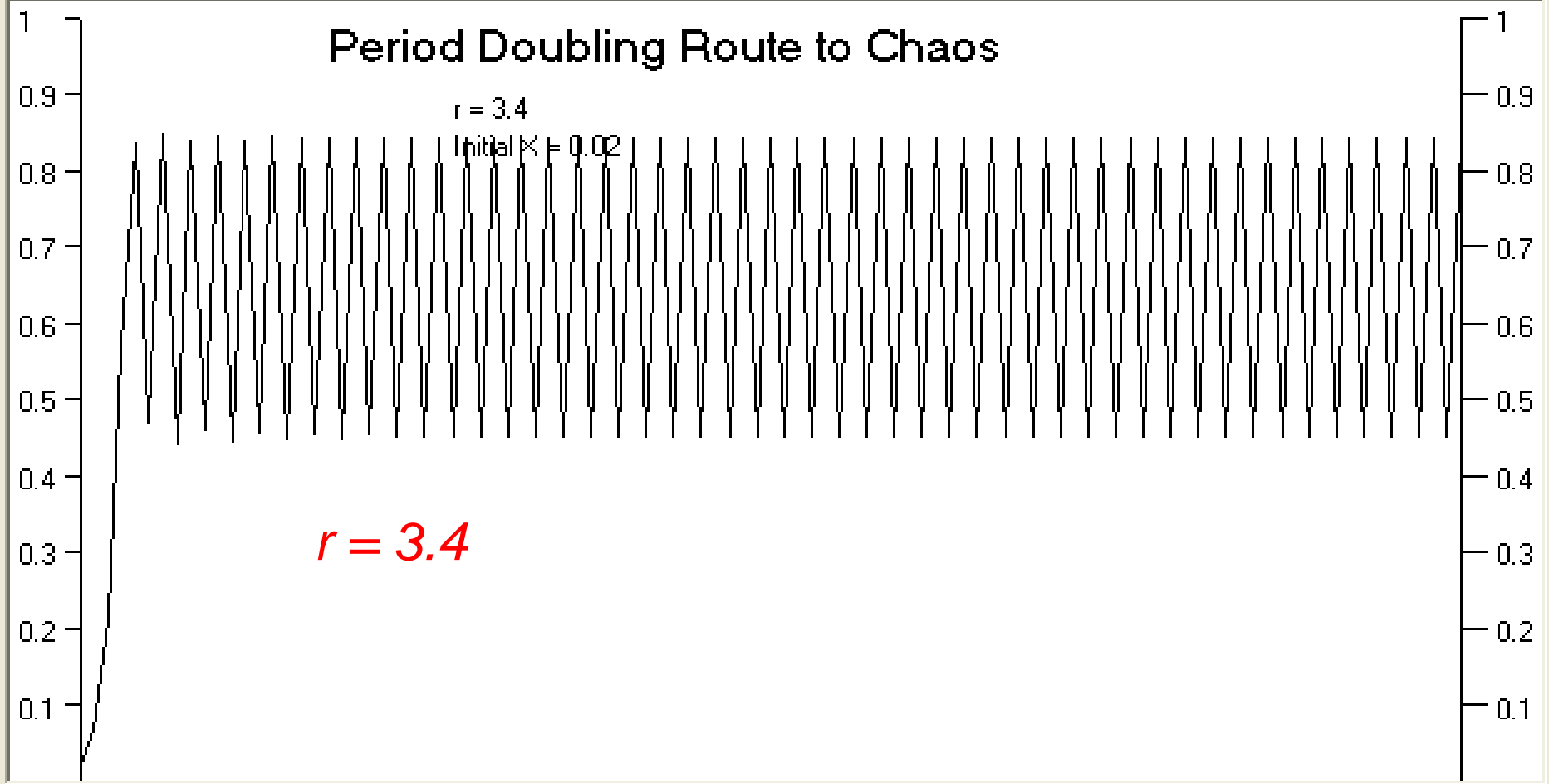
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.4$
Initial $X = 0.02$

$r = 3.4$



Variables:

r Value:

Calculation Interval: ▼

Initial X:

Overwrite Previous:

Iterations:

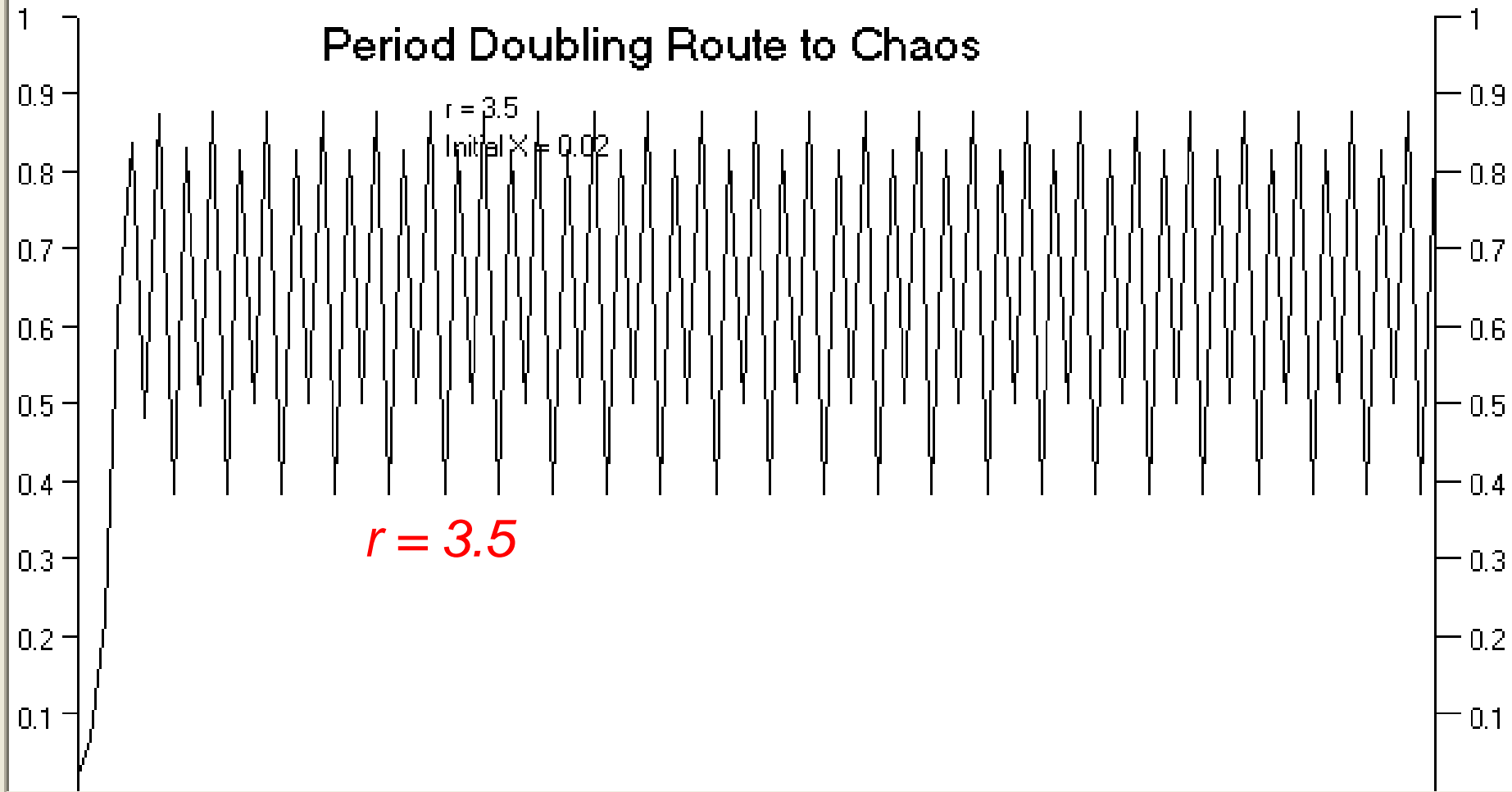
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.5$
Initial $X = 0.02$

$r = 3.5$



Variables

r Value:

Calculation Interval: ▾

Initial X:

Overwrite Previous:

Iterations:

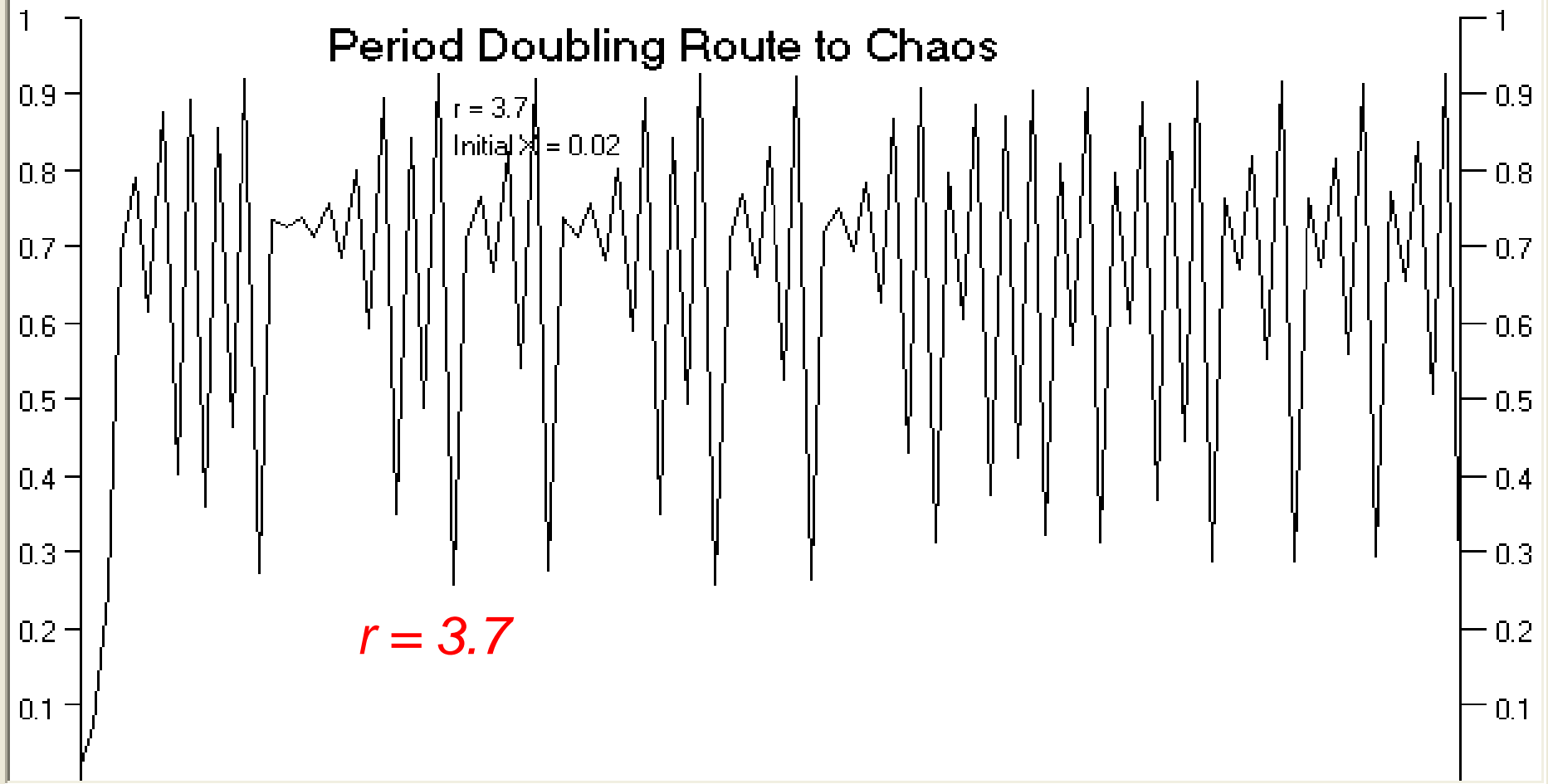
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.7$
Initial $x_0 = 0.02$

$r = 3.7$



Variables

r Value:

Calculation Interval: ▾

Initial x_0 :

Overwrite Previous:

Iterations:

