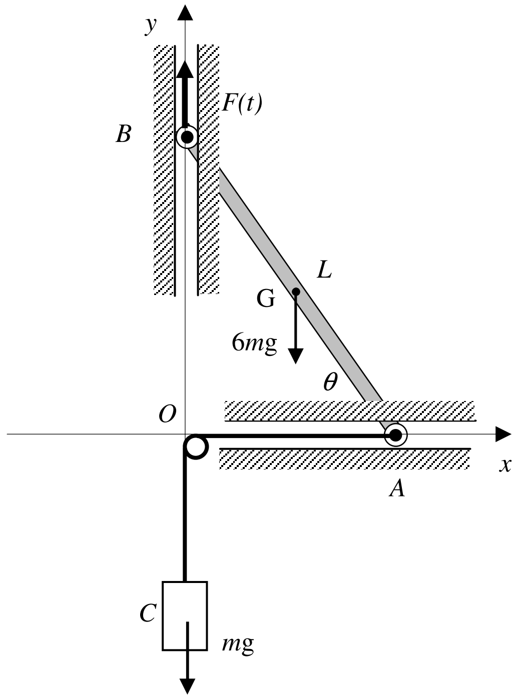
LISTA #2 – Sistemas Mecânicos 2

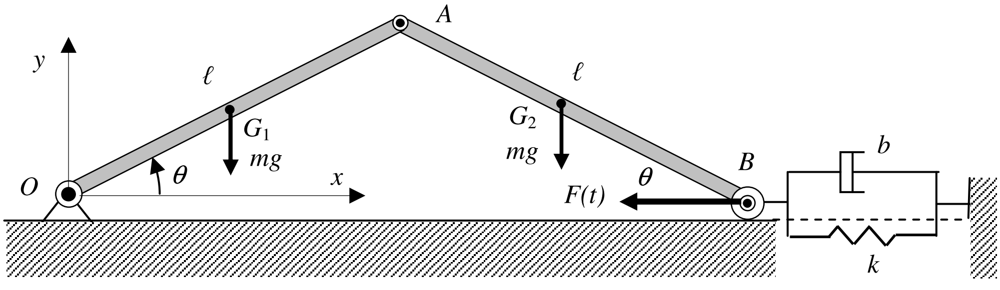
PMR3302 – Sistemas Dinâmicos I para Mecatrônica

Prof. Eduardo L. Cabral

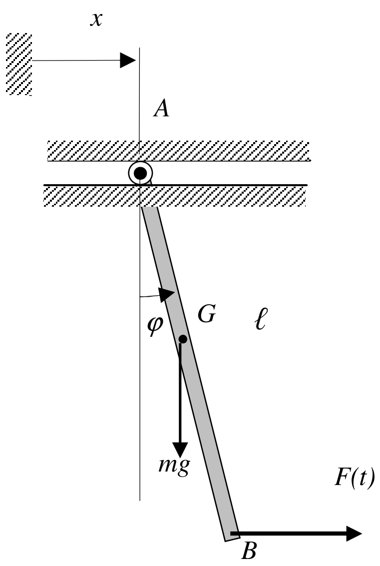
1) A haste homogênea AB, de massa $6m$, e comprimento L tem suas extremidades A e B vinculadas sem atrito aos ramos positivos dos eixos Ox e Oy respectivamente. Um fio ideal tem sua extremidade presa em A, passa por uma pequena polia em O e sustenta um bloco C, de massa m, que é vinculado sem atrito ao ramo negativo do eixo Oy. Uma força $F(t)$ é aplicada no ponto B, na direção vertical. Usando como coordenada o ângulo θ, obtenha a equação dinâmica do sistema. Escolha qualquer método, Newton ou Lagrange. Dado: $J_G = 6mL^2/12 = mL^2/2$.



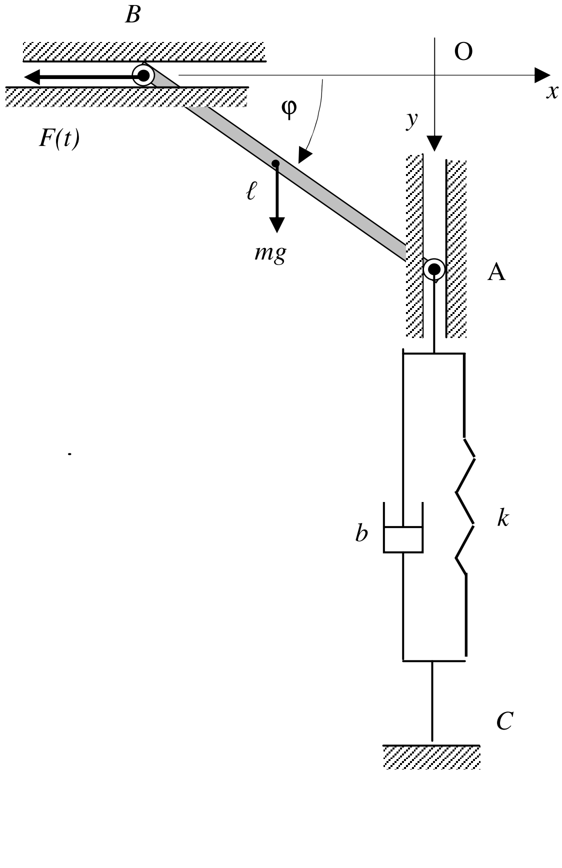
2) O mecanismo da figura abaixo é formado por duas barras homogêneas e iguais de massa m, momento de inércia J_G e comprimento ℓ. O ângulo θ formado pelas barras e a horizontal é a coordenada generalizada. Uma mola de constante k e um amortecedor de constante b conectam o ponto B a um ponto fixo. A mola não está deformada quando $\theta = 0$. A inércia do rolete em B é desprezível. Uma força $F(t)$ é aplicada no rolete B como indicado. Determine a equação de movimento para o sistema utilizando ou o método de Lagrange ou o método de Newton.



