[Taub, H. "Circuitos Digitais e Microprocessadores", ed. McGraw-Hill, 1984]

Exemplo1.26-1 Uma estudante consulta o catálogo da universidade e fica sabendo que pode matricular-se em determinada disciplina de eletrônica somente se ela satisfizer uma das seguintes condições:

1. Já completou sessenta créditos e é uma estudante de engenharia regulamente matriculada.
2. Ou completou sessenta créditos e é uma estudante de engenharia e tem o consentimento do departamento.
3. Ou completou menos de sessenta créditos e é uma estudante de engenharia com matrícula especial.
4. Ou é uma estudante regularmente matriculada e tem o consentimento do departamento.
5. Ou é uma estudante de engenharia e não tem o consentimento do departamento.

Encontre uma expressão mais simples que indique a possibilidade de a estudante matricular-se no curso.

SOLUÇÃO: Introduzimos as variáveis *w, x, y, z* e *y* para representar as seguintes situações:

w = a estudante completou sessenta créditos
x = a estudante é aluna de engenharia
y = a estudante tem matrícula regular
z = a estudante tem consentimento do departamento
v = a estudante pode matricular-se na disciplina

Assim, y = V (Verdadeiro) ou y = 1 representa a proposição que é verdade que a estudante tem matrícula regular. De maneira correspondente, $\overline{y}$ = ou $y = 0$ significa que a estudante tem matrícula especial. Quando as variáveis *w, x, y* e *z* assumem valores tais que v = verdadeiro, a estudante pode matricular-se na disciplina. A especificação de quanto isto ocorre pode ser feita pela equação algébrica lógica

$$v = w.x.y + w.x.z + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\overline{z} \qquad (1.26\text{-}1)$$

Se a condição 1 for satisfeita, isto é, $w = 1, x = 1 e\ y = 1$ simultaneamente, então o termo $w.x.y$ na Eq. (1.26-1) é $w.x.y$ = 1, e consequentemente $v = 1$, independentemente dos valores lógicos dos demais termos de Eq. (1.26-1). Os diversos termos da Eq. (1.26-1) são ligados pelo conetivo OR correspondente à palavra "OU" na especificação geral das condições.

A simplificação pode ser efetuada da seguinte maneira:

$v = w.x.y + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\left(\overline{z} + z.w\right)$	Fatorar x do segundo e quinto termos
$= w.x.y + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\left(\overline{z} + w\right)$	Da Eq. (1.15-8a)
$= w.x.y + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\overline{z} + w.x$	Da Eq. (1.15-6b)
$= w.x.\left(y + 1\right) + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\overline{z}$	Fatorando *wx* do primeiro e último termos
$= w.x + \overline{w}.x.\overline{y} + y.z + x.\overline{z}$	A=1 = 1; A . 1 = A
$= x.\left(w + \overline{w}.\overline{y}\right) + y.z + x.\overline{z}$	Fatorando x do primeiro e segundo termos
$= x.\left(w + \overline{y}\right) + y.z + x.\overline{z}$	Da Eq. (1.15-8a)
$= x.w + x.\overline{y} + y.z + x.\overline{z}$	Da Eq. (1.15-6b)

A expressão resultante é idêntica à expressão do exemplo 1.25-6, portanto:

$$v = x + y.z \qquad (1.26\text{-}2)$$

Assim, a estudante poderá matricular-se na disciplina $\left(v = 1\right)$ se for uma aluna de engenharia $\left(x = 1\right)$ ou se simultaneamente tiver matrícula regular e consentimento do departamento $\left(y = z = 1\right)$.

[Taub, H. "Circuitos Digitais e Microprocessadores", ed. McGraw-Hill, 1984]

Exemplo 1.26-2 Há cinco livros em uma prateleira *v, w, x, y* e *z*. Você deve selecionar alguns entre eles de modo a satisfazer todas as condições a seguir:

1. Selecionar *v* ou *w* ou ambos.
2. Selecionar *x* ou *z* mas não ambos.
3. Selecionar *v* e *z* juntos ou nenhum dos dois.
4. Se selecionar *y* também deve selecionar *z*.
5. Se selecionar *w* também deve selecionar *v* e *y*.

