

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Transportes – PTR

Laboratório de Topografia e Geodesia – LTG

PTR5003 – Fundamentos de Informações Espaciais



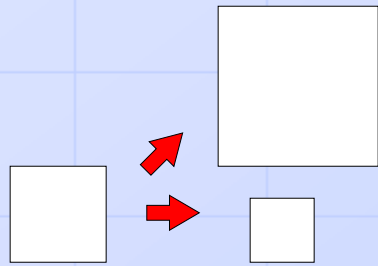
TIPOS DE PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

Projeção Cartográfica - é a técnica de projetar a superfície da Terra, admitida como esférica ou elipsoidal, em um plano.

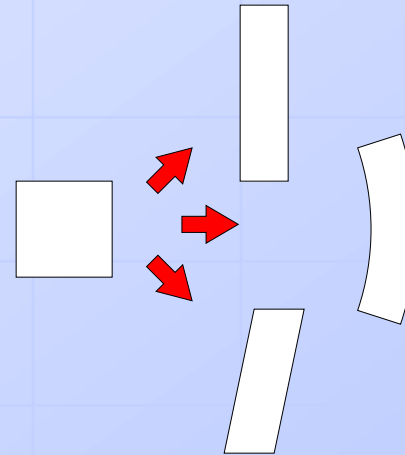
- O problema: Passar de uma superfície não desenvolvível para uma superfície plana (mapa).
- Consequência:
 - * erros e deformações inevitáveis