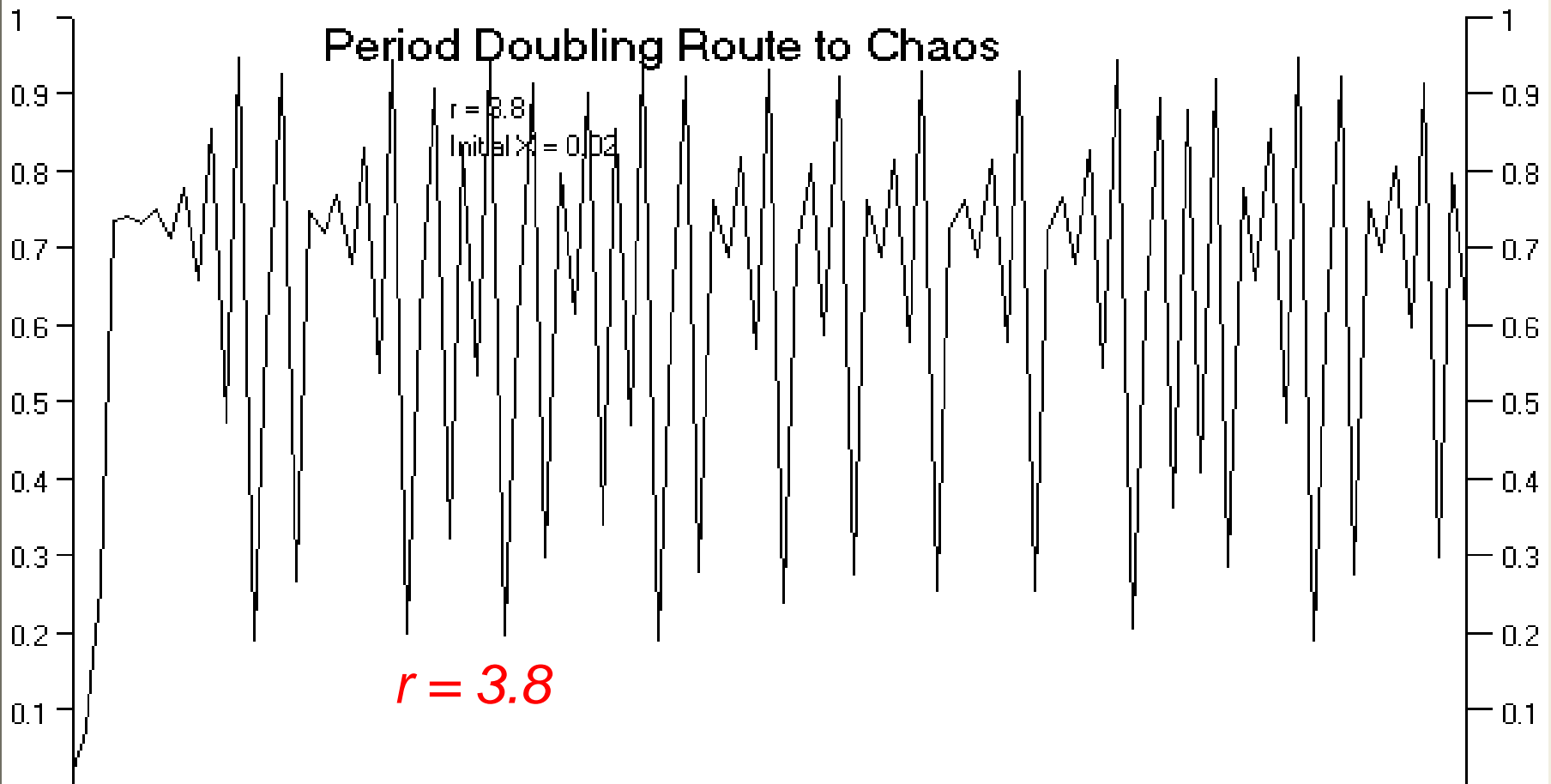
Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.8$
Initial $X = 0.02$

$r = 3.8$



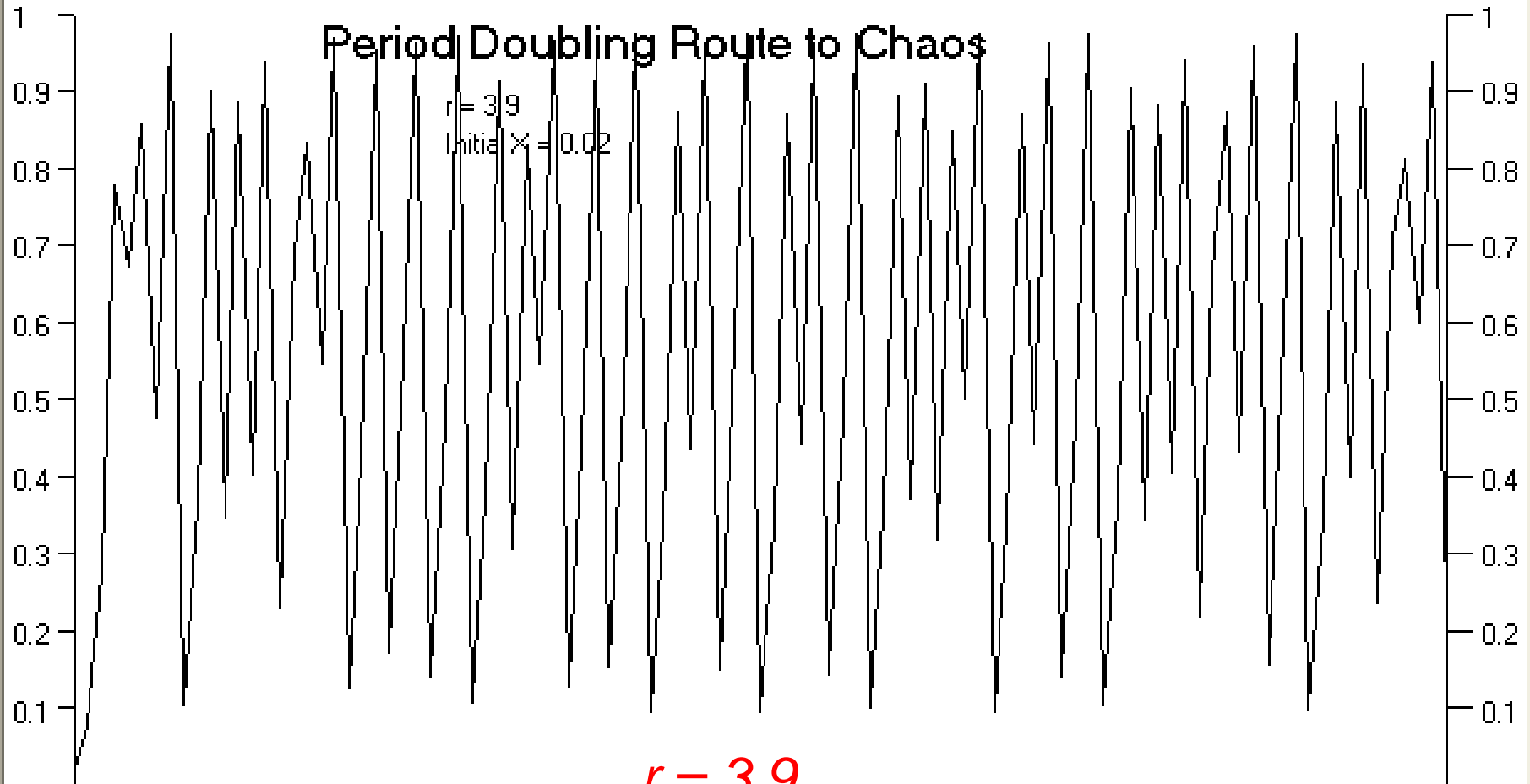
Variables

r Value: Calculation Interval: Initial X: Overwrite Previous: Iterations: Plot Sine Wave: Plot Random Noise:



Period Doubling Route to Chaos

$r = 3.9$
Initial $X = 0.02$



$r = 3.9$

Variables:

r Value:

Calculation Interval: ▾

Go

Report

View Output

Initial X :

Overwrite Previous:

Bifurcation
Diagram

End Calc.

Quit

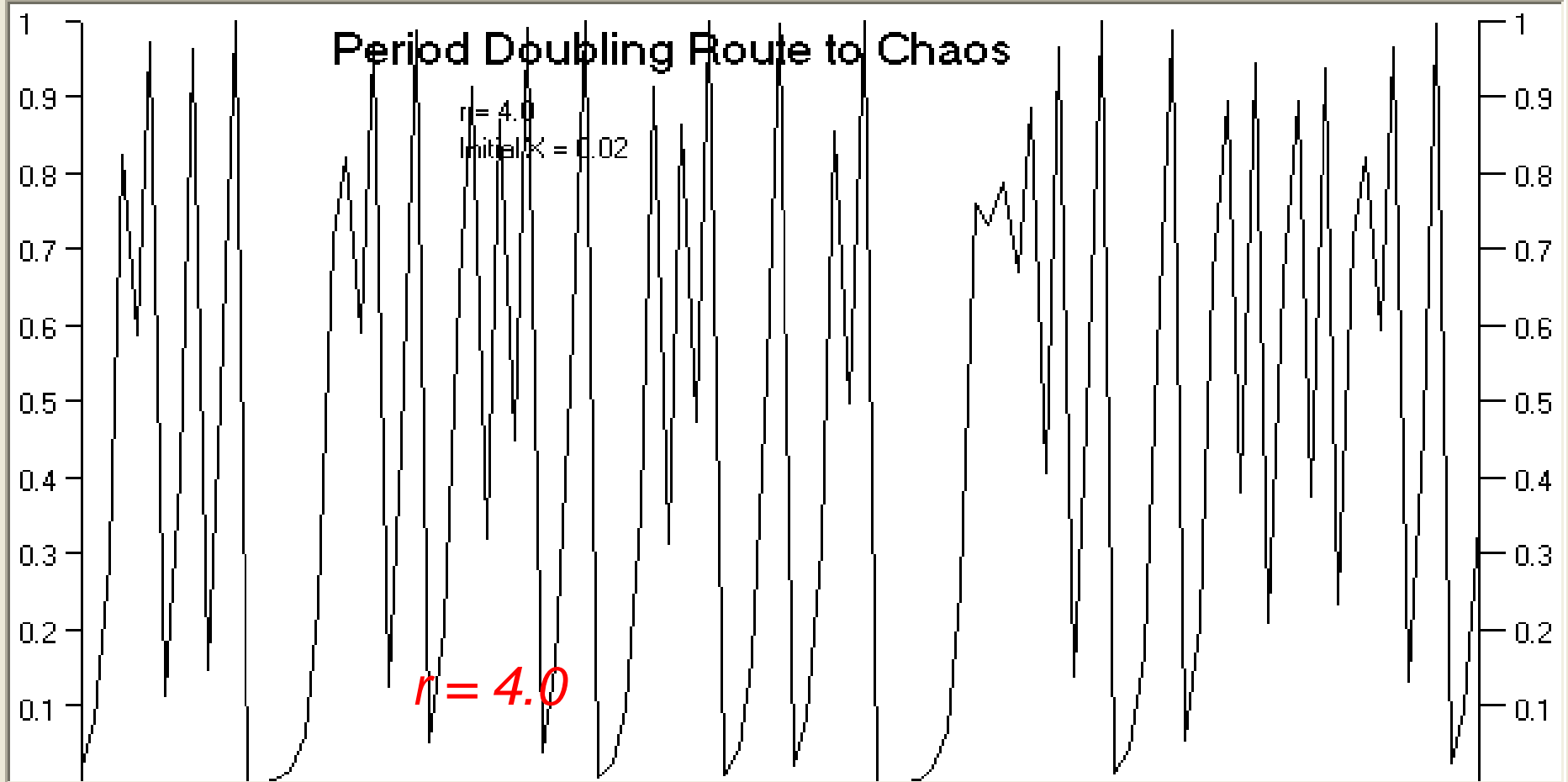
Iterations:

Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

XY Plot

About



Variables:

r Value:

Calculation Interval: ▾

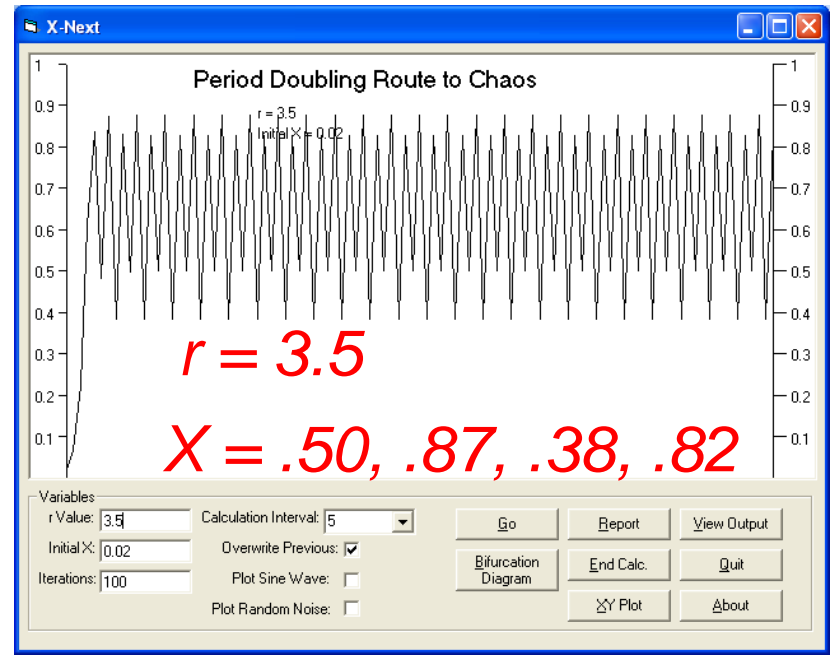
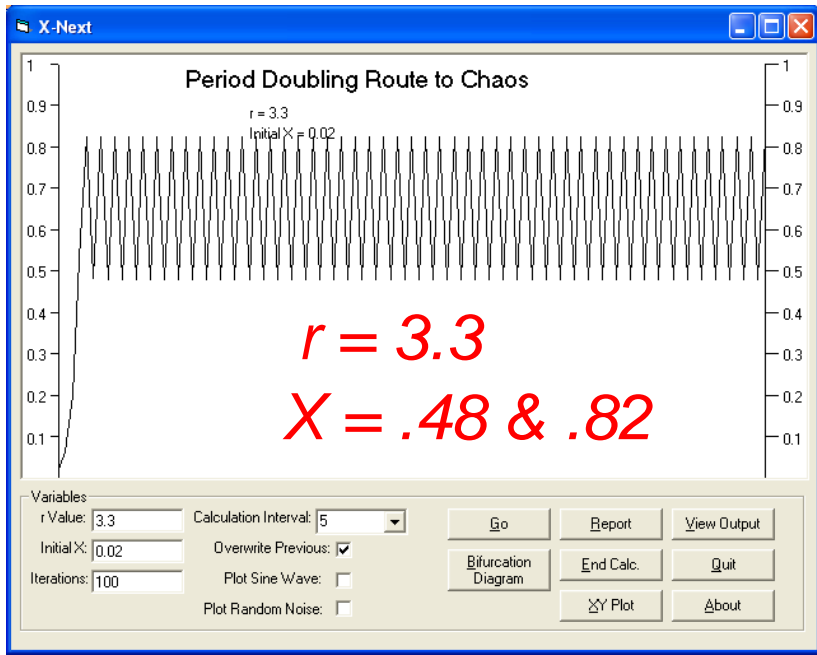
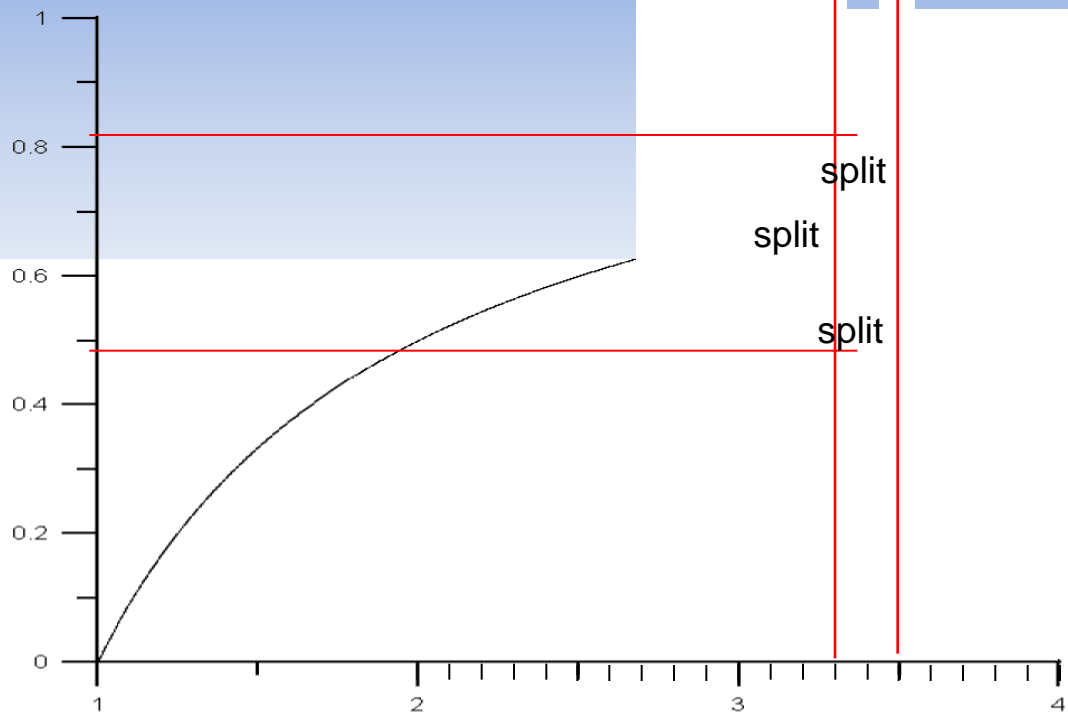
Initial X:

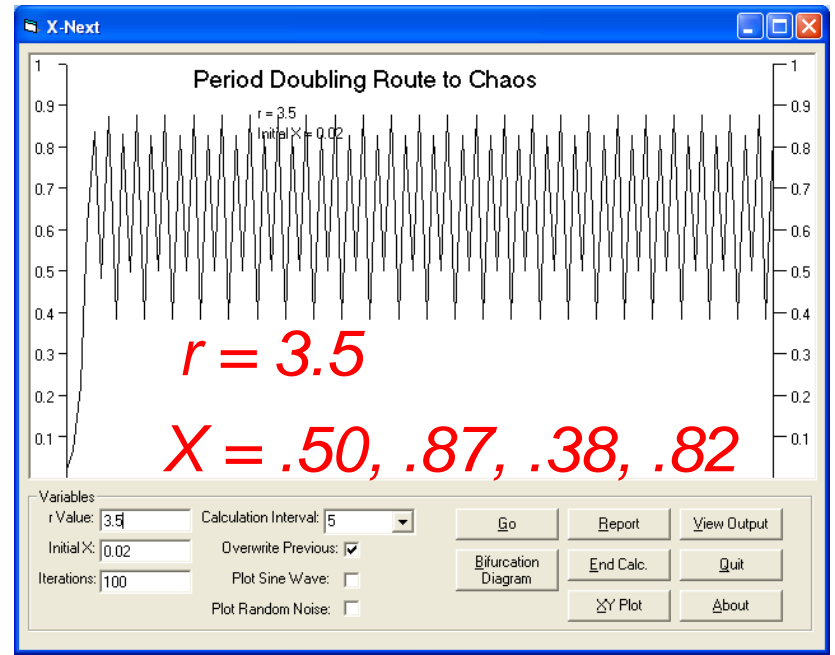
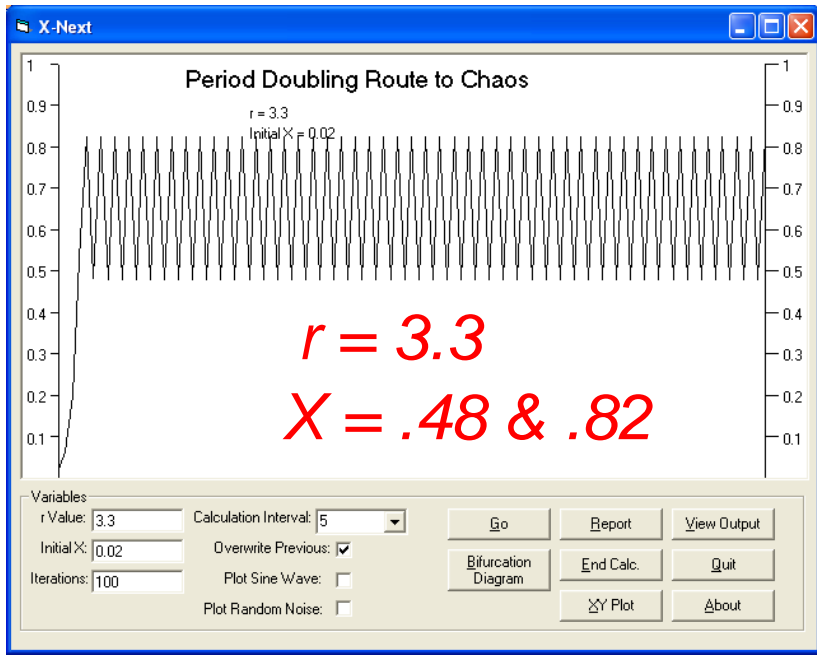
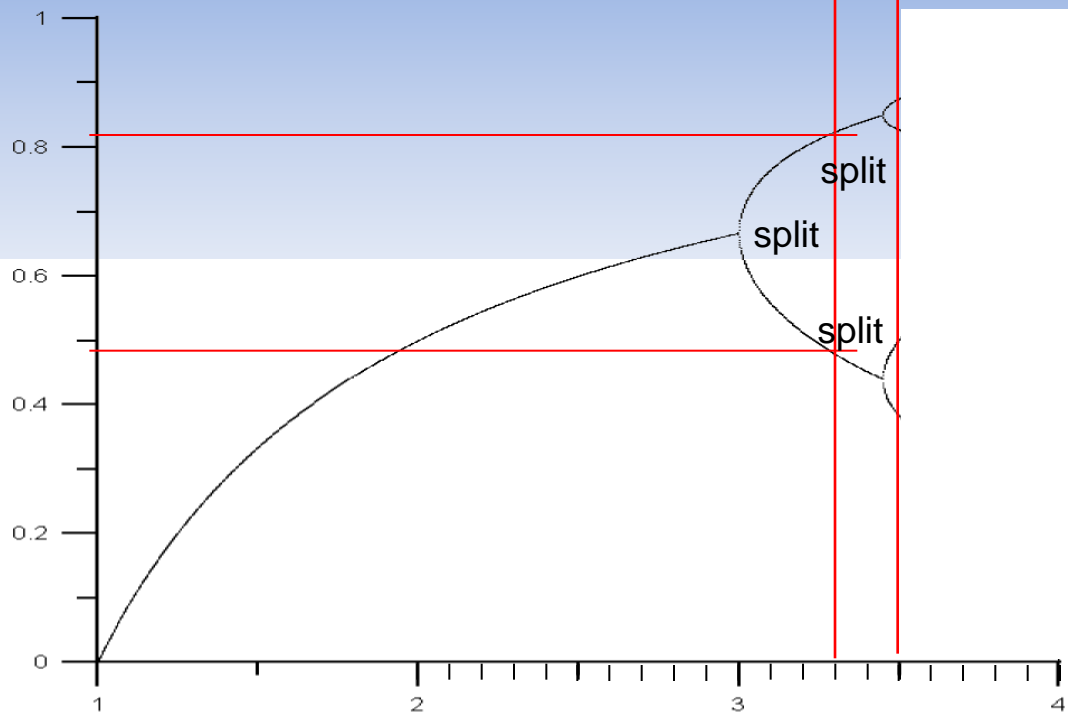
Overwrite Previous:

Iterations:

Plot Sine Wave:

Plot Random Noise:

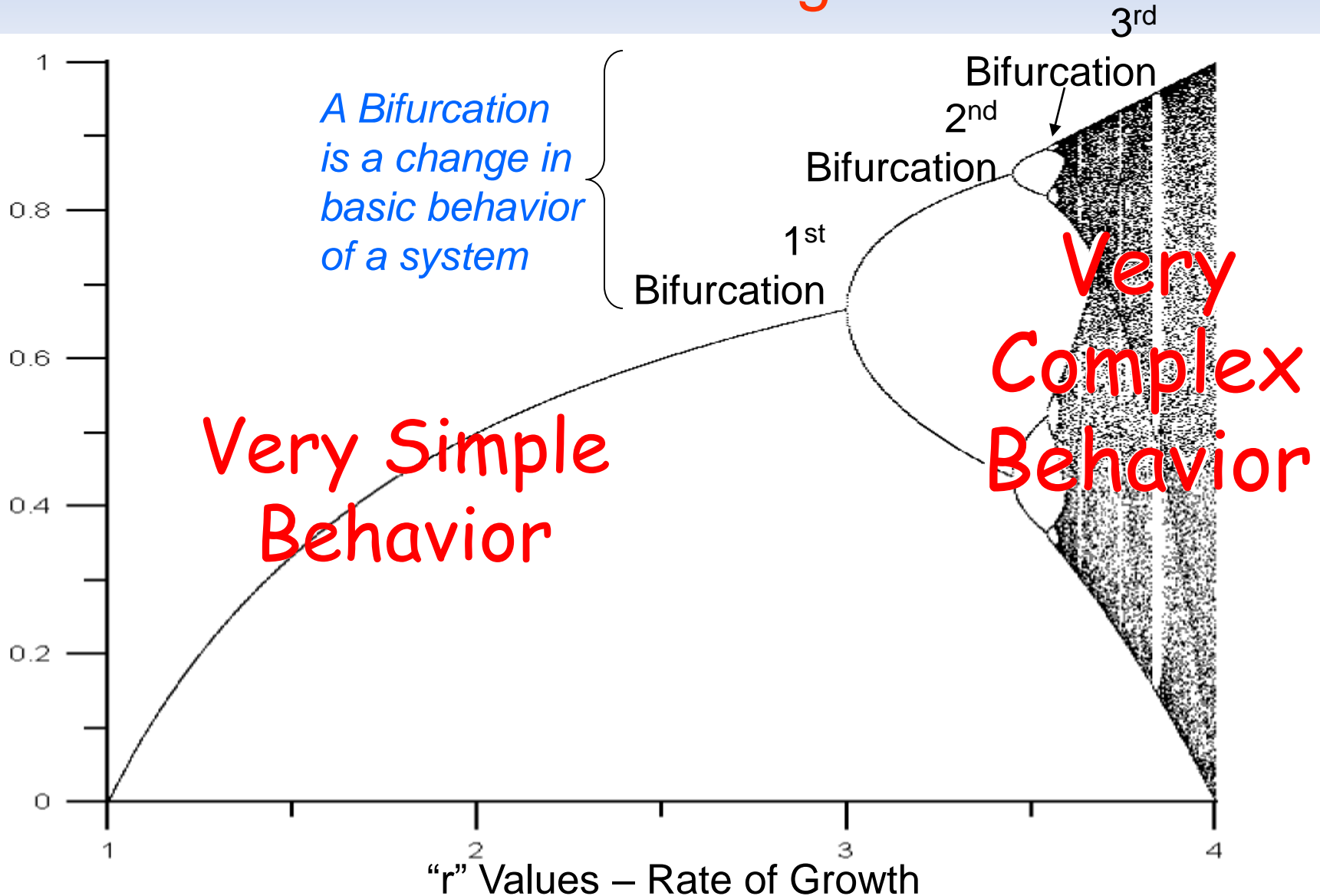




Modeling an Evolutionary System

Population Size

Bifurcation Diagram

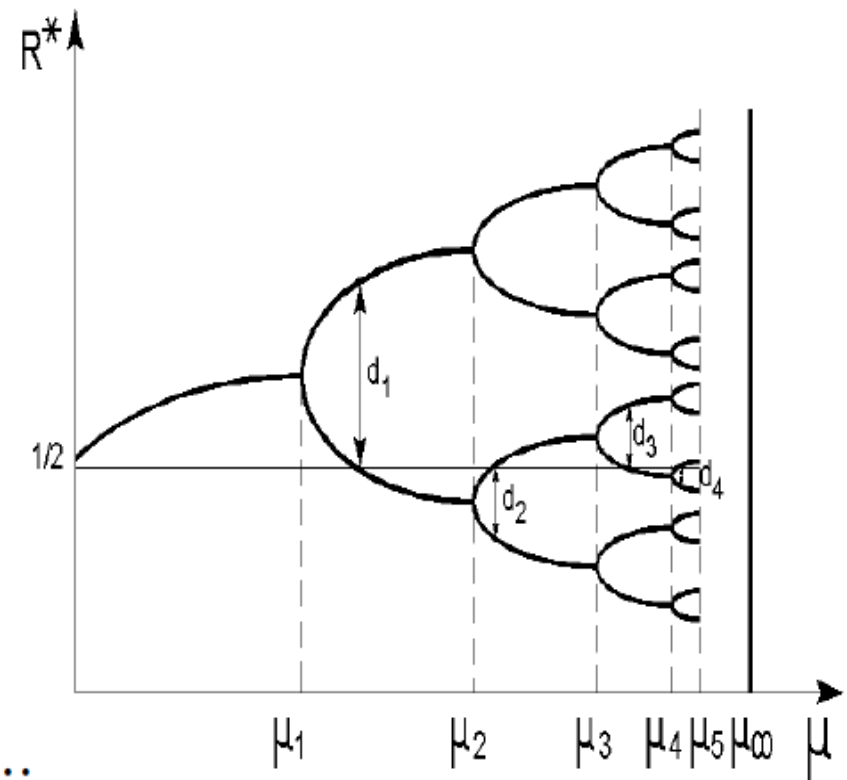


Como se chega ao caos?

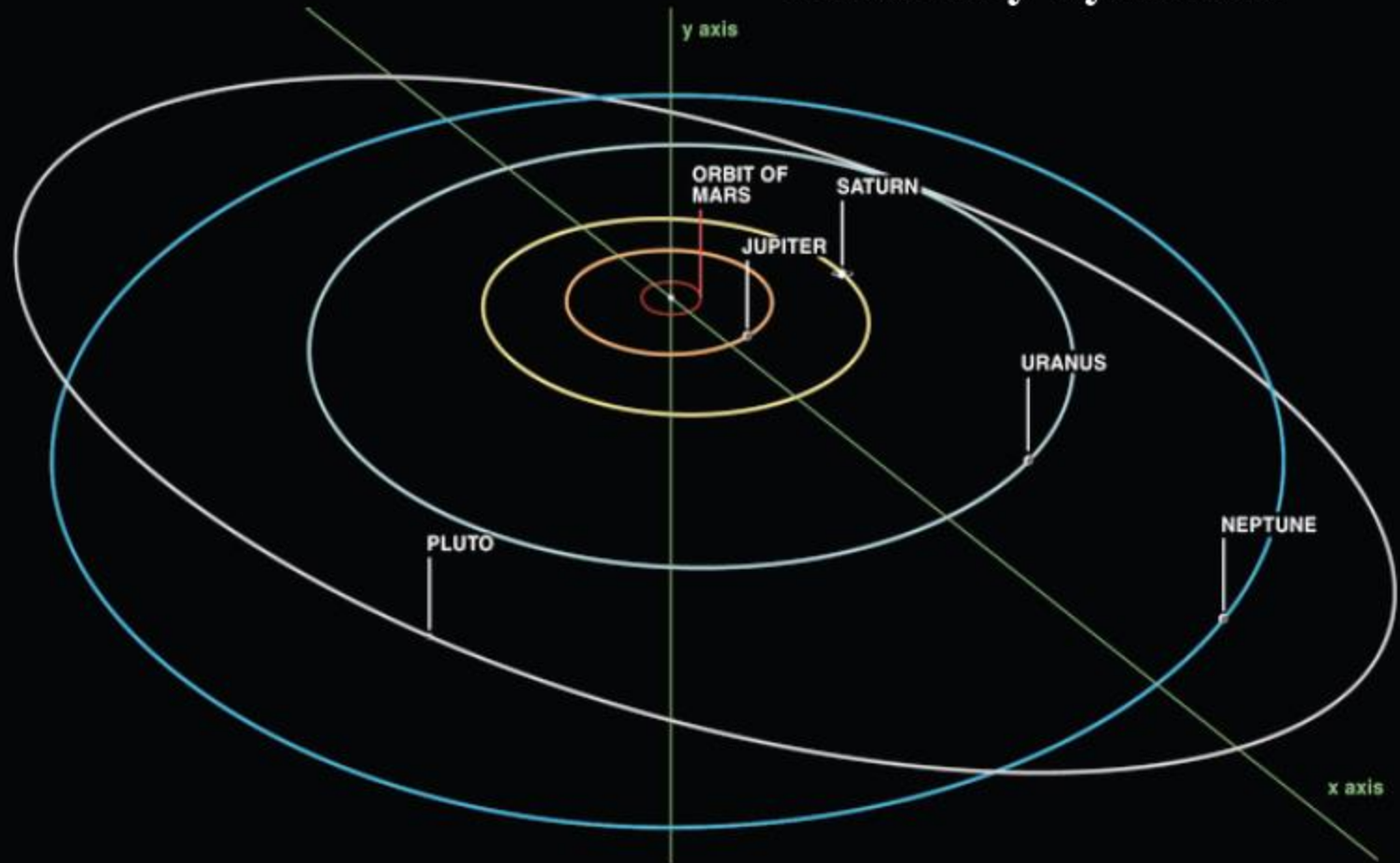
- Bifurcações de período
 - Rota mais comum para o caos (**cenário de Feigenbaum**)
 - Duplicação dos atratores

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\mu_n - \mu_{n-1})}{(\mu_{n+1} - \mu_n)} = \delta$$

$$\delta = 4,6692016091029909....$$

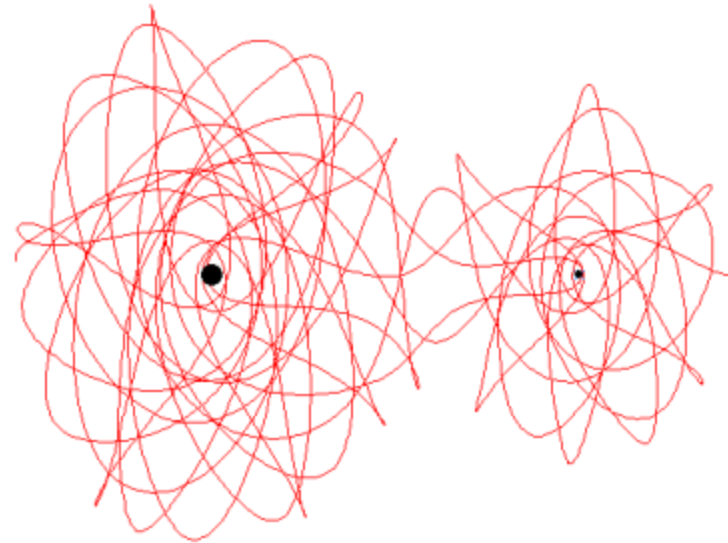
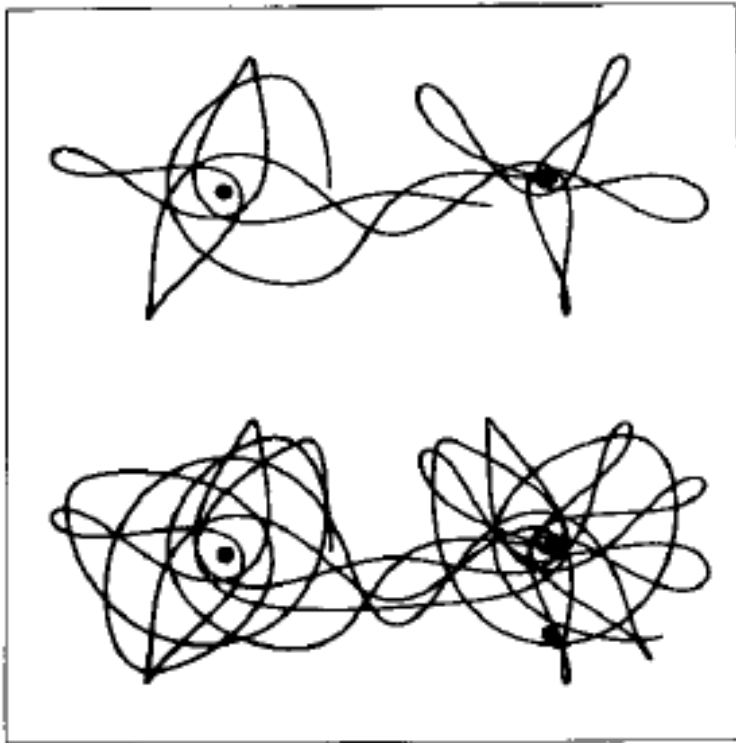


Planetary dynamics



<http://www.lpi.usra.edu/>

O Problema de três Corpos



Henri Poincaré Século XIX

Previsão do tempo

Lorenz estava questionando a fundamentação teórica dos métodos de previsão do tempo da época, baseados em regressão linear.

