

## SEL0404 – ELETRICIDADE II

### LISTA 1

1 – Um circuito magnético com um único entreferro é apresentado na figura a seguir. As dimensões do núcleo são:

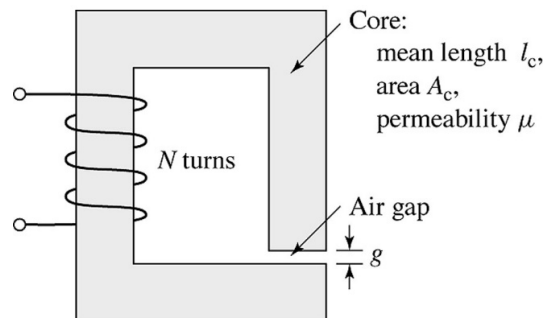
- Área de seção transversal  $A_C = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ;
- Comprimento médio do circuito magnético  $l_C = 0,6 \text{ m}$ ;
- Comprimento do entreferro  $g = 2,3 \times 10^{-3} \text{ m}$ ;
- $N = 83$  Voltas.

Considere que a permeabilidade magnética do núcleo é  $\mu = 2500\mu_0$  e despreze a dispersão de fluxo.

a) Calcule a relutância do núcleo  $R_C$  e a relutância do entreferro  $R_G$ .

Para uma corrente  $i = 1,5 \text{ A}$ , calcule:

- b) O fluxo total  $\Phi$ ;
- c) O fluxo concatenado na bobina  $\lambda$ ;
- d) A indutância  $L$  da bobina.



2- Considerando a figura anterior, com as mesmas dimensões do exercício 1, assumindo que a permeabilidade magnética do núcleo é infinita, calcule:

- a) o número  $N$  de espiras necessárias para uma indutância de  $12 \text{ mH}$ .
- b) a corrente necessária para um fluxo de  $1,0 \text{ T}$  no núcleo.

**3** – O circuito magnético do exercício 1 tem um núcleo constituído de material não linear cuja permeabilidade , em função de  $B_m$  é dada por:

$$\mu = \mu_0 \cdot \left( 1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0,047B_m^{7,8}}} \right)$$

Encontre a corrente necessária para obter uma densidade de fluxo de 2,2 T no núcleo.

**4** – Um indutor com o formato da figura do exercício 1 com dimensões:

- Área de seção transversal  $A_C = 3,6 \text{ cm}^2$ ;
- Comprimento médio do circuito magnético  $l_C = 15 \text{ cm}$ ;
- $N = 75$  voltas.

Considerando que a permeabilidade magnética do núcleo é  $\mu = 2100\mu_0$  e desprezando a dispersão de fluxo, calcule o valor do entreferro necessário para uma indutância de 6,0mH.

**5** – O circuito magnético da figura abaixo consiste de um anel laminado de altura  $h$ . O anel tem raio interno  $R_I$  e raio externo  $R_O$ . Considere que o ferro tenha permeabilidade  $\mu = 750\mu_0$  e despreze a dispersão de fluxo. Para:

- $R_I = 3,4 \text{ cm}$ ;
- $R_O = 4,0 \text{ cm}$ ;
- $h = 2 \text{ cm}$ ;
- $g = 0,2 \text{ cm}$ .

Calcule:

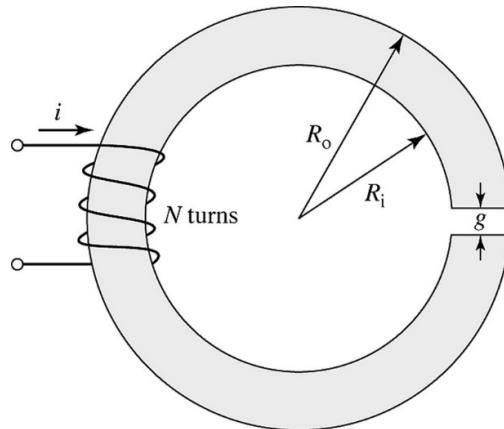
**a)** O comprimento médio do caminho magnético  $l_C$  e a área de seção transversal  $A_C$ ;

**b)** A relutância do núcleo  $R_C$  e a relutância do entreferro  $R_G$ ;

Para  $N = 65$  voltas, calcule:

**c)** A indutância  $L$ ;

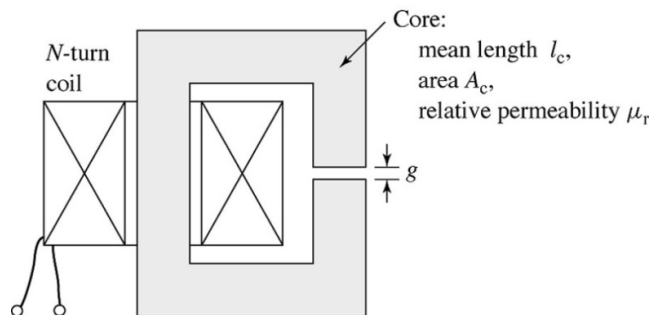
- d) A corrente  $I$  necessária para uma densidade de fluxo magnético no entreferro  $B_G = 1,35 \text{ T}$ ;
- e) O fluxo concatenado  $\lambda$  pela bobina.



6- O indutor da figura abaixo tem as seguintes dimensões:

- $A_c = 1,0 \text{ m}^2$
- $l_c = 15 \text{ cm}$
- $g = 0,8 \text{ mm}$
- $N = 480$  voltas

Considere que a permeabilidade magnética do núcleo é  $\mu = 1000\mu_0$  e despreze a dispersão de fluxo. Calcule a indutância da bobina.

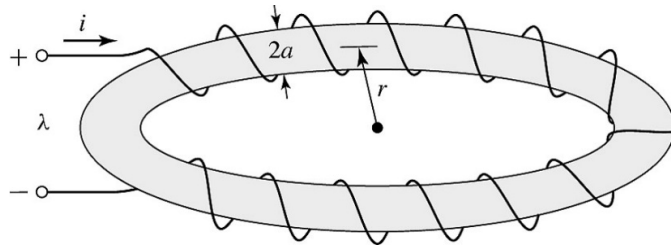


7 – Um mecanismo de armazenamento de energia, constituído de  $N$  voltas enroladas em um toróide de material não magnético é apresentado na figura abaixo. Como pode ser visto na figura, o toróide tem secção transversal circular de raio  $a$  e o raio do toróide é  $r$ . Pode-se considerar que o campo magnético fora do toróide é zero. Considerando que  $a \ll r$ , o campo magnético  $H$  dentro do toróide é orientado acompanhando o toro e que tenha magnitude uniforme:

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

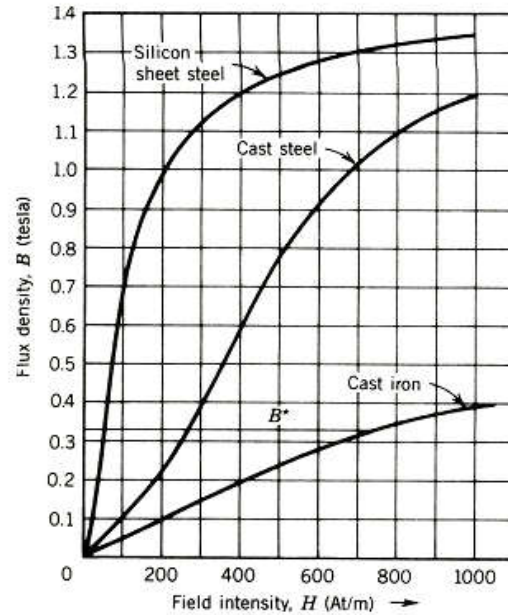
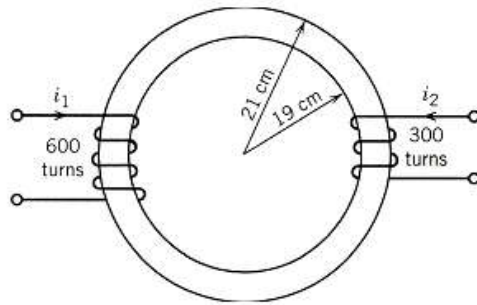
Para  $N = 1000$  voltas,  $r = 10$  m,  $a = 0,45$  m:

- Calcule a indutância  $L$  da bobina
- A bobina opera com densidade de fluxo magnético  $1,75$  T. Calcule a energia armazenada.

