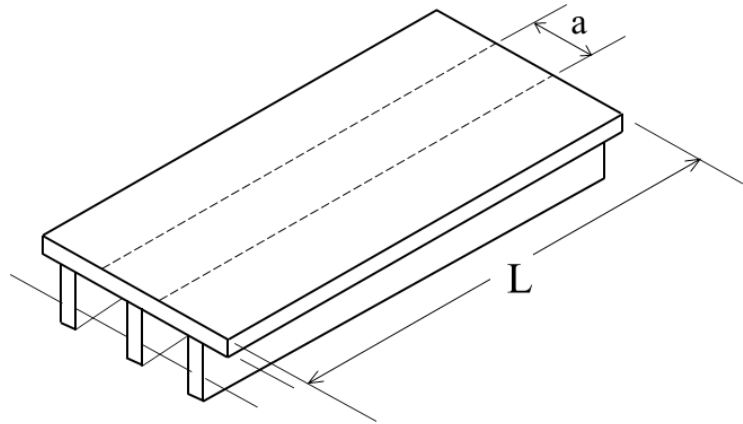


3Nome:

N° USP:

Assinatura:

Exercício 1: A figura ao lado mostra o piso de uma edificação, composto por pranchas de madeira laminada colada, e suportado por vigas de madeira laminada colada de seção retangular, espaçadas de uma distância a . A carga de utilização é de $2,4kN/m^2$, enquanto que a carga permanente (incluindo peso próprio do piso, revestimento e peso próprio da viga) é estimada em $0,7kN/m^2$. As tensões admissíveis na flexão simples valem: $\bar{\sigma}_t = 8,27MPa$, $\bar{\tau} = 1,03MPa$ e nos apoios, a tensão admissível ao esmagamento é $\bar{\sigma}_c = 2,75MPa$.



Admita também que o módulo de elasticidade da madeira é $E = 11GPa$, o vão da viga $L = 4,8m$ e a distância entre as vigas $a = 40cm$.

- Como arquiteto responsável pelo projeto, faça uma análise preliminar para especificar as dimensões da seção transversal das vigas. A favor da segurança, admita que o piso seja simplesmente apoiado sobre as vigas, sem contribuir para a resistência.
- Admita que o piso seja efetivamente produzido com as dimensões definidas no item anterior, com as pranchas do piso pregadas nas vigas, resultando em uma viga de seção T. Considere que a largura e a espessura da mesa sejam iguais à altura e à espessura da alma. Recalcule as tensões normais e de cisalhamento e faça uma estimativa da carga máxima de utilização da estrutura, considerando essa nova condição de comportamento estrutural.

Nota: desconsidere as verificações das deformações da estrutura e dos esforços sobre os pregos, as quais serão objeto de outro exercício.

Resolução

Carga linearmente distribuída sobre a viga:

$$p = (w_{util} + w_{pp}) \times a = (2,4 + 0,7) \times 0,40 = 1,24kN/m$$

Flexão no meio do vão:

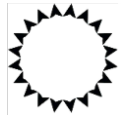
$$M_{max} = \frac{pL^2}{8} = \frac{1,24 \times 4,8^2}{8} = 3,57kNm$$

a) **dimensionamento sem a contribuição de resistência do piso**

$$\sigma = \frac{M_{max}}{I_{z0}} y_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq \bar{\sigma}$$

$$W = \frac{I_{z0}}{y_{max}} \geq \frac{M_{max}}{\bar{\sigma}}$$

$$W = \frac{bh^2}{6} \geq \frac{3,57 \times 10^3}{8,27 \times 10^6}$$



$$bh^2 \geq 0,00259m^3$$

$$\text{Assumindo } b = 8cm \quad \begin{cases} (0,08)h^2 \geq 0,00259 \\ h \geq 0,1799m \end{cases}$$

