

## 2ª Questão (3,5):

A força  $P$  aplicada na estrutura da figura varia de 0 a 1600kN. Para esta variação de  $P$ , traçar os seguintes gráficos:

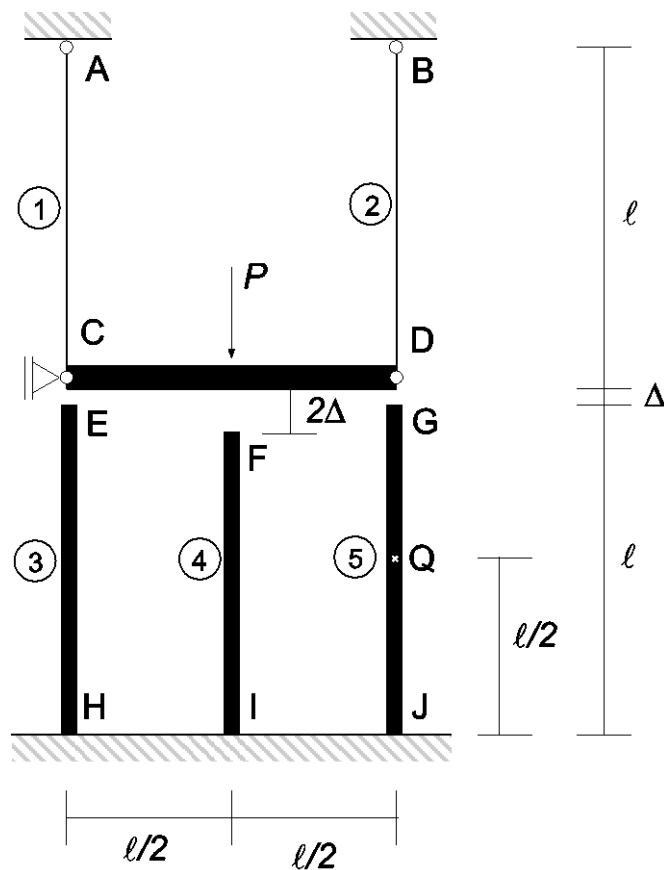
- $\sigma_1 \times P$
- $\sigma_3 \times P$
- $v_Q \times P$

sendo  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  as tensões normais nas barras 1 e 3 e  $v_Q$  o deslocamento vertical do ponto Q.

A barra CD é rígida, as barras 1 e 2 possuem produto de rigidez  $EA$  e as barras 3, 4 e 5 possuem produto de rigidez  $2EA$ .

São dados:  $l = 100\text{cm}$ ,  $\Delta = 0,1\text{cm}$ ,  $E = 10000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $A = 10\text{cm}^2$ .

Antes de começar a resolução numérica da questão, explique de forma sucinta como é o comportamento físico desta estrutura e como você procederá para resolver a questão.



## GABARITO

- Etapa 1 – até o fechamento da primeira folga

$$N_1 = N_2 = \frac{P}{2}$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l}{EA} = \Delta$$

$$\frac{P}{2} \cdot l}{EA} = \frac{P \cdot 100}{2 \cdot 10000 \cdot 10} = 0,1$$

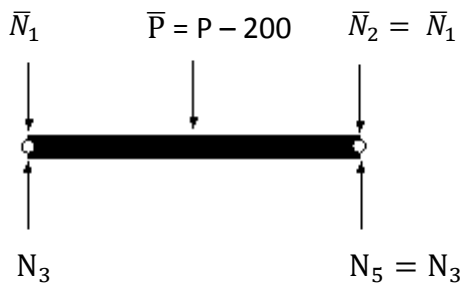
$$P = 200 \text{ kN}$$

Assim:

$$N_1 = N_2 = 100 \text{ kN}$$

Para  $P = 200 \text{ kN}$ , a primeira folga é fechada e a estrutura se torna duas vezes hiperestática

- Etapa 2 – entre o fechamento da primeira folga e o fechamento da segunda folga



Equação de equilíbrio

$$2 \cdot \bar{N}_1 + N_3 = \bar{P}$$

Equação de compatibilidade

$$\bar{\Delta} l_1 = \Delta l_3$$

$$\frac{\bar{N}_1 l}{EA} = \frac{N_3 l}{2EA}$$

$$N_3 = 2N_1$$

Voltando à equação de equilíbrio

$$2\bar{N}_1 + 4\bar{N}_1 = \bar{P}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{\bar{P}}{6}$$