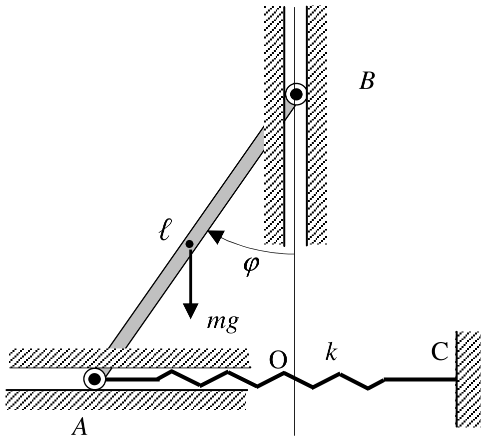
3) Adote as hipóteses que julgar necessárias e obtenha a equação de movimento do sistema abaixo utilizando a coordenada φ. O ponto A é uma articulação e move-se na guia horizontal. A posição do ponto A é conhecida em função do tempo, $x(t)$. Portanto, também são conhecidas suas derivadas $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$. Há uma força horizontal aplicada no ponto B. A barra homogênea tem comprimento ℓ, massa m e momento de inércia J, em relação ao seu centro de massa. Dado: $J = \frac{1}{12} m\ell^2$. Utilize o método de Lagrange.



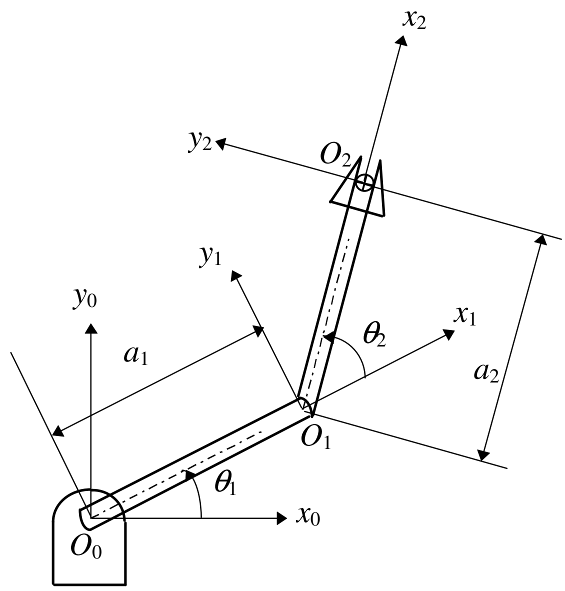
4) Obtenha a equação diferencial do movimento do sistema abaixo usando a coordenada φ. Sabe-se que $\varphi = 0$ quando a mola não está deformada. A barra homogênea tem comprimento ℓ, massa m e momento de inércia J, em relação ao seu centro de massa. Há uma força horizontal aplicada em B. Não há atrito entre os roletes A e B e as guias. Dado: $J = \frac{1}{12} m\ell^2$.



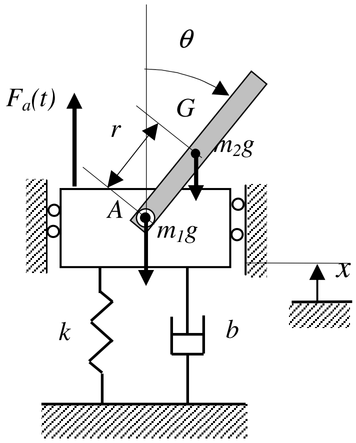
5) Obtenha a equação de movimento do sistema abaixo, utilizando a coordenada φ. Sabe-se que $\varphi = 0$ quando a mola não está deformada. A barra homogênea tem comprimento ℓ, massa m e momento de inércia J, em relação ao seu centro de massa. Não há atrito entre os roletes A e B e as guias. Dado: $J = \frac{1}{12} m\ell^2$.