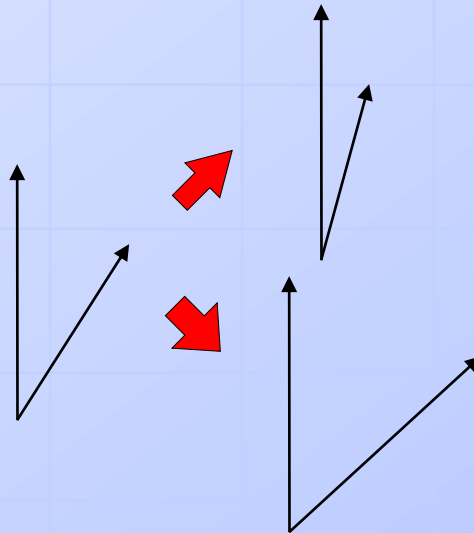
DEFORMAÇÕES DAS PROJEÇÕES CARTOGRÁFICAS



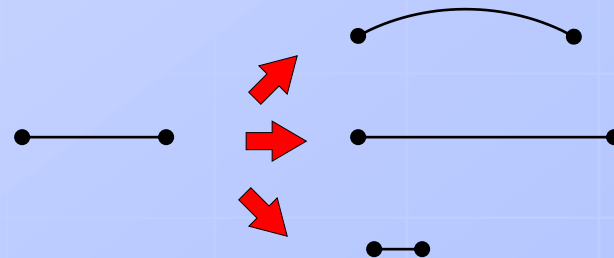
Deformação de área



Deformação de forma



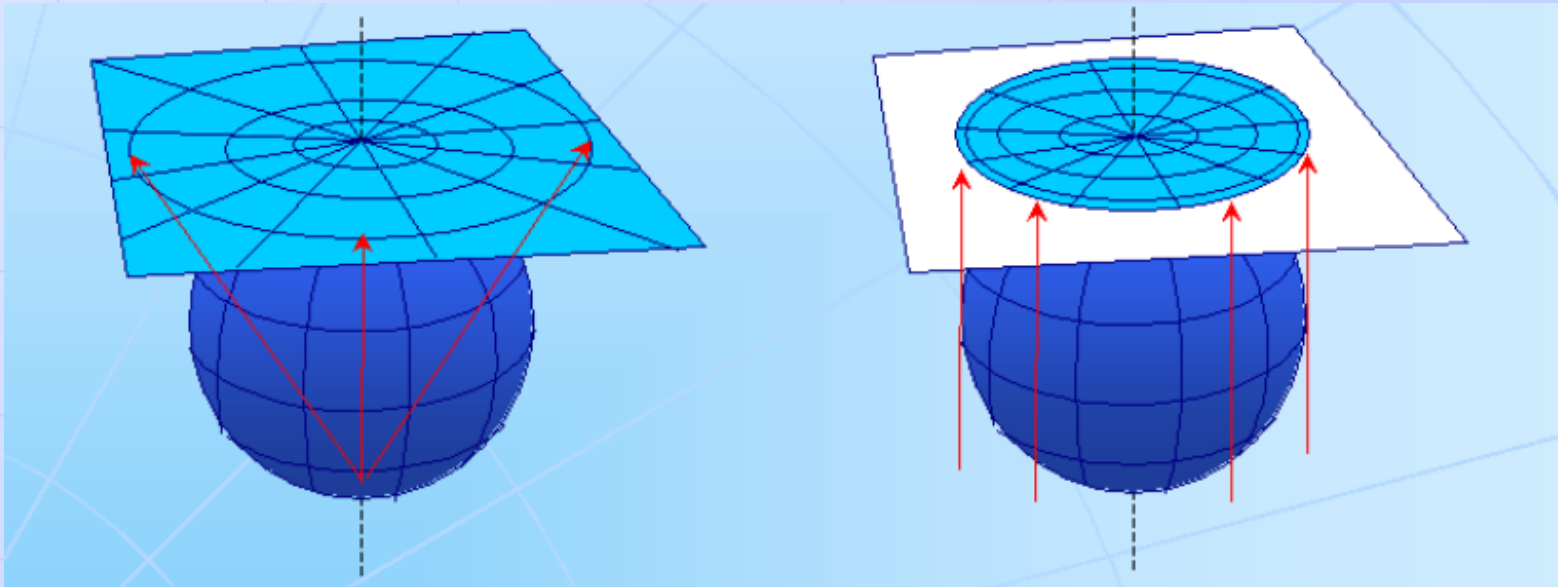
Distorção angular



Deformação de distâncias

Projeções Planas ou Azimutais

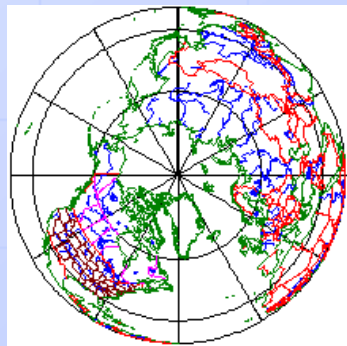
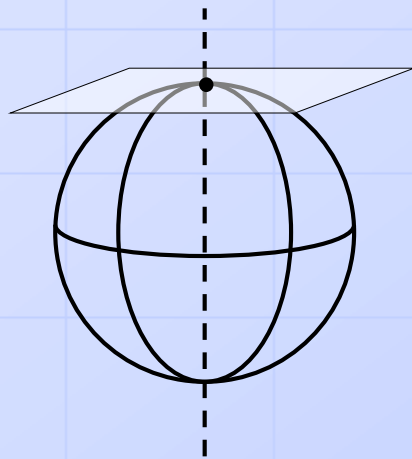
A *projeção azimutal* é a projeção da superfície terrestre sobre um plano a partir de um *ponto de vista*.