Igualando ao deslocamento  $\Delta$ :

$$\frac{\bar{N}_1 l}{EA} = \Delta$$

$$\frac{\bar{P}}{6} \frac{100}{10000 \cdot 10} = 0,1$$

$$\bar{P} = 600 \text{ kN}$$

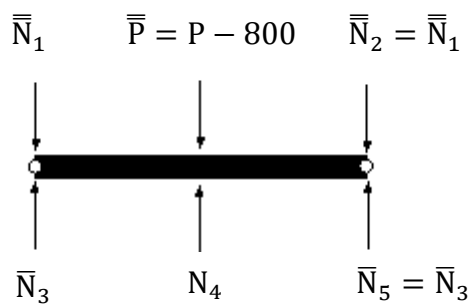
Assim:

$$N_1 = N_2 = 200 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_5 = 200 \text{ kN}$$

Para  $\bar{P} = 600 \text{ kN}$ , isto é, para  $P = 800 \text{ kN}$ , a segunda folga é fechada e a estrutura se torna 3 vezes hiperestática.

- Etapa 3 – Após o fechamento da segunda folga



Equação de equilíbrio:

$$2\bar{N}_1 + 2\bar{N}_3 + N_4 = \bar{P}$$

Equações de compatibilidade:

$$\bar{\Delta l}_1 = \bar{\Delta l}_3 = \Delta l_4$$

$$\frac{\bar{N}_1 l}{EA} = \frac{\bar{N}_3 l}{2EA} = \frac{N_4 l}{2EA}$$

$$\bar{N}_3 = N_4 = 2\bar{N}_1$$

Voltando à equação de equilíbrio:

$$2\bar{N}_1 + 4\bar{N}_1 + 2\bar{N}_1 = \bar{P}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{\bar{P}}{8}$$

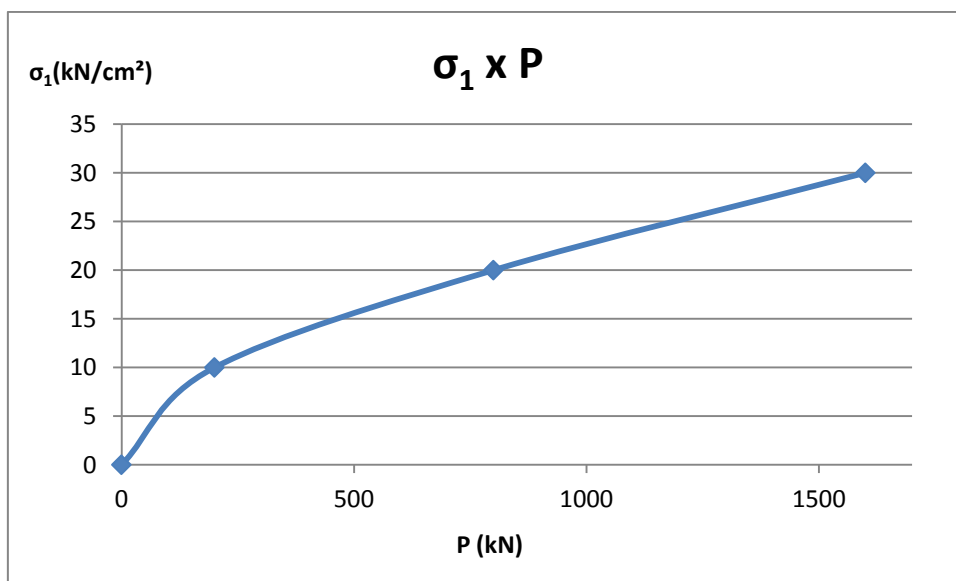
Para  $P = 1600$  kN:

$$N_1 = N_2 = 300 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_5 = 400 \text{ kN}$$