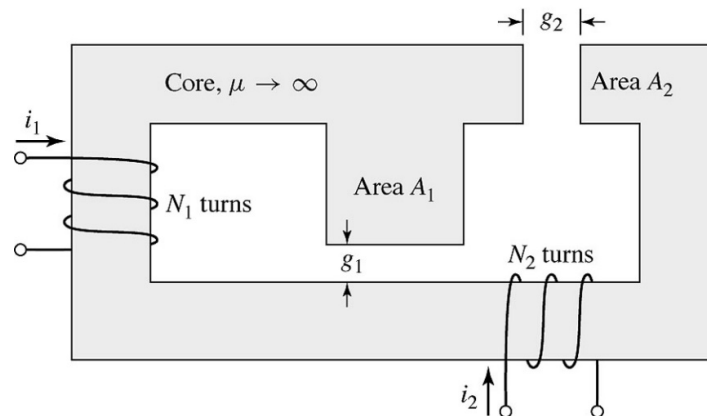


8 – Duas bobinas estão envolvidas em um núcleo toroidal como mostra a figura abaixo. O núcleo é feito de chapas de aço silício e tem uma seção transversal quadrada. As correntes das bobinas são  $i_1 = 0,28$  A e  $i_2 = 0,56$  A.

- Determine a densidade de fluxo no raio médio do núcleo (utilizar a curva de magnetização);
- Assumindo uma densidade de fluxo constante (mesma que no raio médio) sobre a seção transversal do núcleo, determine o fluxo no cobre.
- Determine a permeabilidade relativa,  $\mu_r$ , do núcleo.



9 – O circuito magnético da figura abaixo tem dois enrolamentos e dois entreferros. Pode-se supor que o núcleo tenha permeabilidade infinita. As dimensões do núcleo são indicadas na figura.



- a) Supondo que a bobina 1 esteja conduzindo uma corrente  $I_1$  e a corrente na bobina 2 seja zero, calcule (i) a densidade de fluxo magnético em cada um dos entreferros; (ii) o fluxo concatenado do enrolamento 1 e (iii) o fluxo concatenado do enrolamento 2.
- b) Repita a parte (a) supondo uma corrente igual a zero no enrolamento 1 e uma corrente  $I_2$  no enrolamento 2.

- c) Repita a parte (a) supondo que a corrente do enrolamento 1 seja  $I_1$  e a corrente do enrolamento 2 seja  $I_2$ .
- d) Encontre as indutâncias próprias dos enrolamentos 1 e 2, e a indutância mútua entre os enrolamentos.

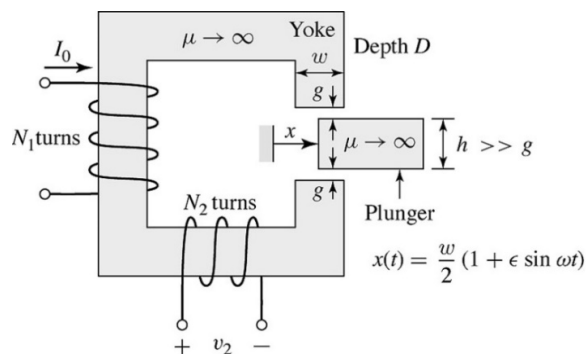
**10** – O gerador alternador da figura a seguir tem um êmbolo móvel (de posição  $x$ ) montado de tal modo que desliza para dentro e para fora de uma estrutura magnética, conhecida como *yoke*, mantendo o espaçamento  $g$  constante nos dois lados entre o êmbolo e o *yoke*. Esses dois podem ser considerados como tendo permeabilidade infinita. O movimento do êmbolo está restringido de tal modo que sua posição limita-se a  $0 \leq x \leq w$ .

Há dois enrolamentos nesse circuito magnético. O primeiro enrolamento tem  $N_1$  espiras e conduz uma corrente CC constante  $I_0$ . O segundo de  $N_2$  espiras está em circuito aberto e pode ser conectado a uma carga.

- a) Desprezando os efeitos de espreamento, encontre a indutância mútua entre os enrolamentos 1 e 2 em função da posição  $x$  do êmbolo.
- b) O êmbolo é acionado por uma fonte externa de tal modo que o seu movimento é descrito por

$$x(t) = \frac{w(1 + \epsilon \sin(\omega t))}{2}$$

Onde  $\epsilon \leq 1$ . Encontre uma expressão para a tensão senoidal gerada como resultado desse movimento.

