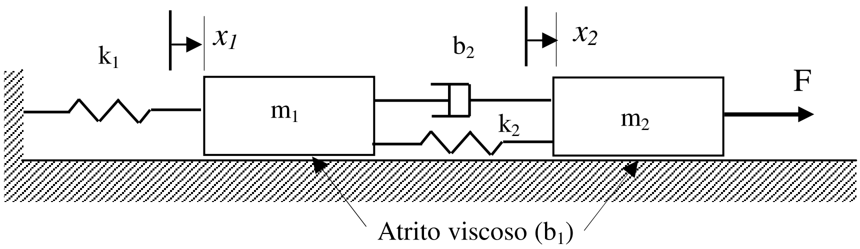
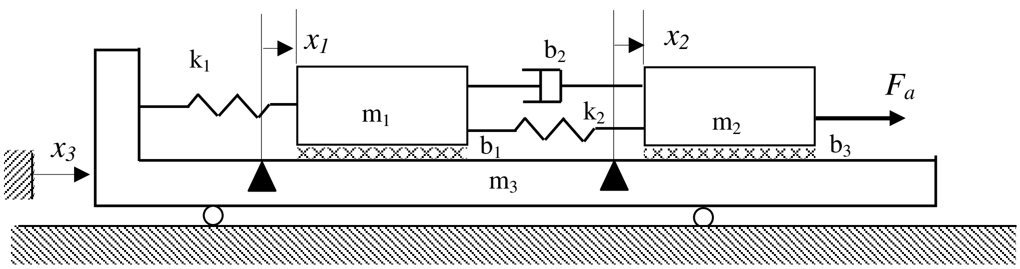
LISTA #1 – Sistemas Mecânicos 1
PMR3302 – Sistemas Dinâmicos I para Mecatrônica

Prof. Eduardo L. Cabral

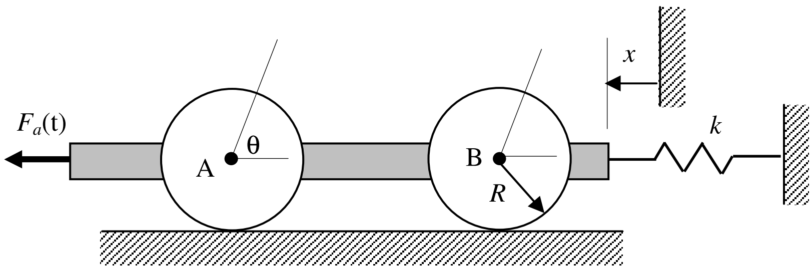
1) Obtenha as equações diferenciais do movimento do sistema abaixo.



2) No sistema abaixo os deslocamentos x_1 e x_2 são relativos à m_3. As molas não estão deformadas quando $x_1 = x_2 = 0$. Adote as hipóteses que julgar necessárias, faça o DCL de cada corpo e obtenha as equações diferencias do movimento do sistema.

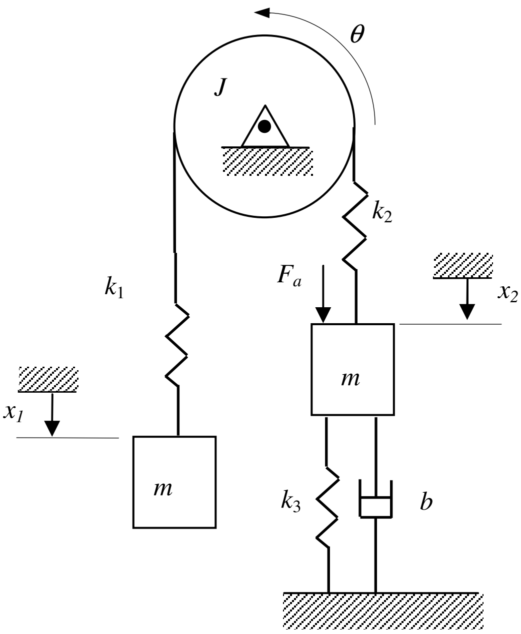


3) Obtenha a equação diferencial do movimento do sistema abaixo, utilizando a coordenada x. Sabe-se que $x = 0$ quando a mola não está deformada. As rodas têm raio R, massa m e momento de inércia J, o bloco tem massa $4m$. Existe atrito de rolamento entre as rodas e o piso. Não há deslizamento entre as rodas e o piso.