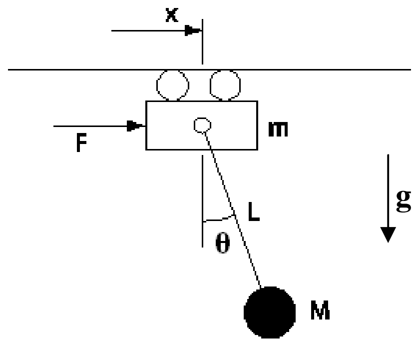
6) Seja um robô com duas articulações de rotação e dois ligamentos como mostra a figura abaixo. Obtenha as equações de movimento do robô assumindo que não existe atrito nas articulações. As massas dos ligamentos 1 e 2 são respectivamente m_1 e m_2. Os momentos de inércia dos ligamentos 1 e 2 em relação aos centros de massa são respectivamente J_1 e J_2. Os centros de massa dos ligamentos 1 e 2 estão localizados a uma distância ℓ_1 e ℓ_2 dos pontos O_1 e O_2 respectivamente. A aceleração da gravidade é em direção contrária ao eixo y_0. Os atuadores do robô aplicam torque τ_1 e τ_2 nas articulações 1 e 2 respectivamente.



7) O sistema representado abaixo é composto de um bloco de massa m_1, que pode se movimentar verticalmente e uma barra (AG) de massa m_2 que está conectada ao bloco através da articulação A. A barra gira com velocidade angular $\dot{\theta}$. A distância entre o centro de massa da barra (ponto G) e a articulação A é r. Uma força $F_a(t)$ vertical é aplicada no bloco. Faça as hipóteses que julgar necessárias e obtenha a equação dinâmica para a coordenada x. Na posição de equilíbrio a mola não está deformada.

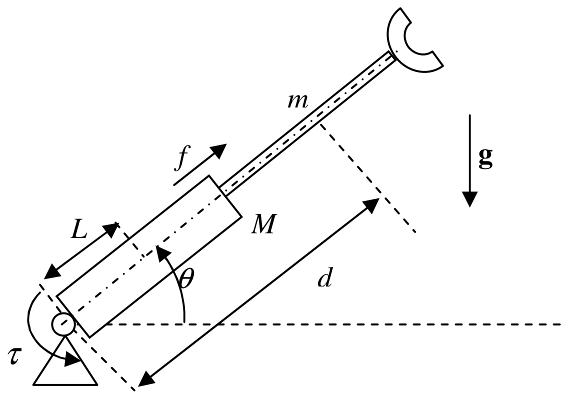


8) Dado o pêndulo sobre carro da figura abaixo. Faça as hipóteses que julgar necessárias e obtenha as equações diferencias que representam a dinâmica do sistema.



9) O esquema abaixo representa um manipulador robótico no qual um torque τ é aplicado na articulação e uma força f atua sobre o segundo ligamento provocando a variação da distância d entre a articulação e o centro de massa desse segundo ligamento (massa m). O primeiro ligamento tem massa M e seu centro de massa está a uma distância L da articulação. Os momentos de inércia em relação ao eixo ortogonal ao plano da figura transladado para os centros de massa dos ligamentos são Izz_1 e Izz_2, respectivamente para o primeiro e o segundo ligamento. Existe atrito viscoso nas articulações 1 e 2 descrito respectivamente pelas constantes b_1 e b_2. Pede-se:

a) Escreva as expressões para a energia cinética, energia potencial e potência dissipada do sistema.
b) Derive as equações que representam o modelo dinâmico do robô.



Solução

1) $mL^2(2+\sin^2\theta)\ddot{\theta} + mL^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}^2 + 3mgL\cos\theta + mgL\sin\theta = FL\cos\theta$

2) $\frac{1}{4}ml^2\left[1+(\cos^2\theta)\right]\ddot{\theta} + 2J\ddot{\theta} + \frac{9}{4}ml^2(\sin^2\theta)\ddot{\theta} + 2ml^2(\sin\theta\cos\theta)\dot{\theta}^2 + mgl(\cos\theta) - 4kl^2(\sin\theta\cos\theta) +$

$+4kl^2(\sin\theta) + 4bl^2(\sin^2\theta)\dot{\theta} = F(\sin\theta)l$

3) $\begin{cases} \frac{1}{2}ml(\cos\varphi)\ddot{x} + \frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}mgl\sin\varphi = Fl\cos\varphi \\ m\ddot{x} + \frac{1}{2}ml(\cos\varphi)\ddot{\varphi} - \frac{1}{2}ml(\sin\varphi)\dot{\varphi}^2 = F \end{cases}$

5) $\frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi} - \frac{1}{2}mgl(\sin\varphi) + kl^2(\sin\varphi\cos\varphi) = 0$

7) $\begin{cases} (m_1+m_2)\ddot{x} - m_2 r(\sin\theta)\ddot{\theta} - m_2 r(\cos\theta)\dot{\theta}^2 + b\dot{x} + kx + (m_1+m_2)g = F_a \\ (J+m_2r^2)\ddot{\theta} - m_2 r(\sin\theta)\ddot{x} - m_2 gr\sin\theta = 0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} (m+M)\ddot{x} + Ml(\cos\theta)\ddot{\theta} - Ml(\sin\theta)\dot{\theta}^2 = F \\ Ml^2\ddot{\theta} + Ml(\cos\theta)\ddot{x} + Mgl\sin\theta = 0 \end{cases}$