Na sua opinião o fenômeno do tempo é demasiado não linear para que tais métodos possam dar resultados consistentes.

Para testar a sua tese, comparou numericamente diversos métodos aplicados a certos modelos simplificados.

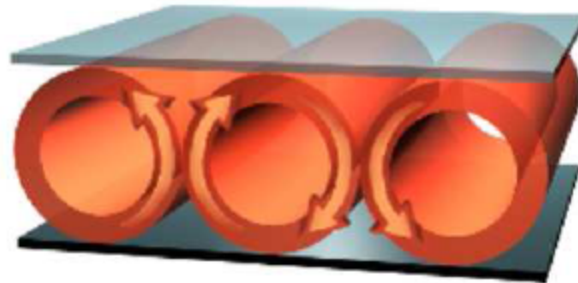
Convecção

Esse modelo é uma simplificação do modelo de Rayleigh

$$\frac{\partial \nabla^2 \Psi}{\partial t} = -\frac{\partial(\Psi, \nabla^2 \Psi)}{\partial(\xi, \eta)} + \nu \nabla^4 \Psi + g\alpha \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{\partial(\Psi, \Theta)}{\partial(\xi, \eta)} + \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \kappa \nabla^2 \Theta$$

do fenômeno de convecção térmica:



ξ e η são coordenadas espaciais

t é o tempo

Ψ é a função de corrente

Θ é a função defeito de temperatura.

Equações de Lorenz

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y & \sigma &= 10 \\ \dot{y} &= rx - y - xz & r &= 28 \\ \dot{z} &= xy - bz & b &= 8/3\end{aligned}$$

E. N. Lorenz, Journal of Atmospheric Sciences, 1963.

Sensitividade

Para acelerar os cálculos, Lorenz imprimia os resultados com apenas 3 dígitos decimais, embora os cálculos fossem realizados com 6 dígitos. Em algum momento reintroduziu um resultado como novo dado inicial:

0.707107

0.121320

0.363961

0.091883

0.275649

0.826948

0.480843

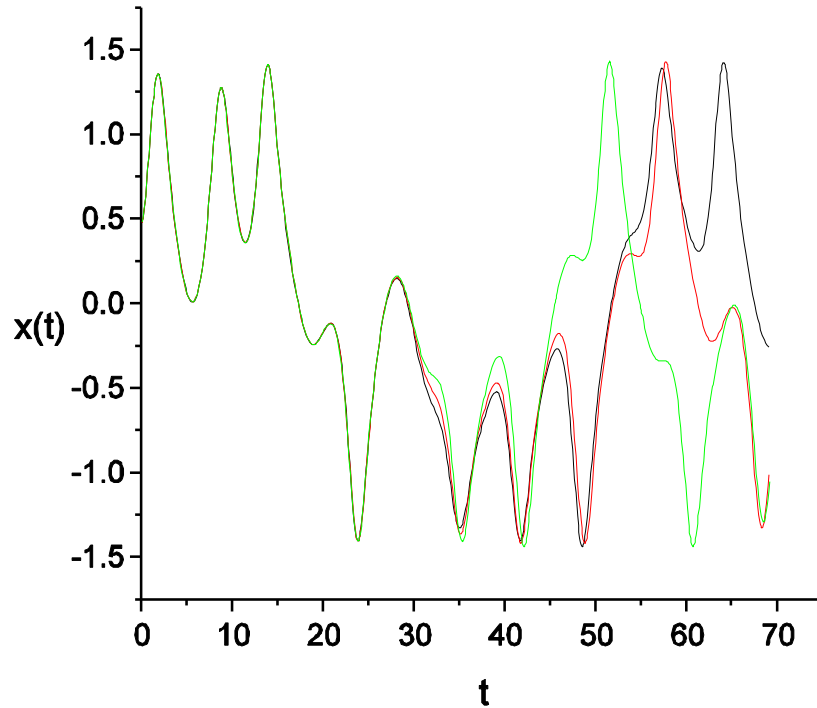
0.442530

Sensitividade

Para acelerar os cálculos, Lorenz imprimia os resultados com apenas 3 dígitos decimais, embora os cálculos fossem realizados com 6 dígitos. Em algum momento reintroduziu um resultado como novo dado inicial:

0.707107	
0.121320	0.121
0.363961	0.363
0.091883	0.089
0.275649	0.267
0.826948	0.801
0.480843	0.403
0.442530	0.209

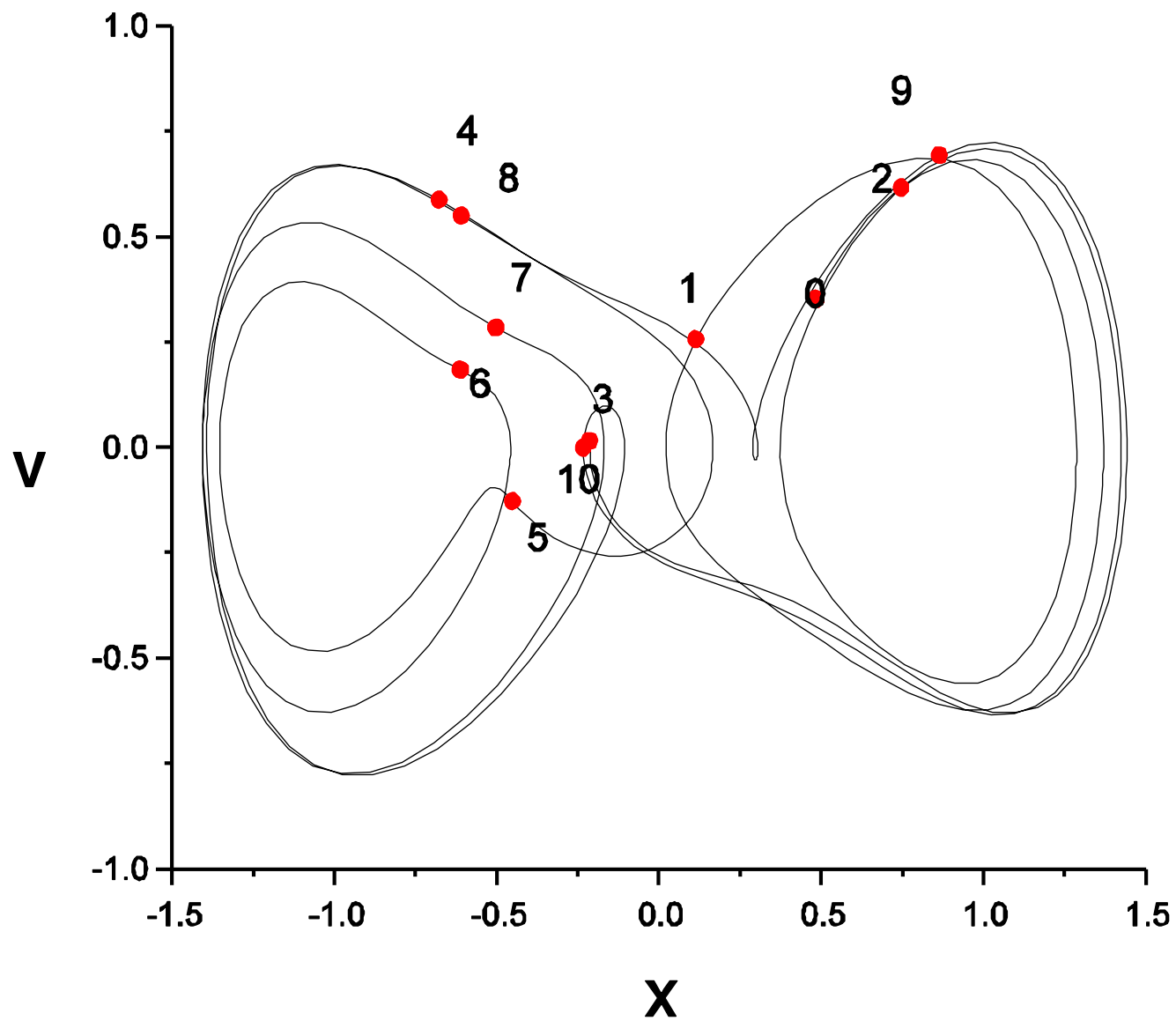
1.8



Preto: $x(0)=0.480$ $v(0)=0.355$
Vermelho: $x(0)=0.481$ $v(0)=0.355$
Verde: $x(0)=0.482$ $v(0)=0.355$

O movimento é tão complicado que torna-se imprevisível!

CAOS = sensibilidade à condições iniciais =
imprevisibilidade

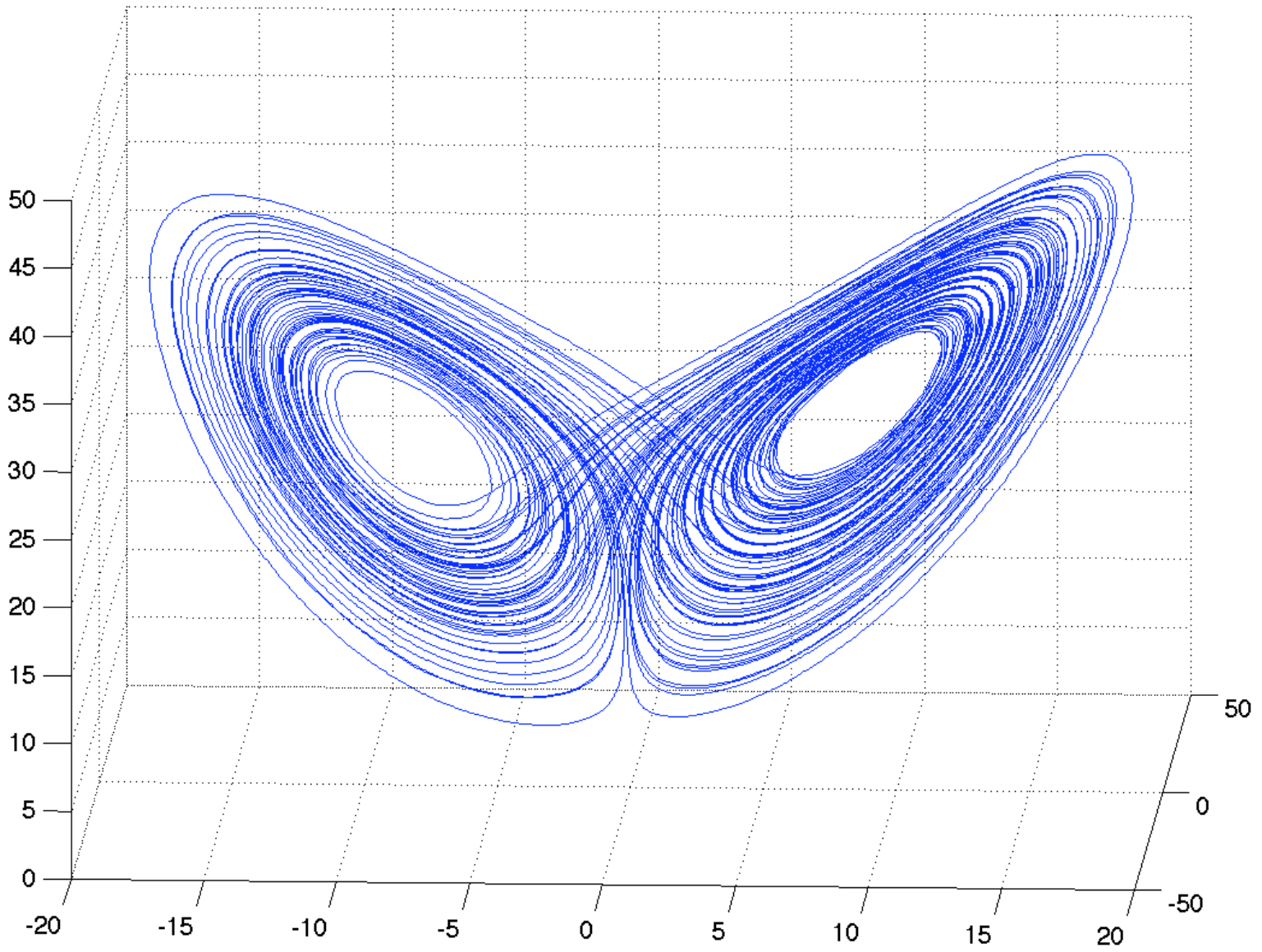


Atratores estranhos

Um **atrator** é uma região do espaço de configurações que fica invariante quando o tempo passa e que atrai muitas (ou até todas as) configurações próximas.