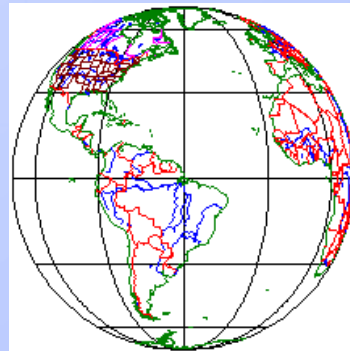
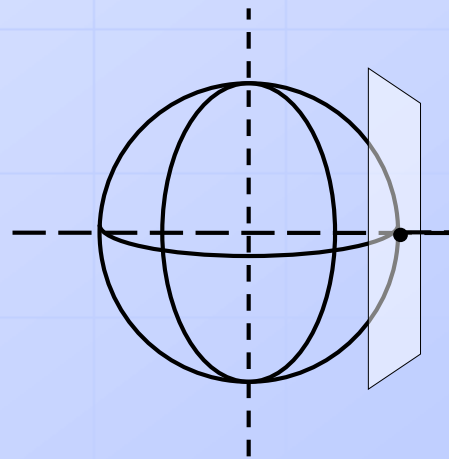
- Sua principal propriedade é a conservação de azimutes. São utilizadas para a confecção de mapas náuticos e aeronáuticos.
- Pode-se manter as distâncias e azimutes ao longo dos meridianos

Posição do plano de projeção

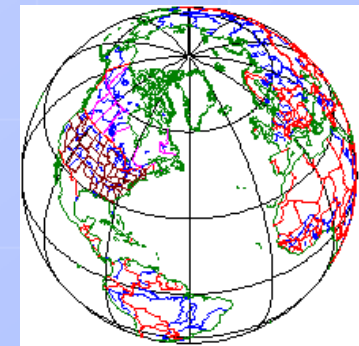
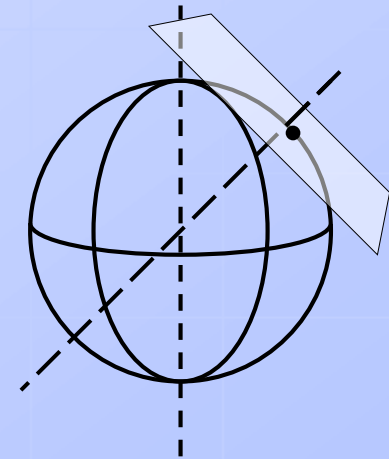
Polar



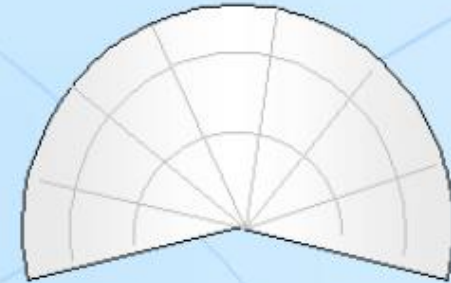
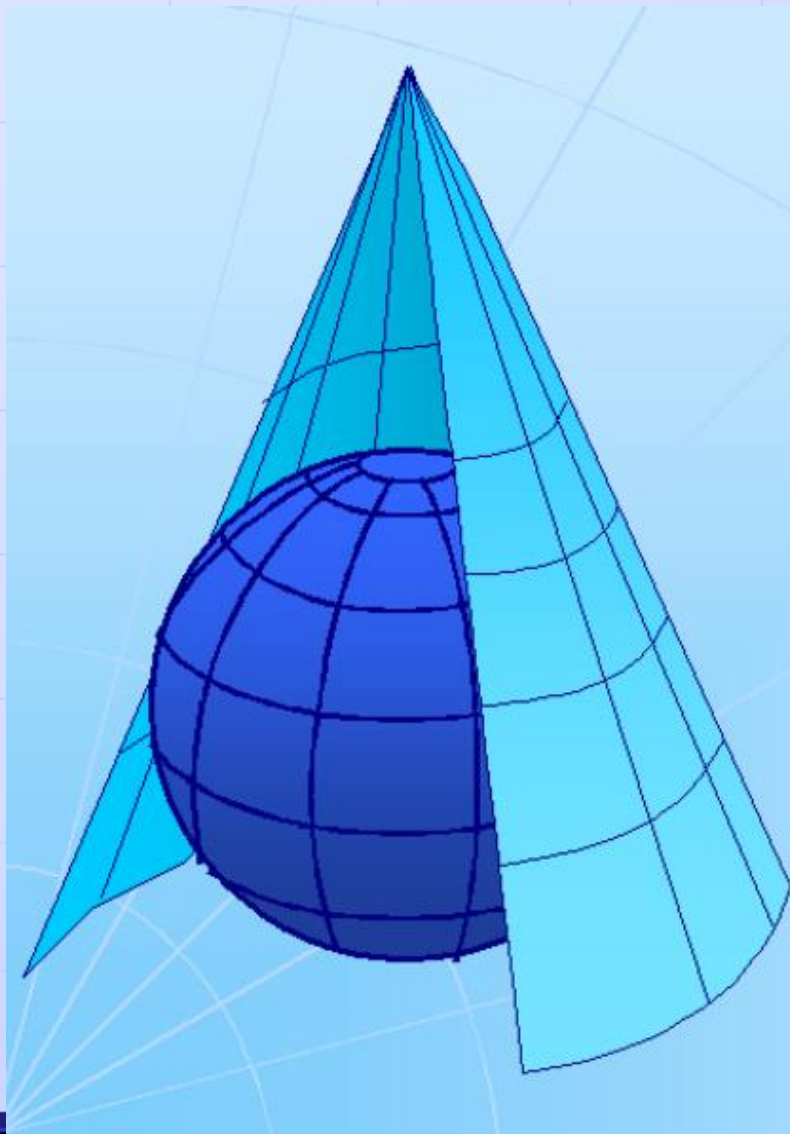
**Equatorial/
Meridional**