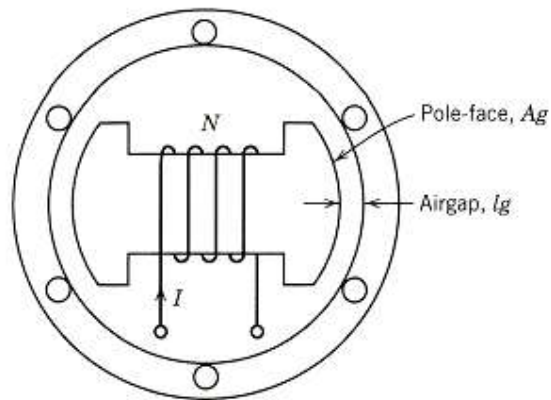


11. Uma máquina síncrona de dois polos, como mostrada na figura abaixo, tem as seguintes dimensões:

- Cada comprimento *air gap*,  $l_g = 2,5\text{mm}$ ;
- Área da seção transversal da superfície do polo,  $A_g = 500\text{ cm}^2$
- $N = 500$  voltas;
- $I = 5\text{ A}$
- $\mu_c = \text{infinito}$

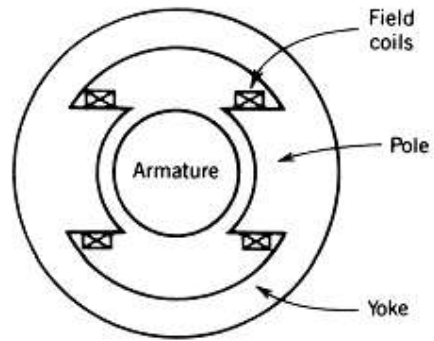
a) Desenhe o circuito magnético equivalente;

b) Encontre a densidade de fluxo no *air gap*.



12 - Um gerador de dois polos, ilustrado na figura abaixo, tem um circuito magnético com as seguintes dimensões:

- Cada polo (*cast steel*):
  - Comprimento magnético = 10 cm;
  - Seção transversal = 400 cm<sup>2</sup>;
- Cada *air gap*:
  - Comprimento = 0,1 cm;
  - Seção transversal = 400 cm<sup>2</sup>;
- Armadura (*Si-steel*):
  - Comprimento médio = 20 cm;
  - Seção transversal médio = 400 cm<sup>2</sup>
- *Yoke* (*cast steel*):
  - Circunferência média = 160 cm;
  - Média da área de seção transversal = 200 cm<sup>2</sup>



Metade da excitação voltas  $\cdot$  ampere está localizada em cada um dos dois polos.

- a) Desenhe o circuito magnético equivalente.
- b) Quantas voltas  $\cdot$  ampere por polo são requeridas para produzir uma densidade de fluxo magnético de 1,1 tesla no circuito magnético? (Use as curvas de magnetização do exercício 8)
- c) Calcule o fluxo na armadura.



## GABARITO

1.

- a)  $R_c = \frac{l_c}{\mu A_c} = 0,10610 \text{ MA/Wb};$        $R_g = \frac{g}{\mu_0 A_c} = 1,0168 \text{ MA/Wb}$
- b)  $\phi = \frac{NI}{R_c + R_g} = 1,1087 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$
- c)  $\lambda = N \phi = 9,2023 \text{ mWb.e}$
- d)  $L = \frac{\lambda}{I} = 6,1349 \text{ mH}$

2.

- a)  $N = \sqrt{\frac{Lg}{\mu_0 A_c}} \approx 110 \text{ espiras};$
- b)  $I = \frac{gB}{\mu_0 N} = 16,6389 \text{ A.}$

3.

- a)  $\mu_r = 730,13.$
- b)  $= \frac{B}{N} \left( \frac{g}{\mu_0} + \frac{l_c}{\mu} \right) = 65,85 \text{ A.}$

4.

$$g = \mu_0 A_c \cdot \left( \frac{N^2}{L} - \frac{l_c}{\mu A_c} \right) = 0,3527 \text{ mm.}$$

5.