Bacia de Atração: conjunto de pontos cujas órbitas convergem para um atrator

Um atrator captura todas as órbitas que se iniciam na sua bacia de atração



Gleick (1987) coloca que este trabalho trouxe “a assustadora compreensão de que equações matemáticas simples podiam servir de modelo para sistemas tão violentos”. Iniciava-se aí o moderno estudo do caos, cujas idéias básicas haviam sido lançadas por Poincaré. O caos é uma das inúmeras possibilidades de comportamento de um sistema não-linear. É a dinâmica libertada da previsibilidade.

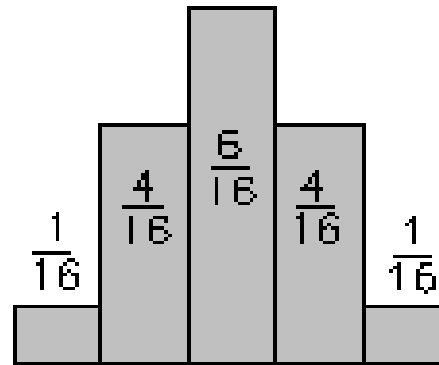
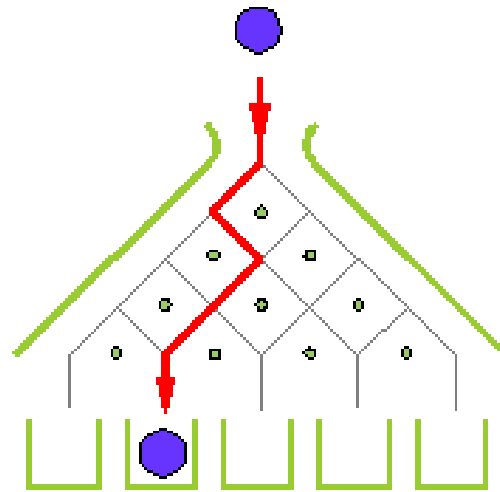


- ◆ **Condições iniciais muito próximas separam-se exponencialmente rápido: (efeito borboleta)**

http://www.fws.gov/sacramento/ES_Kids/Mission-Blue-Butterfly/Images/mission-blue-butterfly_header.jpg

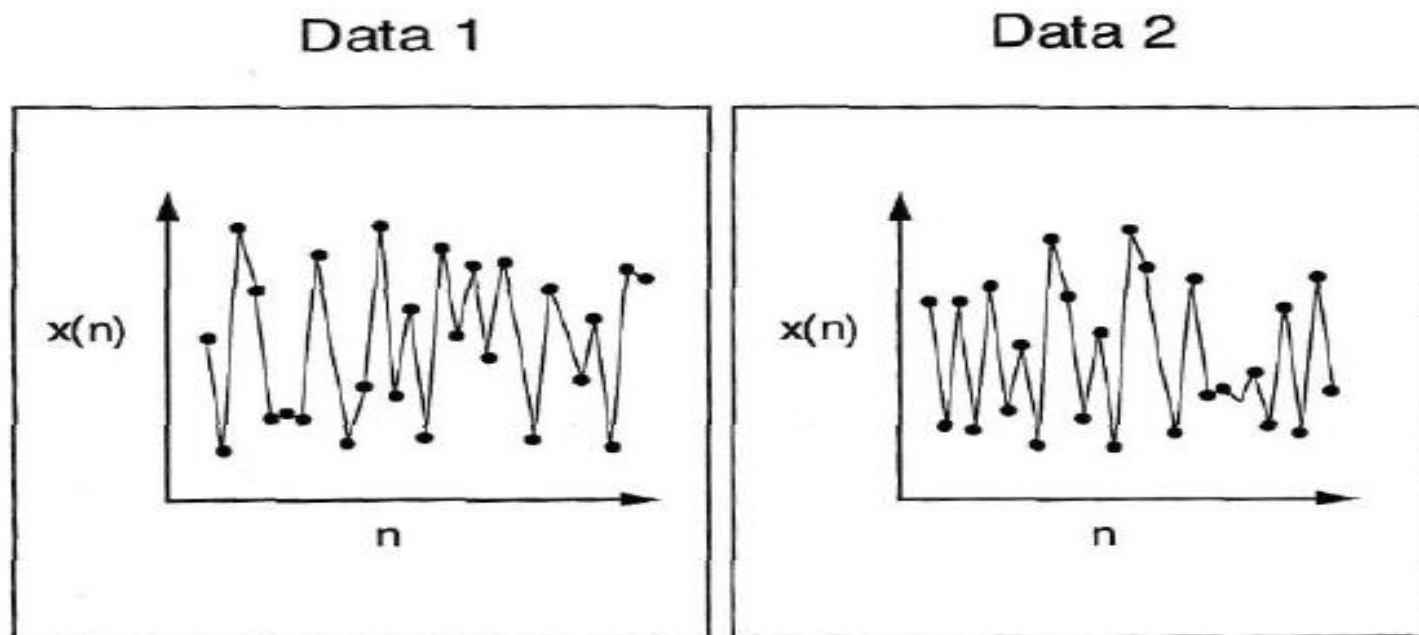
http://pmm.nasa.gov/sites/default/files/imageGallery/hurricane_depth.jpg

Aleatoriedade ou caos?



relative frequency
distribution

Do ponto de vista prático, geralmente obtemos dados dos experimentos ou das observações. O problema é que as aparências enganam.



These two sets of data have the **same**:

mean

variance

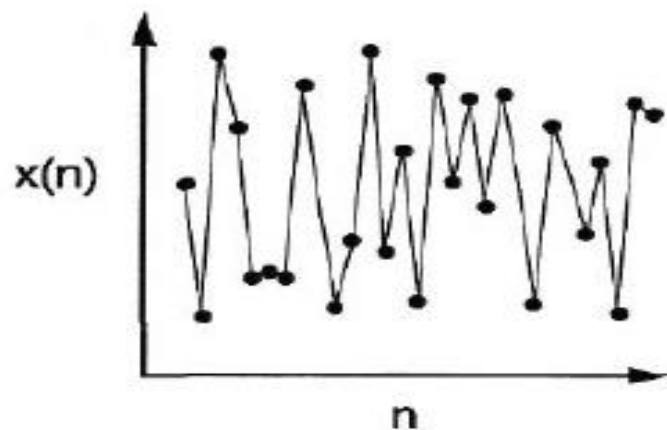
power spectrum

Data 1

RANDOM

random

$$x(n) = \text{RND}$$

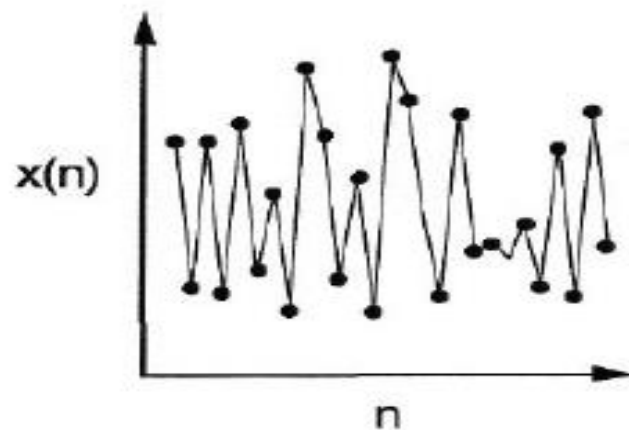


Data 2

CHAOS

deterministic

$$x(n+1) = 3.95 x(n) [1-x(n)]$$

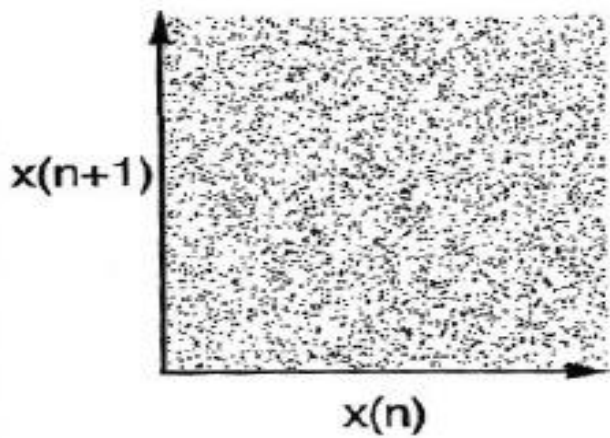
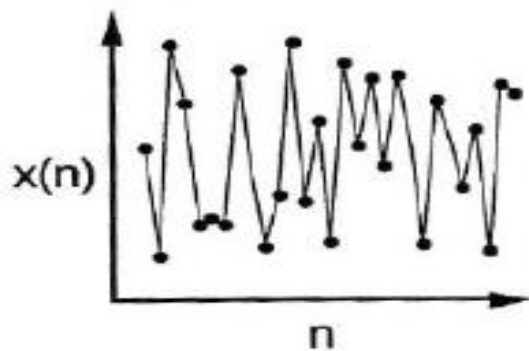


Data 1

RANDOM

random

$$x(n) = \text{RND}$$

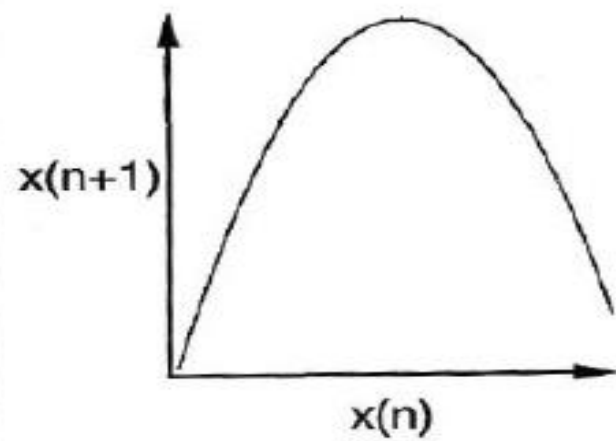
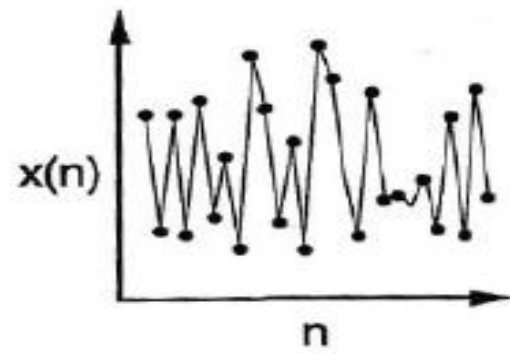