Adota-se uma seção transversal de 8 x 20 cm

a.1) Máximas tensões normais

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{8 \times 20^2}{6} = 533,33 \text{ cm}^3 = 533,33 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{3,57 \times 10^3}{533,33 \times 10^{-6}} = 6,7 \times 10^6 \frac{N}{m^2} = 6,7 \text{ MPa} < \bar{\sigma} \text{ ok!!}$$

a.2) Verificação ao cisalhamento

$$V = \frac{pL}{2} = \frac{1,24 \times 4,8}{2} = 2,976 \text{ kN}$$

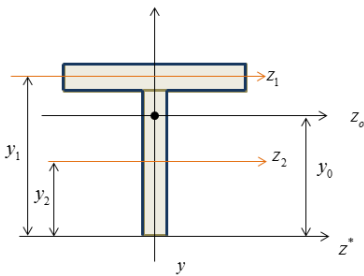
$$\tau = \frac{3V}{2bd} = \frac{3 \times 2,976 \times 10^3}{2 \times 0,08 \times 0,20} = 0,279 \text{ MPa ok!!}$$

a.3) Verificação do esmagamento nos apoios – admitindo uma área de apoio de 8 x 10 cm

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{2,976 \times 10^3}{0,08 \times 0,1} = 0,372 \text{ MPa ok!!}$$

b) Verificação considerando o piso solidário à viga

b.1) Posição do baricentro da seção T, a partir da base:



$$y_0 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{bh \times \frac{h}{2} + bh \times \left(h + \frac{b}{2}\right)}{2bh} = \frac{3h}{4} + \frac{b}{4} = \frac{3 \times 20}{4} + \frac{8}{4} = 17 \text{ cm}$$

b.2) Momento de inércia da seção T:

$$I' = \sum I_i + A_i (y_i - y_0)^2 = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - y_0\right)^2 + \frac{hb^3}{12} + bh \left(h + \frac{b}{2} - y_0\right)^2$$

$$I' = \frac{8 \times 20^3}{12} + 8 \times 20 \left(\frac{20}{2} - 17\right)^2 + \frac{20 \times 8^3}{12} + 8 \times 20 \left(20 + \frac{8}{2} - 17\right)^2$$

$$I' = 21867 \text{ cm}^4 = 2,1867 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

b.3) Módulo resistente da seção T:

$$W' = \frac{I'}{y'_{\max}} = \frac{2,1867 \times 10^{-4}}{0,17} = 1,2863 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

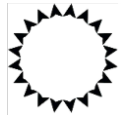
b.4) Máxima tensão normal:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{3,57 \times 10^3}{1,2863 \times 10^{-3}} = 2,7754 \times 10^6 \frac{N}{m^2} = 2,8 \text{ MPa}$$

b.4i) a máxima tensão de cisalhamento ocorre no baricentro da seção T e vale:

$$S^* = by_0 \times \frac{y_0}{2} = 0,08 \times \frac{0,17^2}{2} = 1,156 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\tau' = \frac{VS^*}{bI'} = \frac{2,976 \times 10^3 \times 1,156 \times 10^{-3}}{0,08 \times 2,1867 \times 10^{-4}} = 1,97 \times 10^5 \frac{N}{m^2} = 0,20 \text{ MPa}$$



b.4ii) calculando também a interface, ponto crítico para definição do espaçamento dos pregos

$$S_1^* = bh \times (y_1 - y_0) = 0,08 \times 0,2 \times (0,24 - 0,17) = 1,12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\tau_1' = \frac{VS_1^*}{bI'} = \frac{2,976 \times 10^3 \times 1,12 \times 10^{-3}}{0,08 \times 2,1867 \times 10^{-4}} = 0,19 \times 10^6 \frac{N}{m^2} = 0,19 \text{ MPa}$$

b.5) Estimativa da máxima carga distribuída admissível sobre a viga:

b.5.1) considerando as tensões normais

$$p' \leq \frac{\bar{\sigma}}{\sigma'_{\max}} p = \frac{8,27}{2,77} \times 1,24 = 3,7 \text{ kN / m}$$

b.5.2) considerando o máximo cisalhamento

$$p' \leq \frac{\bar{\tau}}{\tau'_{\max}} p = \frac{1,03}{0,2} \times 1,24 = 6,4 \text{ kN / m}$$

b.5.3) considerando o esmagamento:

$$p' \leq \frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_{c,\max}} p = \frac{2,75}{0,37} \times 1,24 = 9,2 \text{ kN / m}$$

Logo, a máxima carga distribuída admissível é: $p' = 3,7 \text{ kN / m}$

Admitindo fixa a estimativa da carga de peso próprio (esta estimativa poderia ser melhorada, conhecida a densidade do material), pode-se estimar a máxima carga de utilização:

$$p' = (w'_{util} + w_{pp}) \times a = (w'_{util} + 0,7) \times 0,40 = 3,7 \text{ kN / m}$$

$$w'_{util} = 8,55 \text{ kN / m}^2$$