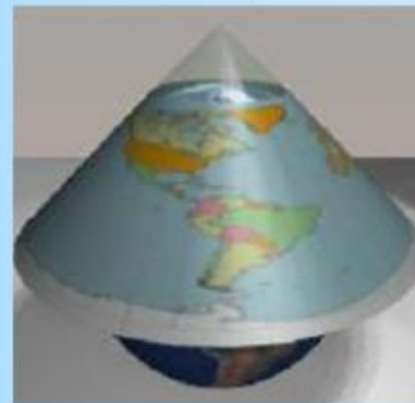
**Horizontal/
Oblíqua**



Projeções Cônicas

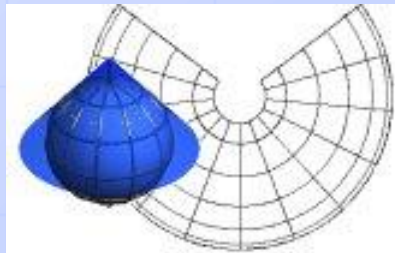
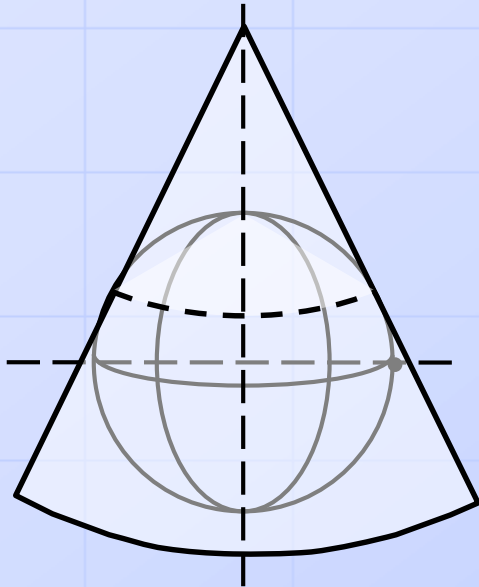


- Cone tangente ou secante (superfície planificável)
- Meridianos radiais
- Paralelos circulares