Data 2

CHAOS

deterministic

$$x(n+1) = 3.95 x(n) [1-x(n)]$$



Expoente de Lyapunov : Mede a sensibilidade das condições iniciais

$$\lambda = \frac{1}{t} \log_b \left(\frac{d(t)}{d_0} \right)$$

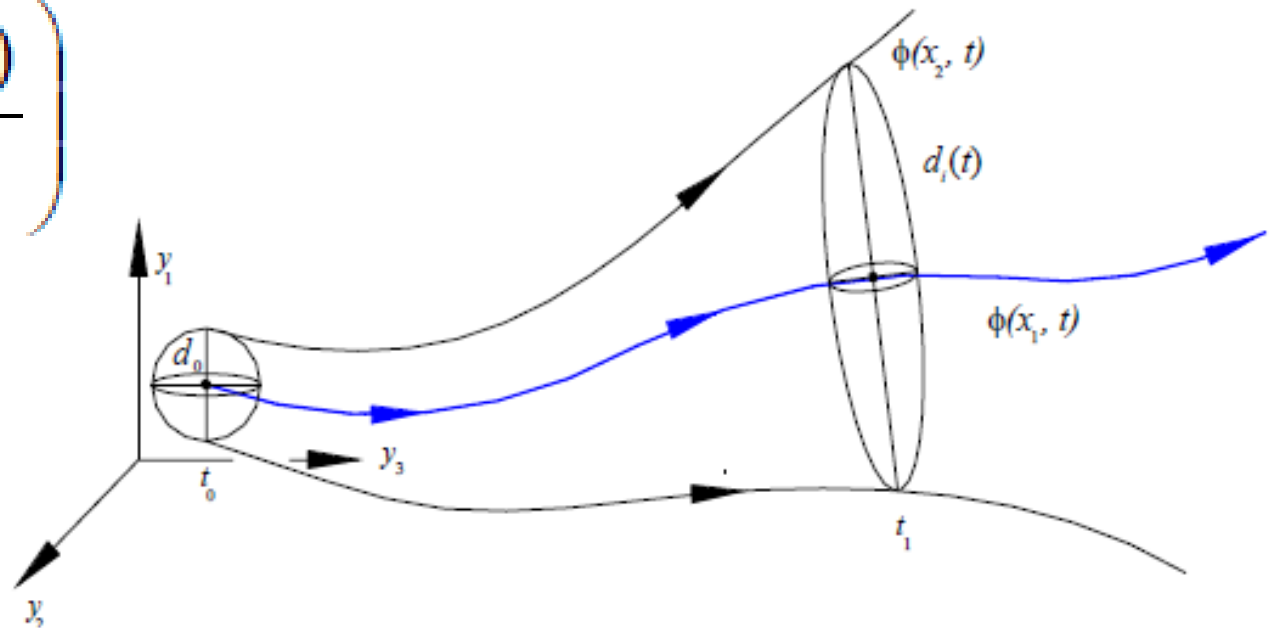


Figura 3.22: Expoente de Lyapunov.

- ◆ Existe um tempo característico τ dentro do qual previsões são possíveis. Além desse tempo o sistema torna-se imprevisível. O fator $1/\tau$ é chamado de **expoente de Lyapunov**.

Expoente de Lyapunov

Considere um sistema unidimensional que evolui a partir de duas condições iniciais ligeiramente diferentes

$$x \quad \text{e} \quad x + \epsilon \quad \text{com} \quad \epsilon \ll 1$$

Depois de n iterações, a divergência é dada por:

$$\epsilon(n) \approx \epsilon e^{n\lambda}$$

$\lambda < 0$ - Se existe convergência \rightarrow não tem caos

$\lambda > 0$ - Se existe divergência \rightarrow caos

Expoente de Lyapunov

Sistema Unidimensional

$$x_{n+1} = f(x_n) = f^n(x_0)$$

Depois de n passos

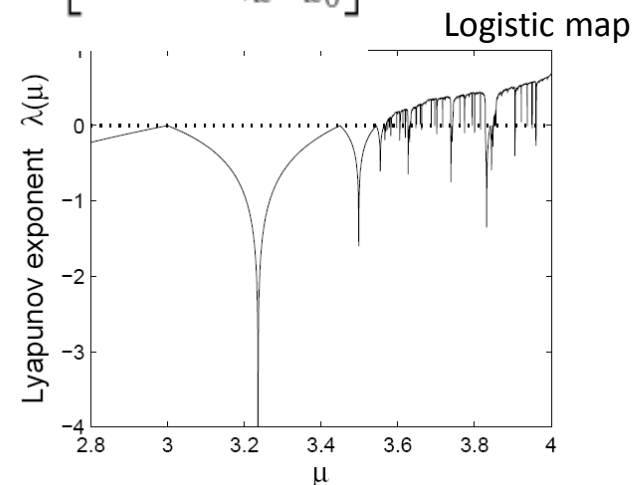
$$f^n(x_0 + \epsilon) - f^n(x_0) \approx \epsilon e^{n\lambda}$$

Portanto

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \ln \left[\frac{f^n(x_0 + \epsilon) - f^n(x_0)}{\epsilon} \right] \approx \frac{1}{n} \ln \left[\left. \frac{df^n(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \right]$$

(chain rule)

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)|$$



Conclusões

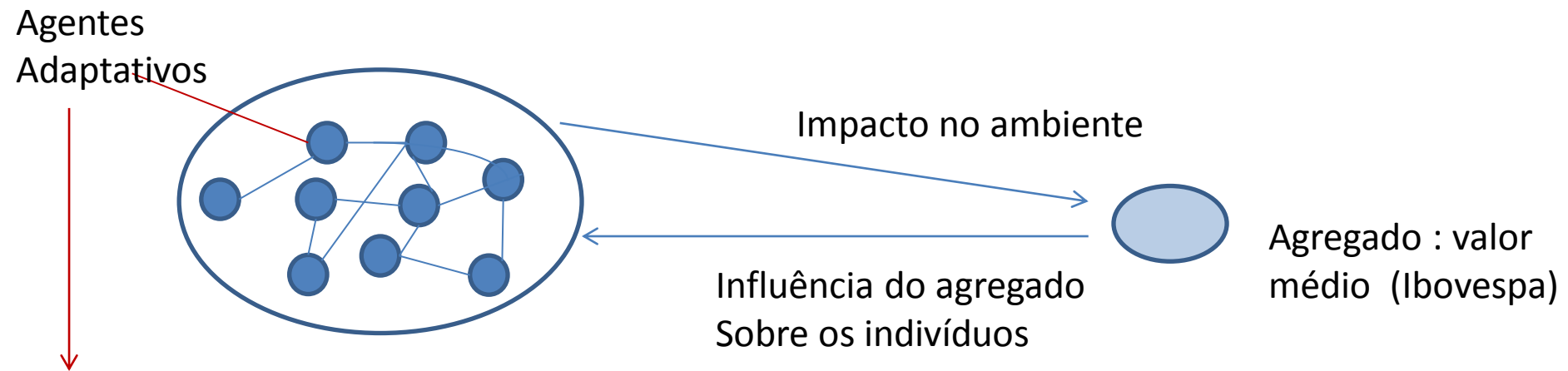
- **Sistemas caóticos são determinísticos, podendo seguir regras simples e ser imprevisível**
- **sensibilidade a condições iniciais** (efeito borboleta). Apesar do determinismo das equações de movimento nosso poder de previsão é limitado.
- **Expoente de Lyapunov** – divergência exponencial das condições iniciais muito próximas.
- **Universalidade:** Existem leis no Caos- constante de Feigenbaum
- **Caos e fractais** – presença de atratores estranhos.

Breve Descrição de Sistema Complexo

Um sistema complexo é um conjunto numeroso de indivíduos ou entidades que interagem de forma a estabelecer uma interdependência entre eles capaz promover coordenação, aumento da ordem, hierarquia, propriedades emergentes, adaptação, aprendizado, mudança de fase, bifurcações e inter-relações não triviais que rompem com a noção de causalidade. São robustos às perturbações ou ataques aleatórios. São resilientes e podem continuar operando mesmo quando parte do sistema é danificada.

Sistemas Complexos

- ❑ Sistemas feitos com muitos agentes (Large Systems)
- ❑ Agentes interagem entre si que aprendem ou adaptam
- ❑ Apresentam não linearidade (feedbacks)
- ❑ Exibem propriedades emergentes
- ❑ Auto-organização (não possuem controle central)
- ❑ Pode gerar inovação



Agentes Competem entre si
Podem adaptar

Sistemas Complexos

Agentes

Organismos
Populações
Comunidades
Firmas
Anticorpos
Investidores

Sistemas

Populações
Comunidades
Ecossistema
Economia
Sistema Imunológico
Mercado Financeiro

- Agentes são autônomos mas podem estar interconectados (grandes redes)
- Interagente (trocam e processam informação)
- Tomam decisões (seguindo regras simples)
- Imprevisíveis, mas exibem padrões ou regularidades estatísticas
- Ele não foi projetado por alguém (ainda não). É um resultado coletivo
- Não linear e possui feedbacks no sistemas de interação individual e agregada
- Alguns sistemas são adaptativos. Mudança de comportamento, característica ou estratégia. Esta propriedade aumenta a chance de sobrevivência da espécie. (Variabilidade, flexibilidade, aprendizado)



Emergência e Auto-organização

A **emergência** é o surgimento de propriedades que não são inferidas ou deduzidas a partir das características dos elementos considerados individualmente.
(todo é maior que a soma das partes)

Auto-organização é o aparecimento de estruturas (ordem) ou padrões que resultam de decisões individuais sem a presença de um agente central e controlador

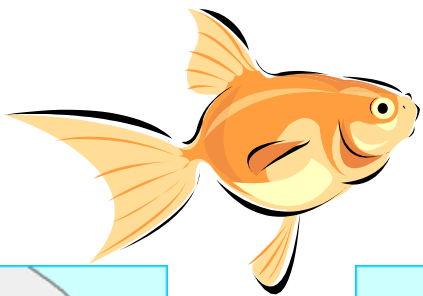
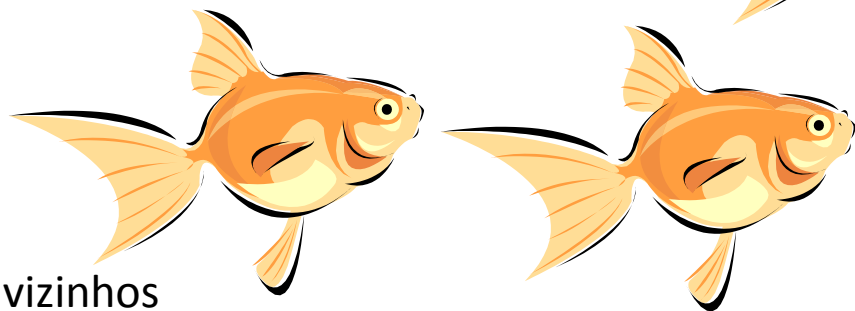
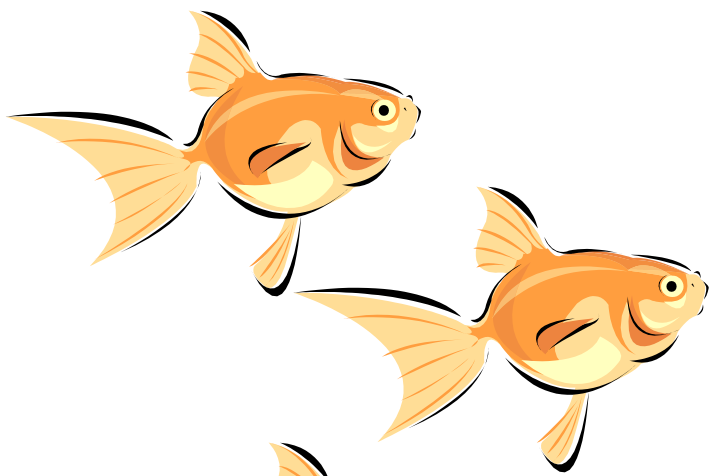
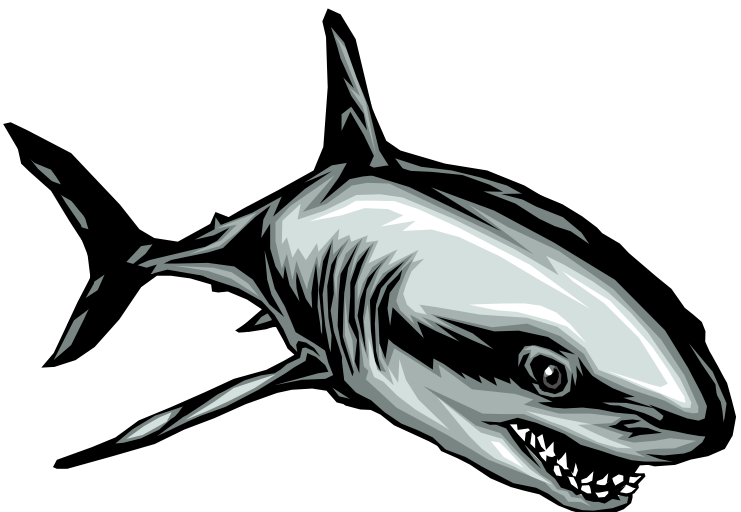
<http://www.youtube.com/watch?v=b8eZJnbDHlg&feature=related>

