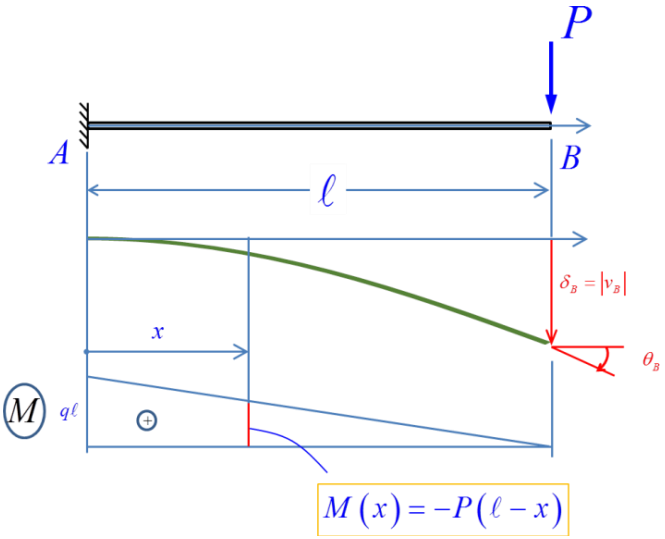
Nome:	N° USP:	Assinatura:

Exercício 3a: Para a viga engastada-livre mostrada na figura abaixo, pede-se:

a) A equação que descreve os deslocamentos verticais da viga;
b) A equação que descreve as rotações θ ;
c) A flecha máxima;
d) A rotação máxima.



Resolução:

Equação da linha elástica: $\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{P(\ell - x)}{EI}$

Integrando uma vez: $\frac{dv}{dx} = \theta(x) = -\frac{P}{EI}\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right) + \mathbb{C}$

Condição de contorno: $\theta(0) = \theta_A = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbb{C} = 0$

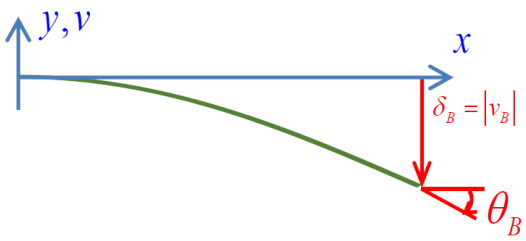
As rotações ficam determinadas: $\boxed{\frac{dv}{dx} = \theta(x) = -\frac{P}{EI}\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right)}$

Integrando uma segunda vez: $v(x) = -\frac{P}{EI}\left(\ell\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + \mathbb{D}$

Condições de contorno: $v(0) = v_A = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbb{D} = 0$

Logo, $\boxed{v(x) = -\frac{P}{EI}\left(\ell\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right)}$

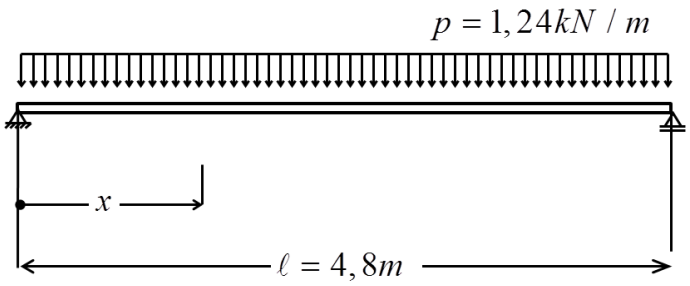
A flecha máxima e a rotação máxima ocorrem em B.



$\boxed{\delta_B = |v_B| = \frac{P\ell^3}{3EI}}$ $\boxed{\theta_B = -\frac{P\ell^2}{2EI}}$

Exercício 3b: Considerando a viga de madeira que suporta o piso também de madeira, dimensionada quanto às tensões de flexão e cisalhamento estudadas no exercício de classe 1:

a) Calcule a flecha máxima para a seção transversal retangular de 8cm x 20cm;
b) Calcule a flecha máxima para seção transversal T, composta pela contribuição do piso colado à viga;
c) Conclua sobre as diferenças encontradas nos valores das flechas considerando as seções analisadas nos itens a) e b).



Nota: Dados da seção transversal deverão ser consultados no exercício de classe 1, disponível no ambiente virtual da disciplina. $E = 11\ GPa$.

Resolução:

a) Flecha máxima com a seção transversal 8 cm x 20 cm

Viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído: $\delta_{max} = \frac{5p\ell^4}{384EI}$

Temos que:

$$\begin{cases} p = 1{,}24\ kN/m \\ \ell = 4{,}8\ m \\ E = 11 \times 10^6\ kPa = 1{,}1 \times 10^7\ kPa \\ I = \frac{bh^3}{12}\ para\ uma\ seção\ retangular \quad \rightarrow \quad I = \frac{0{,}08 \times 0{,}20^3}{12} = 5{,}33 \times 10^{-5}\ m^4 \end{cases}$$

Substituindo os valores:

$$\delta_{max} = \frac{5 \times 1{,}24 \times 4{,}8^4}{384 \times 1{,}1 \times 10^7 \times 5{,}33 \times 10^{-5}} = 0{,}0147\ m = \boxed{1{,}47\ cm}$$

b) Flecha máxima com a seção transversal T do exercício 1

O único parâmetro que altera em relação ao item (a) é o momento de inércia, que foi calculado no exercício 1, $I = 2{,}18 \times 10^{-4}\ m^4$. Logo, substituindo na fórmula do deslocamento máximo de uma viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído, temos:

$$\delta_{max} = \frac{5 \times 1{,}24 \times 4{,}8^4}{384 \times 1{,}1 \times 10^7 \times 2{,}18 \times 10^{-4}} = 0{,}00393\ m = \boxed{0{,}39\ cm}$$

c) Concluir sobre a diferença no valor de (a) e (b).

Deslocamento e momento de inercia são grandezas inversamente proporcionais: quanto maior o momento de inércia, menor a flecha. Como o momento de inércia da seção T do item (b) é maior do que o momento de inercia da seção retangular do item (a), e nenhuma outra propriedade sofreu alteração, seria esperado que a flecha do item (b) fosse, de fato, menor.