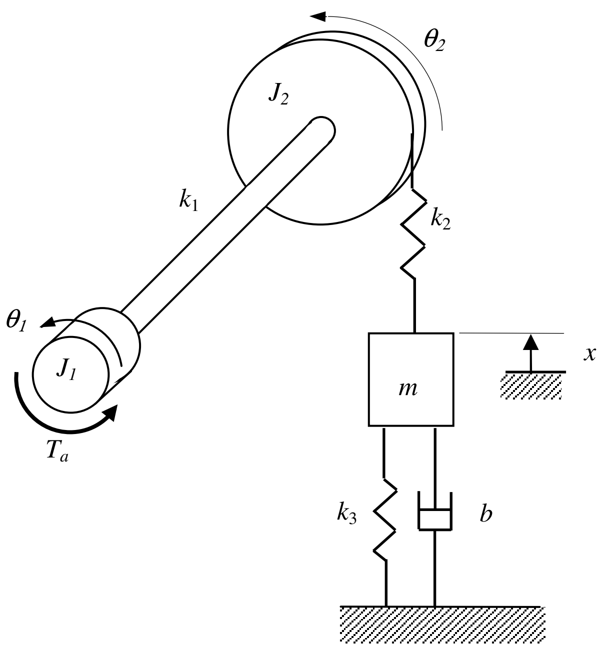


4) O sistema representado abaixo é composto de duas massas iguais (m), uma polia de momento de inércia J e um cabo com constantes elásticas k_1, para o lado esquerdo, e k_2 para o lado direito. Uma mola de constante k_3 e um amortecedor de constante b conectam a massa da direita ao solo. Há uma

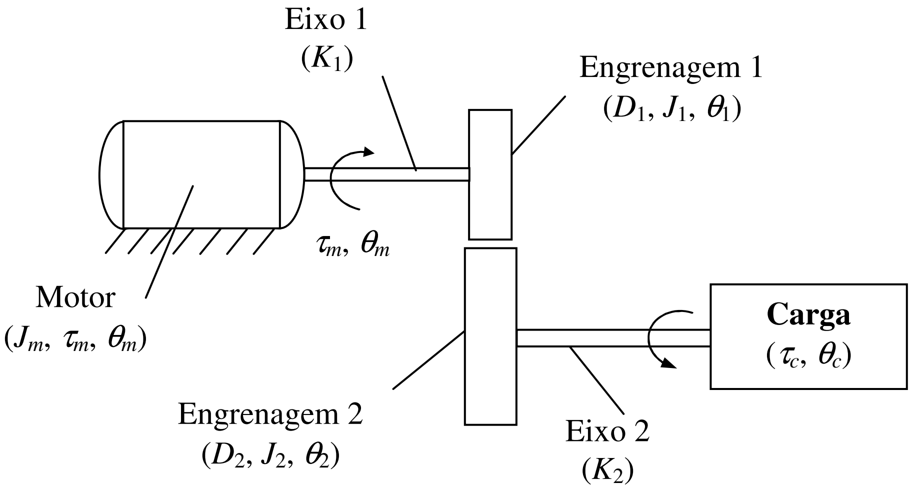
força ativa (dada) F_a(t) aplicada no bloco da direita. As coordenadas são $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $\theta(t)$. Adote as hipóteses que julgar necessárias e obtenha as equações dinâmicas do sistema. As coordenadas têm valor nulo quando as molas não estão deformadas. O raio da polia é R.



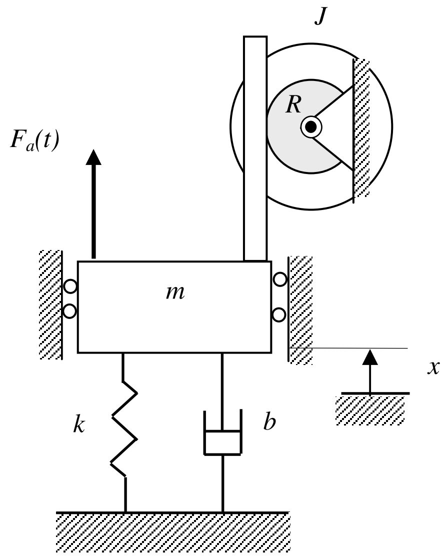
5) O sistema representado abaixo é composto por uma massa (m), um tambor com momento de inércia J_2 , um rotor com momento de inércia J_1, um cabo com constante elástica k_2, um eixo de constante elástica k_1. Uma mola de constante k_3 e um amortecedor de constante b conectam a massa ao solo. Há um torque ativo (dado) T_a(t) aplicado no rotor. As coordenadas são $x(t)$, $\theta_1(t)$ e $\theta_2(t)$. Adote as hipóteses que julga necessárias e obtenha as equações dinâmicas do sistema. Na posição de repouso das molas, as coordenadas têm valor nulo. O raio do tambor é R.