Façamos com que as variáveis *v, w, x, y* e *z* (que usamos para representar os livros) também representem as proposições "o livro *v* foi selecionado", "o livro *w* foi selecionado" etc. Façamos *u* representar a proposição que a seleção feita obedece a todos os requisitos. Neste caso a relação lógica entre as variáveis é

$$u = (v+w).(x \oplus z).(\overline{v \oplus z}).(y \supset z).(w \supset v.y) \tag{1.26-3}$$

Cada uma das expressões entre parênteses se refere a uma das condições acima. Como o problema exige que todas as condições sejam satisfeitas, elas são ligadas pela função AND. O primeiro parênteses envolve a função INCLUSIVE-OR, conforme a especificação da condição 1, enquanto o segundo parênteses envolve a função EXCLUSIVE-OR, conforme a condição 2. O conetivo EXCLUSIVE-OR requer a seleção de uma ou outra das variáveis, mas não ambas nem nenhuma. De maneira correspondente, o complemento de EXCLUSIVE-OR requer a seleção da ambas as variáveis ou nenhuma delas, exatamente como especificado na condição 3 para as variáveis *v* e *z*. Assim, o terceiro parênteses da Eq. (1.26-3) é $\overline{v \oplus z}$. A condição 4 específica que a seleção de *y* *implica* a seleção de *z*, isto é, $y \supset z$, e, finalmente, a condição 5 requer que *w* implique ambos, *v* e *y*, ou seja, $w \supset v.y$.

Para permitir a manipulação da Eq. (1.26-3) reescrevemos a equação usando somente as operações AND, OR E NOT. Da Tab. 1.18-1 e Eq. (1.22-1) obtemos:

$$u = (v+w).(x.\overline{z}+\overline{x}z).(v.z+\overline{v}.\overline{z}).(\overline{y}+z).(\overline{w}+v.y) \tag{1.26-4}$$

Temos , então:

$u = (v.z+\overline{v}.w.\overline{z})(x.\overline{z}+\overline{x}.z)(\overline{y}+z)(\overline{w}+v.y)$ Multiplicando o primeiro e o terceiro parêntese e usando $A.A = A,\ A.\overline{A} = 0$ e $A + A.B = A$

$= (v.\overline{w}.z+v.y.z).(x.\overline{y}.\overline{z}+\overline{x}.\overline{y}.z+\overline{x}z)$ Multiplicando o primeiro e o quarto parênteses e também o segundo e terceiro parênteses, e usando $A.A = A$ e $A.\overline{A} = 0$.

$= v.\overline{w}.\overline{x}.\overline{y}.z + v.\overline{w}.\overline{x}.z + v.\overline{x}.y.z$ Multiplicando os parênteses e usando $A.A = A$ e $A.\overline{A} = 0$

$= v.\overline{x}.z.(\overline{w}.\overline{y}+\overline{w}+y)$ Fatorando o fator comum conforme $A.B + A.C = A.(B+C)$

$= v.\overline{x}.z.(\overline{w}+y)$ $A + A.B = A$ [Eq. (1.15-6*a*)]

O resultado seria $u = v.\overline{x}.z.(\overline{w}+y)$, cuja interpretação é: devemos selecionar *v* e *z* rejeitar *x* e, ao mesmo tempo, se selecionarmos *w*, devemos selecionar *y* (se *w* for rejeitado, não importa se selecionamos ou rejeitamos *y*). Alternativamente, o resultado poderia se escrito $u = v.\overline{x}.z.\overline{w} + v.\overline{x}.z.y$, ou seja, podemos selecionar *v* e *z* rejeitando *x* e *w* (*y* opcional), ou ainda podemos selecionar *v*, *z* e *y* rejeitando *x* (*w* opcional).