PPgSI - Universidade de São Paulo
Economia da Informação – SIN 5015
Primeiro Semestre de 2019
Docente Responsável – Marislei Nishijima

Gabarito da Lista 4 de exercícios – Capítulos 5 do Pyndick e Rubenfeld

1.a. O valor esperado, *VE*, da loteria é igual à soma dos retornos ponderados por suas probabilidades:

$$VE = (0.1)(\$100) + (0.2)(\$50) + (0.7)(\$10) = \$27.$$

1.b. A variância, σ^2, é a soma dos quadrados dos desvios da média, \$27, ponderados por suas probabilidades:

$$\sigma^2 = (0.1)(100 - 27)^2 + (0.2)(50 - 27)^2 + (0.7)(10 - 27)^2 = \$841.$$

1.c. Uma pessoa neutra a riscos pagaria o valor esperado da loteria: \$27.

2.a. O valor esperado da loteria é igual à soma dos retornos ponderados por suas probabilidades:

$$VE = (0{,}5)(0) + (0{,}25)(\$1{,}00) + (0{,}2)(\$2{,}00) + (0{,}05)(\$7{,}50) = \$1{,}025$$

A variância é a soma dos quadrados dos desvios da média, \$1,025, ponderados por suas probabilidades:

$$\sigma^2 = (0{,}5)(0 - 1{,}025)^2 + (0{,}25)(1 - 1{,}025)^2 + (0{,}2)(2 - 1{,}025)^2 + (0{,}05)(7{,}5 - 1{,}025)^2, \text{ ou}$$

$$\sigma^2 = \$2{,}812.$$

2.b. Um indivíduo extremamente avesso a riscos provavelmente não compraria o bilhete, apesar do ganho esperado ser maior que o preço, \$1,025 > \$1,00. A diferença no retorno esperado não seria suficiente para compensar Rick pelo risco de aquisição do bilhete. Por exemplo, se sua riqueza fosse \$10 e ele comprasse um bilhete de \$1,00, ele obteria, sob cada um dos possíveis cenários, \$9,00, \$10,00, \$11,00, e \$16,50, respectivamente. Supondo que sua função de utilidade fosse $U = W^{0,5}$, onde W é sua riqueza, sua utilidade esperada seria:

$$EU = (0.5)\left(9^{0.5}\right) + (0.25)\left(10^{0.5}\right) + (0.2)\left(11^{0.5}\right) + (0.05)\left(16.5^{0.5}\right) = 3.157.$$

que seria menor que a utilidade obtida sem o bilhete, 3.162:

($U(10) = 10^{0,5} = 3{,}162$). Ele preferiria uma renda certa igual a \$10.

2.c. Se Richard comprasse 1.000 tickets, seu ganho esperado seria \$1.025 menos o montante pago de \$1.000, ou seja, \$25. Possivelmente, ele não compraria nenhum seguro, tendo em vista que o retorno esperado, \$1.025, seria maior que o custo, \$1.000; a aquisição de um número elevado de bilhetes poderia funcionar como um seguro indireto para ele. Entretanto, dado que Richard é avesso a riscos, ele possivelmente estaria disposto a comprar o seguro. O montante que ele estaria disposto a pagar para evitar o risco seria dado pelo prêmio de risco. Veja a figura 5.4 no texto. Para calcular o prêmio de risco, é necessário conhecer a função de utilidade de Richard. Se a função de utilidade fosse $U = W^{0,5}$, a utilidade esperada associada à aquisição dos 1.000 bilhetes de loteria seria:

$$EU = (0.5)\left(0^{0.5}\right) + (0.25)\left(1000^{0.5}\right) + (0.2)\left(2000^{0.5}\right) + (0.05)\left(7500^{0.5}\right) = 21.18.$$

que seria menor que a utilidade associada à sua riqueza certa de \$1000, dada por $U=1000^{0,5}=31,62$. Para calcular o prêmio de risco, é necessário, primeiro, calcular o nível de renda que garantiria a Richard a utilidade de 21,18, que é \$448,59. Ele estaria, portanto, disposto a pagar até \$1000-\$448,59=\$551,41 para segurar sua aposta.

2.d. No longo prazo, a loteria irá à falência! Dado o preço do bilhete e as probabilidades envolvidas, a loteria é deficitária. O governo deveria aumentar o preço do bilhete ou reduzir a probabilidade dos ganhos positivos.

