

**PEF 2201 – RESISTÊNCIA DOS MATERIAS E ESTÁTICA DAS CONSTRUÇÕES I**

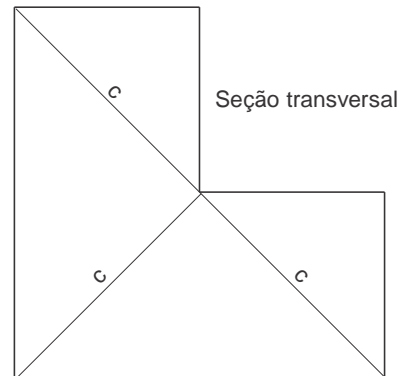
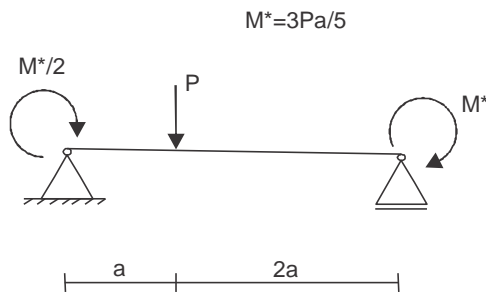
2ª Prova – 16/05/2000

Nome: \_\_\_\_\_ nº USP: \_\_\_\_\_

**1ª Questão (6,0):** Dada a estrutura da figura abaixo, pede-se:

- Determinar os eixos centrais de inércia e os momentos centrais de inércia da seção transversal:
- Orientar a seção de modo que a flexão ocorra em torno do eixo de menor momento de inércia (isto é, de modo que o vetor momento tenha a mesma direção do eixo de menor momento de inércia). Nestas condições, calcular o menor valor de  $c$ .

Dados: tensões admissíveis de tração e compressão  $\bar{\sigma}_T = 0,5\bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}$



Resolução:

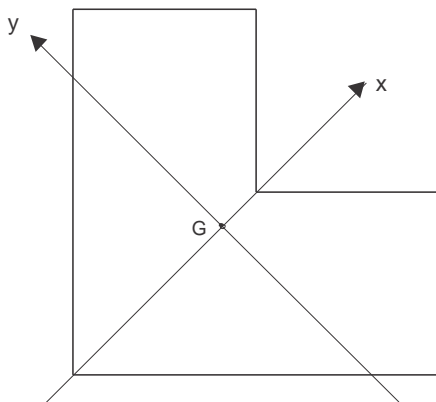
Determinar os eixos centrais de inércia:

Todo eixo de simetria é eixo central. O outro eixo central é perpendicular a ele e passa pelo centro de gravidade.

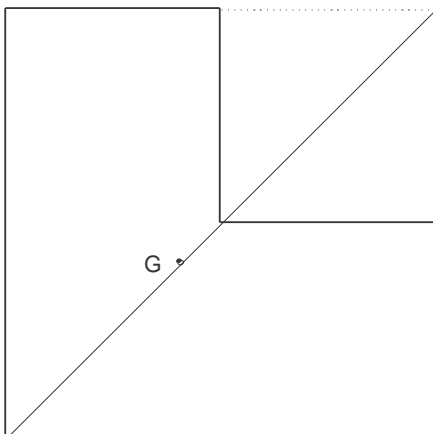
Centro de gravidade:

$$x_G = \frac{2 \left( \frac{c\sqrt{2}}{4} \frac{c^2}{2} \right) + \frac{3c\sqrt{2}}{4} \frac{c^2}{2}}{3 \frac{c^2}{2}} = \frac{5c\sqrt{2}}{12}$$

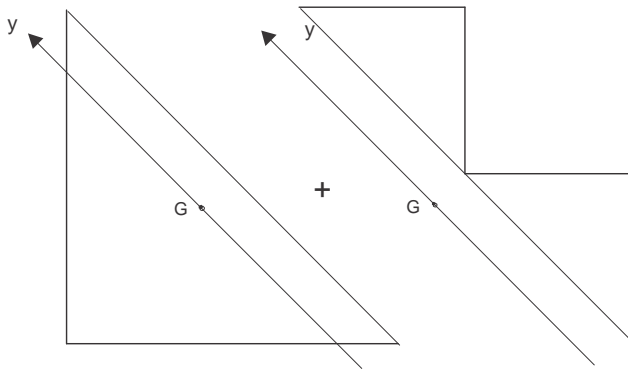
$$y_G = \frac{2 \left( \frac{c\sqrt{2}}{4} \frac{c^2}{2} \right) + \frac{3c\sqrt{2}}{4} \frac{c^2}{2}}{3 \frac{c^2}{2}} = \frac{5c\sqrt{2}}{12}$$



Momentos centrais de inércia:



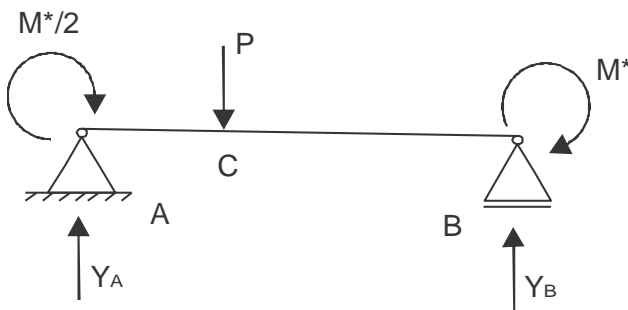
$$I_x = 2 \cdot \left( \frac{2c \cdot c^3}{12} - \frac{c \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^3}{12} \right) = \frac{15c^4}{48} = \frac{5}{16} c^4$$



$$I_y = \left[ \frac{2c \cdot c^3}{36} + \left(\frac{c}{6}\right)^2 \cdot c^2 \right] + 2 \cdot \left[ \frac{c(c/2)^3}{36} + \left(\frac{c}{3}\right)^2 \cdot \frac{c \cdot c/2}{2} \right] =$$

$$2 \cdot \left( \frac{c^4}{24} + \frac{c^4}{32} \right) = \frac{7c^4}{48} = I_y$$

b)

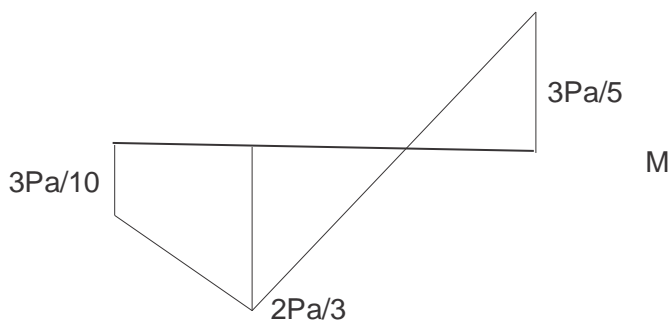


$$\sum F_Y = 0 = Y_A + Y_B - P$$

$$\sum M_A = 0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} P \cdot a + P \cdot a + \frac{3}{5} P \cdot a - Y_B \cdot 3a$$

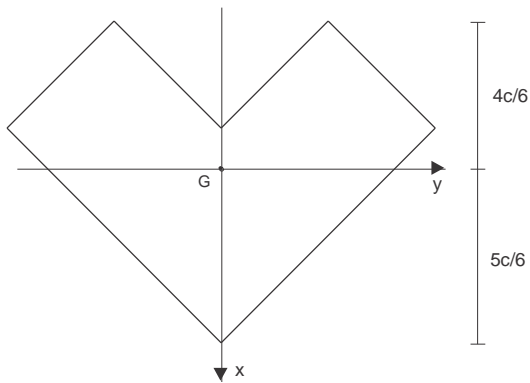
$$Y_B = \frac{19}{30} P$$

$$Y_A = \frac{11}{30} P$$



Menor momento de inércia:  $I_y = \frac{7c^4}{48}$

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$



$$c \geq \sqrt[3]{\frac{80 P \cdot a}{21 \bar{\sigma}}}$$

Na seção C:

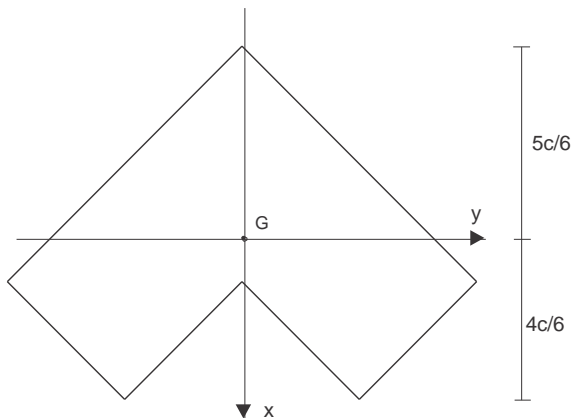
$$\sigma_T = \frac{\frac{2}{3} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{5}{6} c = \frac{80}{21} \frac{Pa}{c^3} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_C = \frac{\frac{2}{3} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{4}{6} c = \frac{64}{21} \frac{Pa}{c^3} \leq 2\bar{\sigma}$$

Na seção B:

$$\sigma_T = \frac{\frac{3}{5} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{4}{6} c = \frac{96}{35} \frac{Pa}{c^3} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_C = \frac{\frac{3}{5} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{5}{6} c = \frac{120}{35} \frac{Pa}{c^3} \leq 2\bar{\sigma}$$



$$c \geq \sqrt[3]{\frac{120 P \cdot a}{35 \bar{\sigma}}} = \sqrt[3]{\frac{24 P \cdot a}{7 \bar{\sigma}}}$$

Na seção C:

$$\sigma_T = \frac{\frac{2}{3} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{4}{6} c = \frac{64}{21} \frac{Pa}{c^3} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_C = \frac{\frac{2}{3} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{5}{6} c = \frac{80}{21} \frac{Pa}{c^3} \leq 2\bar{\sigma}$$

Na seção B:

$$\sigma_T = \frac{\frac{3}{5} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{5}{6} c = \frac{120}{35} \frac{Pa}{c^3} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_C = \frac{\frac{3}{5} P \cdot a}{\frac{7}{48} c^4} \cdot \frac{4}{6} c = \frac{96}{35} \frac{Pa}{c^3} \leq 2\bar{\sigma}$$