http://www.youtube.com/watch?v=kr_hspRf6

ck

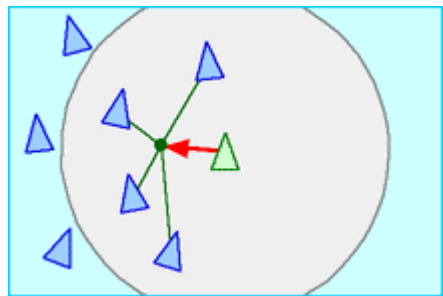
Exemplos

- Em um sistema vivo, o fenômeno emergente é a especialização de tecidos e órgãos, que resultam de interações entre os genes e enzimas.
- Em um sistema cognitivo, o fenômeno emergente é a inteligência ou a consciência, resultante da interação entre os neurônios individuais.
- Em um sistema social, o fenômeno emergente é o nascimento de organizações, nações, e as empresas, bem como a rivalidade entre eles, resultantes de atos de seres humanos individuais.

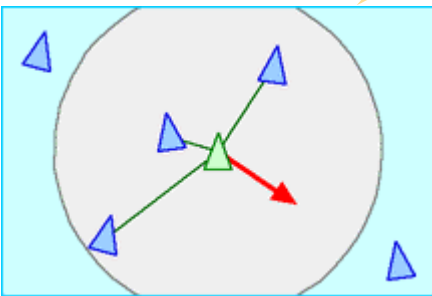


Craig Reynolds propôs:

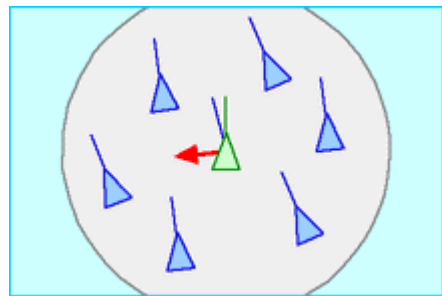
- 1. Voe rumo ao centro de massa dos vizinhos
- 2. Mantenha distância dos outros pares
- 3. Mantenha velocidade próxima dos seus vizinhos



1. coesão



2. separação



3. Alinhamento

Formigas: insetos sociais



Num formigueiro existe total organização:
As tarefas são bem divididas entre as formigas

Cabe a formiga **rainha** a função de **reprodução** da colônia.

as **sentinelas** (**segurança**), as **enfermeiras** (**cuidam** das larvas)
operárias (**fazem** os túneis do formigueiro e **buscam** alimentos)

As formigas são insetos que sentem o cheiro das coisas através de suas antenas

Comunicam-se entre si através de liberação de feromonas (compostos químicos)

Algumas formigas podem picar e passar um tipo de ácido que pode irritar a vítima.

O acasalamento da formiga rainha acontece num vôo nupcial.

Após a fecundação o macho morre e a rainha perde as asas antes de botar os ovos.

O ninho é uma belíssima arquitetura, com passagens formando redes. São secos e
Temperatura controlada.

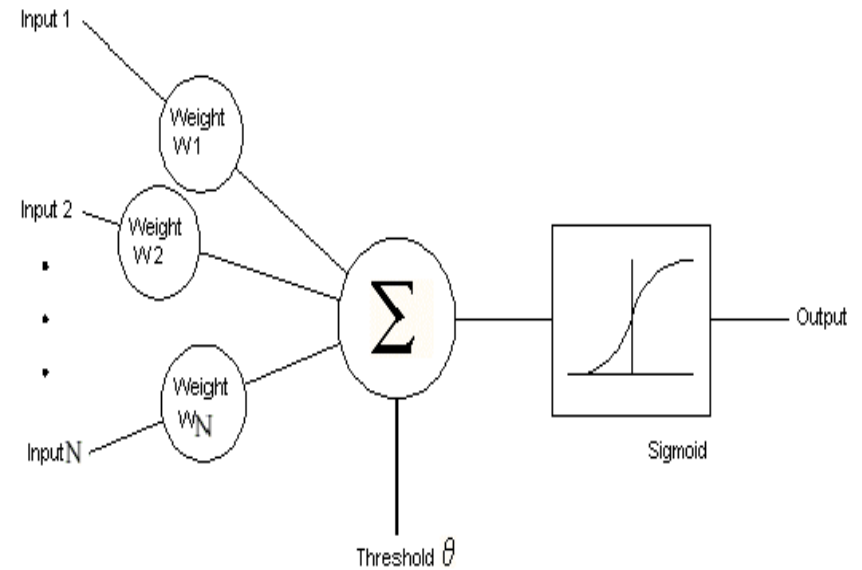
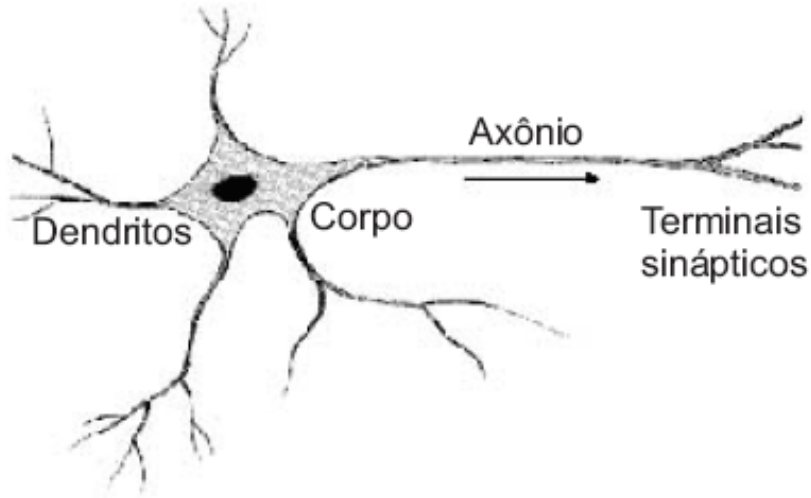
Elas regulam a quantidades de indivíduos que executam certas tarefas (flexíveis)

Sacrificam-se pelas outras. Notável a **cooperação** entre elas.

<http://www.youtube.com/watch?v=YxdhD5HIFL8>

Cérebro

FIGURA 1
Representação simplificada de um neurônio



Excitação : ligam, ou mandam mensagens excitatórias

Inibição : desligam, ou mandam mensagens inibitórias

O neurônio *soma* as mensagens que entram, será estimulado se as mensagens excitatórias excederem as inibitórias e vice-versa

Definições

Def : Um sistemas complexo é um sistema de muitos componentes conectados por redes grandes que interagem sem a mediação de um controle central. Os agente operam regras simples que dão origem a um comportamento complexo por meio de um sofisticado processamento de informação e adaptação via aprendizado ou evolução

Um sistema complexo exhibe várias propriedades:

1. Auto-organização
2. Emergência
3. Não linearidade
4. Feedback
5. Ordem espontânea ou dinâmica caótica
6. Organização hierárquica
7. Robustez e resiliência
8. Numerosidade
9. Adaptação ou Aprendizado
10. Transição de fase e bifurcação
11. Etc..

Self-organization

Self-organization is a process where some form of global order or coordination arises from **local interactions** between the components of an initially disordered system.

This process is spontaneous: it is not necessarily directed or controlled by any agent or subsystem or other external entity. It is often triggered by random fluctuations that are amplified by **positive feedbacks**.

The resulting organization is fully decentralized or distributed over all components of the system.

Self-organization : Examples

- Spontaneous magnetization, crystallization
- Spontaneous folding of proteins and other biomacromolecules,
- Homeostasis (the self-maintaining nature of cell systems for the whole organism),
- morphogenesis,
- .
- Social structures (bees, ants, termites)
- pattern formation as flocking , fish shoals, etc.)

Self-organization : Examples



Emergence

The emergence is a property of the system that arises from the collective as a consequence of the agglutination of elements that may or may not interact. This property does not exist in the individual elements. It is a novelty that arose from the collective behavior of the system.

- Market
- Ecosystems
- Shoals and packs (wolves)
- Culture e language
- Consciousness

Nonlinearity

- Nonlinearity is often considered essential for complexity.
- Nonlinearity means that this principle of superposition does not apply.
- Due to this property others arise like bifurcations, chaos, feedbacks ...

Feedback

- Feedback is an important precondition for complex dynamic systems.
- Feedback is a mechanism for exchanging information or influencing one or more system elements over others. It can also be understood by means of inputs and outputs of signals exchanged by them.
- Feedback can be positive or negative. When the signal or information reinforces a current behavioral pattern, then it is said to be positive. When the signal or information inhibits or reverses the behavior, it is said to be negative.

Adaptation or Learning

Adapt means finding ways to survive in environments that change over time (fitness).

Learning means using strategies or memories to track the past, detect the pattern, and make decisions that increase success.

The ability to adapt the elements of the complex system gives rise to a special class called complex adaptive systems. Agents, be they biological or social, are endowed with strategies or memory that allow them to learn from the past or to generate an alternative of survival in an adaptive way.

Phase Transition and Bifurcations

- Phase transitions and bifurcations are qualitative changes in the behavior of systems due to changes in environmental conditions, such as temperature or resource that affect growth rates. Phase changes can be continuous or abrupt.
- The importance of these changes in the context of complex systems is due to their power to say something about the future. Whether a system will collapse or go through a catastrophe in a dangerous or gradual manner. These are called critical transitions.

Numerosity

It takes more than a small number of individual elements to interact to generate complex systems.

It is precisely the fact that the system is large that complexity plays a fundamental role in these systems, making behavior rich, intertwined, irreducible, unpredictable, yet having structures beyond the random pattern.

Conclusões

- Sistemas complexos podem apresentar sensibilidade as condições iniciais e o mecanismo responsável pode ser não linearidades das interações levando a comportamentos caóticos
- Sistemas dinâmicos fornece um vocabulário para descrever o comportamento complexo (atratores, espaço de fase, sensibilidade as condições iniciais, estabilidade....
- Aprendemos dos sistemas caóticos que a perda da predictibilidade pode ser um resultado fundamental
- Sistemas caóticos não são complexos, mas sistemas complexos podem exibir comportamentos caóticos

BIBLIOGRAFIA

<http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo2/modulo1/topico8.php>

- **Nível introdutório:**
 - *Caos – fazendo uma nova ciência* – James Gleick
 - *Acaso e caos* – David Ruelle
 - *Caos e Complexidade* – Moises Nussenzveig
- **Nível intermediário:**
 - *Caos – uma introdução* – N. Fiedler-Ferrara e C.P.C. de Prado
 - *Chaos in dynamical systems* - Edward Ott
- **Nível avançado:**
 - *An introduction to chaotic dynamical systems* – R.L. Devaney
 - https://www.youtube.com/watch?v=_njf8jwEGRo