3. O valor esperado do retorno nesse investimento é

$$VE = (0,2)(100) + (0,4)(50) + (0,4)(-25) = \$30,$$

A variância é

$$\sigma 2 = (0,2)(100 - 30)2 + (0,4)(50 - 30)2 + (0,4)(-25 - 30)2 = \$2.350.$$

4.a. O retorno esperado, ER, do investimento é

$$ER = (0,999)(-1.000.000) + (0,001)(1.000.000.000) = \$1.000.$$

A variância é

$$\sigma 2 = (0,999)(-1.000.000 - 1.000)2 + (0,001)(1.000.000.000 - 1.000)2 \text{ , ou}$$

$$\sigma 2 = 1.000.998.999.000.000.$$

4.b. Tendo em vista que Sam é neutro a riscos e o resultado esperado é \$1.000, Sam não está disposto a contratar o seguro.

4.c. A entrada dos japoneses no mercado reduz a probabilidade de Sam obter um payoff positivo. Por exemplo, supondo que a probabilidade do payoff de 1 bilhão de dólares caia para zero, o resultado esperado é:

$$(1.0)(-\$1.000.000) + (0.0)((\$1.000.000.000) = -\$1.000.000.$$

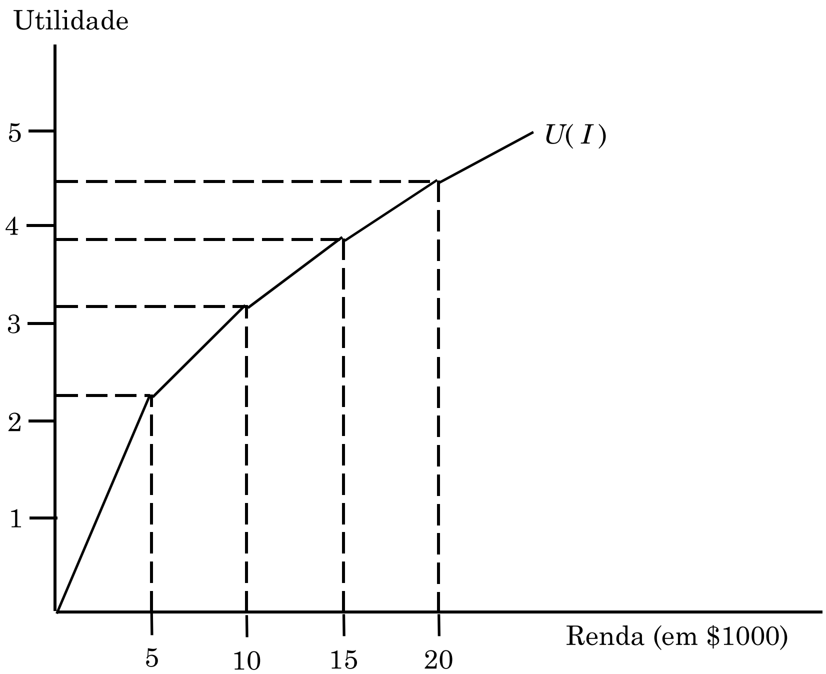
Logo, você deveria aumentar substancialmente o valor do prêmio da apólice. Contudo, por não saber da entrada dos japoneses no mercado, Sam continuaria a recusar suas propostas de seguro.

5.a. XXXXXXXXXXREVERNatasha é avessa a riscos. Isso pode ser verificado da seguinte forma. Suponha que ela tenha \$10.000 e lhe seja oferecida uma aposta na qual ela ganha \$1.000 com probabilidade 0,5 e perde \$1.000 com probabilidade 0,5. A utilidade associada a \$10.000 é 3.162, ($u(I) = 10^{0,5} = 3.162$). A utilidade esperada da aposta é:

$$EU = (0,5)(90.5\ ) + (0,5)(110.5\ ) = 3.158 < 3.162.$$

logo, ela não aceitaria a aposta. Se ela fosse neutra a riscos, ela seria indiferente entre os \$10.000 e a aposta; e se fosse amante do risco, ela preferiria a aposta.

Sua aversão a riscos também pode ser verificada pela representação gráfica da função de utilidade (veja a Figura abaixo), que mostra que a função apresenta utilidade marginal decrescente. (Alternativamente, observe que a segunda derivada da função é negativa, o que implica utilidade marginal decrescente.)



5.b. A utilidade de seu salário atual é 100,5, ou seja, 3.162. A utilidade esperada do novo emprego é

EU = (0,5)(50,5) + (0,5)(160,5) = 3.118,

que é menor que 3.162. Logo, ela recusaria o novo emprego.

5.c. Supondo que Natasha aceitasse o novo emprego, ela estaria disposta a pagar um prêmio de risco igual à diferença entre $10.000 e o nível de renda certa associado à utilidade da aposta, de modo a garantir um nível de utilidade igual a 3.162. Sabemos que a utilidade da aposta é igual a 3.118. Inserindo esse valor na sua função de utilidade, obtemos 3.118 = I0.5, e resolvendo para I encontramos a renda associada à aposta de $9.722. Logo, Natasha estaria disposta a pagar pelo seguro o valor dado pelo prêmio de risco: $10.000 - $9.722 = $278.

