



PTC3405 - Processos Estocásticos - 1o semestre 2019

Exercício Computacional 1

Nesse exercício computacional, vamos mostrar um exemplo simples do Teorema do Limite Central e da geração computacional de uma variável aleatória.

- 1) Vamos começar com uma VA uniforme $X \sim U[m,n]$. Queremos que nossa VA tenha média nula e variância unitária ($\sigma_X^2 = 1$). Determine m e n que atendam essa condição. Mostre seus cálculos.
- 2) **(Computacional)** Gere computacionalmente 10^7 realizações da VA X . Estime sua fdp a partir de um histograma. Estime também sua média e variância. Use as funções Matlab `rand`, `histogram`, `mean` e `var` os equivalente do `numpy`. Mostre todos os comandos utilizados e comente seus resultados. Quanto mais detalhes melhor.
- 3) Agora, sejam $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$, VAs com fdps idêntica à de X do item (a) e independentes entre si. Seja a nova VA

$$Y = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N X_n.$$

Calcule $E[Y]$, $E[Y^2]$ e $\text{var}[Y]$.

- 4) Para o caso $N = 2$, obtenha analiticamente a fdp de Y .
- 5) **(Computacional)** Gere computacionalmente 10^7 realizações da VA Y para o caso $N = 2$. Estime sua média, variância e fdp a partir de um histograma. Compare com os resultados esperados obtidos nos itens 3) e 4).
- 6) Para $N \rightarrow \infty$ qual deve ser a distribuição de Y ? Justifique.
- 7) **(Computacional)** Gere computacionalmente 10^7 realizações da VA Y para $N = 3$, $N = 5$, $N = 10$, $N = 50$ e $N = 100$. Usando `subplot` obtenha numa mesma figura estimativas da fdp para esses casos. Comente seus resultados.
- 8) **(Computacional)** Para o caso $N = 100$, faça num mesmo gráfico a estimativa da fdp via histograma e o gráfico da fdp esperada a partir do resultado do item 6). Comente seus resultados.