6) Dado o sistema da figura abaixo, faça as hipótese que julgar necessárias e obtenha as equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema. Em função do deslizamento que ocorre no contato entre os dentes das engrenagens a transmissão de movimento nas engrenagens tem uma eficiência η. Observe que você precisa somente de três variáveis de posição para descrever o sistema, pois θ_1 e θ_2 estão relacionados através da relação de engrenamento. Faça esse problema utilizando tanto o método de Newton-Euler como o de Lagrange e verifique se existe diferença entre as equações resultantes.

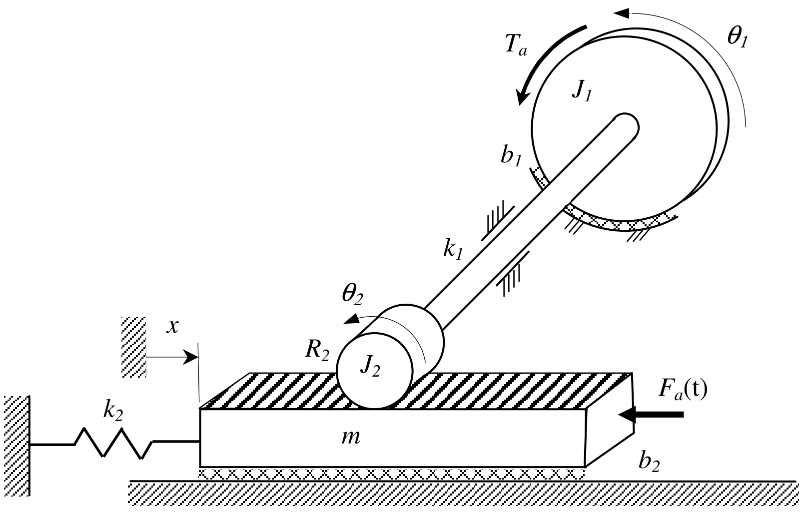


7) O sistema representado abaixo é composto de um bloco de massa *m*, uma pequena engrenagem de raio *R,* conectada a uma cremalheira que é rigidamente ligada ao bloco. A pequena engrenagem tem centro fixo e está conectada rigidamente a um tambor. O momento de inércia da engrenagem e do tambor é *J*. Existe uma força aplicada no bloco, $F_a(t)$. O bloco é suportado por uma mola e um amortecedor. A mola está indeformada quando $x = 0$. Adote as hipótese necessárias e determine a equação do movimento para a coordenada $x(t)$.

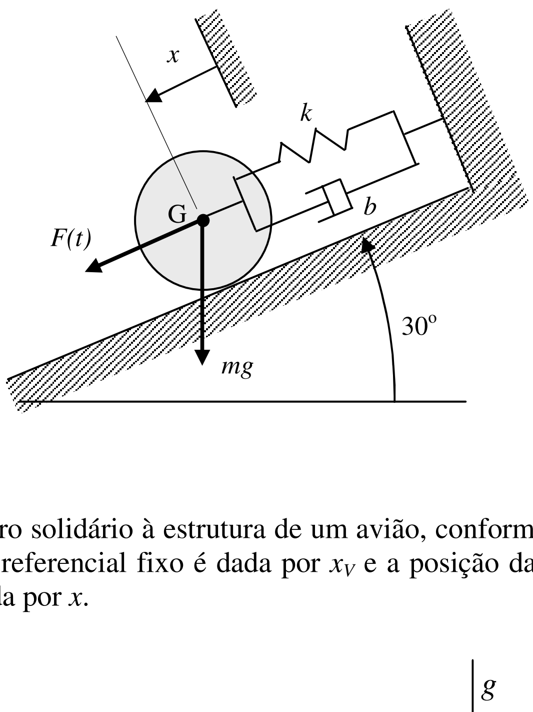


8) O sistema representado abaixo é composto de um bloco de massa *m*, uma pequena engrenagem de raio R_2 e momento de inércia J_2, um eixo de constante elástica k_1, um volante de momento de inércia J_1 e raio *R*, e uma mola de constante k_2. Um torque, T_a, é aplicado no volante e uma força, $F_a(t)$ é aplicada no bloco. Existe uma resistência viscosa aos movimentos do volante e do bloco e a