6.a. Se os motoristas são neutros a riscos, seu comportamento depende apenas da multa esperada. Com duas pessoas monitorando os estacionamentos, a probabilidade de detecção do estacionamento ilegal é 0,5 e a multa é $20. Logo, a multa esperada é $10 = (0,5)($20). A mesma multa esperada pode ser obtida através da contratação de apenas um funcionário, aumentando-se a multa para $40, da contratação de três funcionários, diminuindo-se a multa para $13,33, ou da contratação de quatro funcionários, diminuindo -se a multa para $10.

Supondo que o único custo a ser minimizado seja o custo de contratação dos funcionários responsáveis pelo monitoramento dos estacionamentos, isto é, $10.000 por ano, você deveria minimizar o número de funcionários, contratando apenas um funcionário e aumentando a multa para $40.

6.b. Se os motoristas são avessos a riscos, a utilidade de um valor obtido com certeza é maior do que a utilidade de um valor esperado igual ao valor certo, o que significa que eles se esforçarão mais do que motoristas neutros a riscos para evitar uma multa. Logo, uma multa inferior a $40 seria suficiente para manter o atual nível de desincentivo ao estacionamento ilegal.

7. Uma pessoa avessa a riscos apresenta utilidade marginal da renda decrescente e prefere uma renda certa a uma loteria com a mesma renda esperada. A pessoa amante do risco tem utilidade marginal da renda crescente e prefere uma renda incerta a uma renda certa. A explicação econômica

para o fato de um indivíduo ser avesso a riscos ou amante do risco depende do formato da função de utilidade do indivíduo com relação à riqueza. Além disso, a aversão a riscos (ou amor pelo risco) de uma pessoa depende da natureza do risco e da renda da pessoa.

8. A utilidade esperada é a soma das utilidades associadas a um dos resultados possíveis, ponderados por suas respectivas probabilidades. Para um indivíduo, maximizar a utilidade esperada significa escolher a opção que lhe proporciona a maior utilidade média, isto é, a maior soma ponderada de todas as utilidades. A teoria da utilidade esperada pressupõe o conhecimento, por parte do consumidor, da probabilidade de ocorrência de cada resultado possível. Às vezes, porém, os consumidores não conhecem as probabilidades relevantes ou têm dificuldade para avaliar eventos caracterizados por baixas probabilidades e elevados payoffs. Em alguns casos, os consumidores não são capazes de atribuir um nível de utilidade a eventos com elevados payoffs, como na situação em que o payoff é a perda da vida do consumidor.

9. Se o custo do seguro é igual à perda esperada, (i.e., se o seguro é atuarialmente justo), os indivíduos avessos a riscos desejarão contratar seguros totais contra as possíveis perdas monetárias. O prêmio do seguro garante ao indivíduo o mesmo nível de renda, independentemente da ocorrência ou não da perda. Dado que o seguro é atuarialmente justo, essa renda certa é igual à renda esperada no caso de o indivíduo optar pela alternativa arriscada de não contratar o seguro. A garantia da mesma renda, independentemente da ocorrência da perda, gera mais utilidade para uma pessoa avessa a riscos do que o nível de utilidade médio associado à possibilidade de uma renda elevada (na ausência da perda) ou de uma renda baixa (na ocorrência da perda); ou seja, devido à aversão a riscos, $E[U(x)] \leq U(E[x])$.

10 . Um investidor pode reduzir seu risco investindo em ativos correlacionados negativamente. Por exemplo, um fundo mútuo é uma carteira de ações de empresas independentes. Se a variância do retorno das ações de uma empresa estiver inversamente relacionada à variância do retorno das ações de outra empresa, uma carteira com ações de ambas as empresas apresentará variância menor que as ações de cada uma das empresas tomadas separadamente.. À medida que aumenta o número de ações, a variância da taxa de retorno da carteira cai. Apesar de haver menos risco numa carteira de investimentos como a discutida acima, o risco não chega a ser completamente eliminado; Ainda há os riscos de mercado da carteira, em comparação com um ativo de baixo risco como os títulos do governo dos EUA.

11. Em um mercado de ativos de risco, supondo que os investidores sejam avessos a riscos, quanto maior for o risco do investimento (isto é, a variância dos retornos), maior será o retorno demandado. Apesar de alguns indivíduos estarem dispostos a aceitar riscos mais elevados em troca de maiores taxas de retorno, é importante ressaltar que tais indivíduos não devem ser considerados menos avessos a riscos. Pelo contrário, o fato de tais indivíduos só investirem em ativos de risco se forem compensados pelo aumento no risco indica que eles são avessos a riscos.