- a)  $l_c = 2 \left( R_0 - \frac{R_0 - R_i}{2} \right) - g = 23,05 \text{ cm};$        $A_c = (R_0 - R_i) \cdot h = 1.2 \text{ cm}^2$
- b)  $R_g = \frac{g}{\mu_0 A_c} = 13,263 \text{ MA/Wb};$        $R_c = \frac{l_c}{\mu A_c} = 2.0380 \text{ MA/Wb}$
- c)  $L = \frac{N^2}{R_c + R_g} = 276,1 \text{ } \mu\text{H}$
- d)  $I = \frac{BA_c(R_c + R_g)}{N} = 38,135 \text{ A};$
- e)  $\lambda = NA_c B_c = 10,53 \text{ mWb.}$

6.

$$L = \frac{N^2 A_c}{\frac{l_c}{\mu} + \frac{g}{\mu_0}} = 30,48 \text{ mH}$$

7.

a)  $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{2\pi r} = 12,7 \text{ mH}$

b)  $W = 2\pi r \pi a^2 \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{Vol} \frac{B^2}{2\mu_0} = 48,707 \text{ MJ}$

8.

a)  $B = 1,14 \text{ T}$

b)  $\Phi = 0,456 \text{ mWb}$

c)  $\mu_r = 3393$

9.

a)

(i)  $B_1 = \frac{\mu_0 N_1}{g_1} \cdot I_1 \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_1}{g_2} \cdot I_1$

(ii)  $\lambda_1 = \mu_0 N_1^2 \cdot \left( \frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) \cdot I_1$

(iii)  $\lambda_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2} \cdot I_1$

b)

(i)  $B_1 = 0 \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_2}{g_2} \cdot I_2$

(ii)  $\lambda_1 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2} \cdot I_2$

(iii)  $\lambda_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2} \cdot I_1$

c)

(i)  $B_1 B_1 = \frac{\mu_0 N_1}{g_1} \cdot I_1 \quad B_2 = \frac{\mu_0 N_1}{g_2} \cdot I_1 + \frac{\mu_0 N_2}{g_2} \cdot I_2$

(ii)  $\lambda_1 = \mu_0 N_1^2 \cdot \left( \frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) \cdot I_1 + \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2} \cdot I_2$

(iii)  $\lambda_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2} \cdot I_1 + \frac{\mu_0 N_2^2 A_2}{g_2} \cdot I_2$

d)

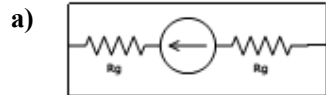
$$L_{11} = \mu_0 N_1^2 \cdot \left( \frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) \quad L_{22} = \frac{\mu_0 N_2^2 A_2}{g_2} \quad L_{12} = L_{21} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{g_2}$$

10.

a)  $L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2g} D(w - x)$

b)  $v_2 = -I_0 \cdot \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2g} \cdot \frac{\varepsilon \omega w}{2} \cdot \cos(\omega t)$

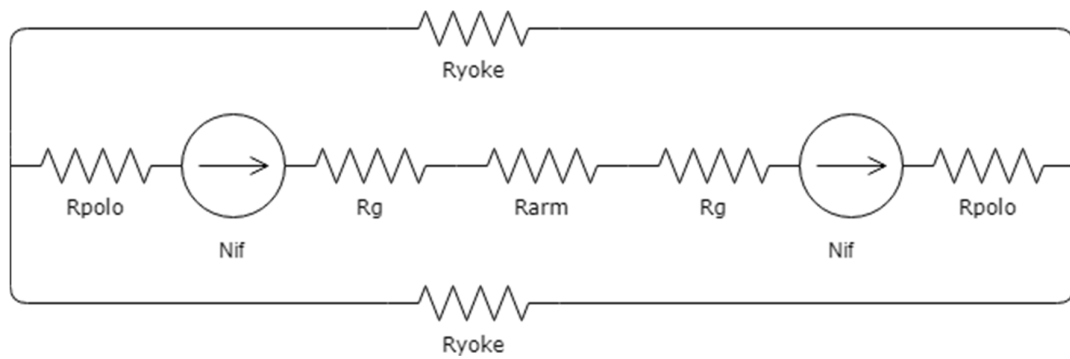
11.



b)  $B = 0,628 \text{ T}$

12.

a)



b)  $F = 1302,5 \frac{\text{A} \cdot \text{espira}}{\text{polo}}$

c)  $\Phi = 0,044 \text{ Wb}$