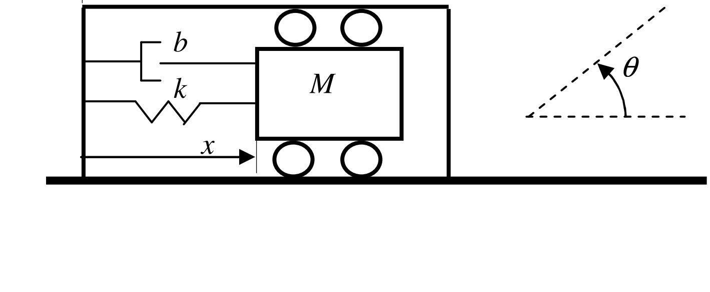
transmissão de movimento no pinhão cremalheira tem eficiência η. As molas não estão deformadas quando $x = \theta_1 = \theta_2 = 0$. Determine as equações de movimento para as coordenadas $x(t)$ e $\theta_1(t)$.



9) Faça as hipótese que julgar necessárias e obtenha a equação de movimento do sistema abaixo utilizando a coordenada *x.* Sabe-se que $x = 0$ quando a mola não está deformada. A roda tem raio *R,* massa *m* e momento de inércia *J.* Uma força conhecida *F(t)* é aplicada em G. O plano está inclinado de 30° em relação à horizontal. Existe atrito de rolamento entre as rodas e o piso, mas não há deslizamento entre a roda e o piso. Dados: $J = \frac{1}{2}mR^2$.



10) Considere o acelerômetro solidário à estrutura de um avião, conforme ilustrado abaixo. A posição do avião em relação a um referencial fixo é dada por x_V e a posição da massa do acelerômetro (M) em relação ao veículo é dada por x.

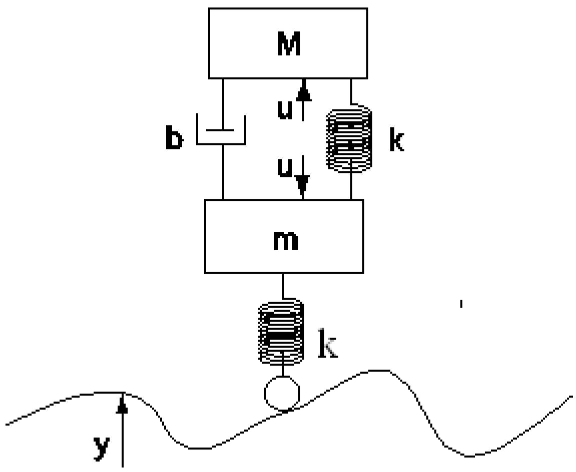


Para a configuração horizontal da figura, a partir do equilíbrio, determine:

a) A equação diferencial que relaciona a aceleração do avião com o movimento da massa *M* em relação ao avião.

b) Para pequenas inclinações em relação à horizontal, repita o item a) considerando o ângulo de inclinação no vetor de entradas. Identifique a limitação deste tipo de sensor, que, idealmente, deve fornecer uma leitura da aceleração do movimento do avião.

11) Obtenha as equações diferenciais do movimento do sistema abaixo. Adote três coordenadas de posição para definir as posições do piso, da massa m e da massa M.



Solução

2) $$\begin{cases} m_1(\ddot{x}_1+\ddot{x}_3)+b_1\dot{x}_1+b_2(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=0 \\ m_2(\ddot{x}_2+\ddot{x}_3)+b_3\dot{x}_2+b_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_2(x_2-x_1)=F_a \\ m_3\ddot{x}_3-b_1\dot{x}_1-b_3\dot{x}_2-k_1x_1=0 \end{cases}$$

3) $$\left(6m+\frac{J}{R^2}\right)\ddot{x}+kx=F-6\mu mg$$

5) $$\begin{cases} J_1\ddot{\theta}_1+k_1(\theta_1-\theta_2)=T_a \\ J_2\ddot{\theta}_2+k_1(\theta_2-\theta_1)+Rk_2(R\theta_2-x)=0 \\ m\ddot{x}+b\dot{x}+k_3x+k_2(x-R\theta_2)=0 \end{cases}$$

9) $$\left(m+\frac{J}{R^2}\right)\ddot{x}+b\dot{x}+kx=F+\frac{mg}{2}-\mu mg$$

10) $$M\ddot{x}_V=-M\ddot{x}-b\dot{x}-kx-Mg\sin\theta$$