

Teoria da Produção – Dois Fatores de Produção

Suponha que a produção de mudas (Q) de uma espécie florestal responda à adubação com fósforo (P) e nitrogênio (N) da seguinte forma

$$Q = 1.052,3 + 17,2 \sqrt{N} + 169,4 \sqrt{P} + 2,6 \sqrt{NP} - 3,4 N - 11,9 P$$

onde Q = mudas produzidas.

a) Determine as doses de N e P que **maximizam a produção**

$$\begin{cases} P M a_N = \frac{\partial Q}{\partial N} = 0 \\ P M a_P = \frac{\partial Q}{\partial P} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8,6 N^{-\frac{1}{2}} + 1,3 N^{-\frac{1}{2}} P^{\frac{1}{2}} - 3,4 = 0 \\ 84,7 P^{-\frac{1}{2}} + 1,3 N^{\frac{1}{2}} P^{-\frac{1}{2}} - 11,9 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N^{\frac{1}{2}} = \frac{8,6 + 1,3 P^{\frac{1}{2}}}{3,4} & (1) \\ P^{\frac{1}{2}} = \frac{84,7 + 1,3 N^{\frac{1}{2}}}{11,9} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ em } (2): 87,988 = 11,403 P^{\frac{1}{2}} \rightarrow P = 59,54 \quad \therefore N = 30,03$$

b) Determine as doses de N e P que **maximizam o LUCRO**, considerando que as mudas são vendidas a R\$ 0,05 por muda, e que os adubos custam R\$ 0,30 / Kg de P e R\$ 0,20 / Kg de N.

$$\text{LUCRO} = p \cdot Q - (\text{CF} + s_P P + s_N N)$$

$$\begin{cases} P M a_P = \frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{0,30}{0,05} \\ P M a_N = \frac{\partial Q}{\partial N} = \frac{0,20}{0,05} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{P^{\frac{1}{2}}} (84,7 + 1,3 N^{\frac{1}{2}}) - 11,9 = 6 \\ \frac{1}{N^{\frac{1}{2}}} (8,6 + 1,3 P^{\frac{1}{2}}) - 3,4 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P^{\frac{1}{2}} = \frac{84,7 + 1,3 N^{\frac{1}{2}}}{17,9} & (1) \\ N^{\frac{1}{2}} = \frac{8,6 + 1,3 P^{\frac{1}{2}}}{7,4} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \text{ em } (1): 86,211 = 17,672 P^{\frac{1}{2}} \rightarrow P = 23,80 \quad \therefore N = 4,08$$