$$N_4 = 200 \text{ kN}$$

- $\sigma_1 \times P$



- Etapa 1

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{\frac{200}{2}}{10} = 10$$

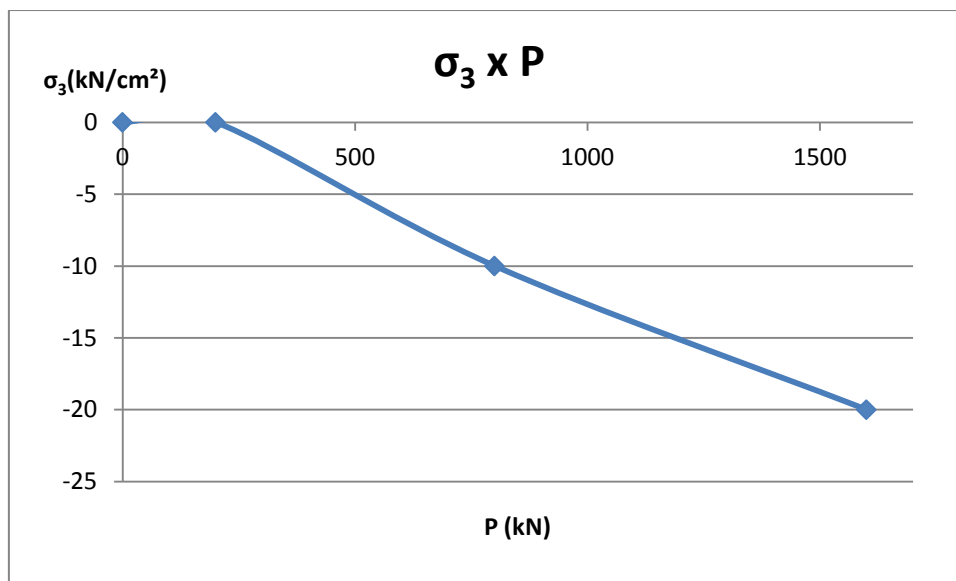
- Etapa 2

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\bar{N}_1}{A} = \frac{\frac{600}{6}}{10} = 10$$

- Etapa 3

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\bar{N}_1}{A} = \frac{\frac{800}{8}}{10} = 10$$

- $\sigma_3 \times P$



- Etapa 1

$$\sigma_3 = 0$$

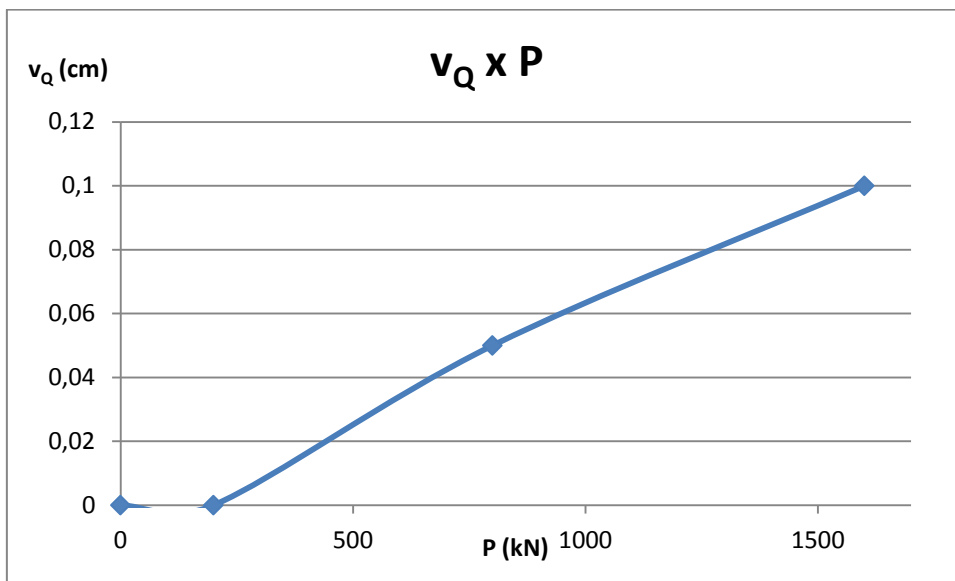
- Etapa 2

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{\frac{\bar{P}}{3}}{2A} = \frac{\frac{600}{3}}{20} = 10 \text{ (Compressão)}$$

- Etapa 3

$$\bar{\sigma}_3 = \frac{\bar{N}_3}{2A} = \frac{2\bar{P}}{8} = \frac{2 \cdot 800}{20} = 10 \text{ (Compressão)}$$

- $v_Q \times P$



- Etapa 1

$$v_Q = 0$$

- Etapa 2

$$v_Q = \frac{N_3 \frac{1}{2}}{E \cdot 2A} = \frac{2\bar{P} \frac{1}{2}}{E \cdot 2A} = \frac{2 \cdot \frac{600}{6} \cdot 50}{10000 \cdot 2 \cdot 10} = 0,05 \text{ cm}$$

- Etapa 3

$$\bar{v}_Q = \frac{\bar{N}_3 \frac{1}{2}}{E \cdot 2A} = \frac{2\bar{P} \frac{1}{2}}{E \cdot 2A} = \frac{2 \cdot \frac{800}{8} \cdot 50}{10000 \cdot 2 \cdot 10} = 0,05 \text{ cm}$$