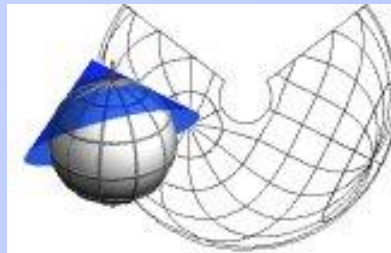
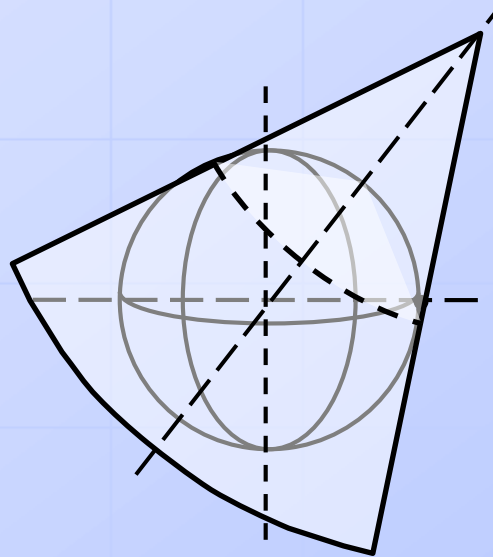


Projeções Cônicas - posição do eixo

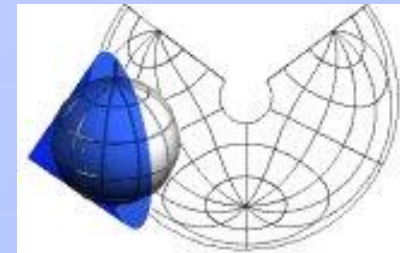
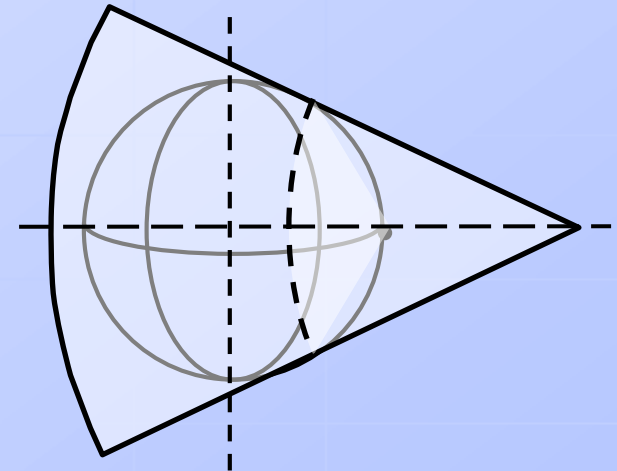
Normal/Polar



Oblíqua



Transversa



Projeção policônica e cônica com dois paralelos

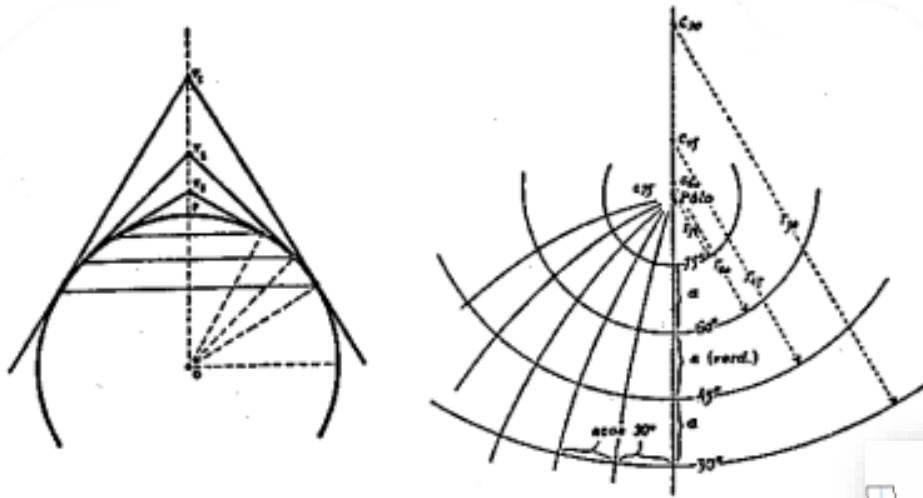
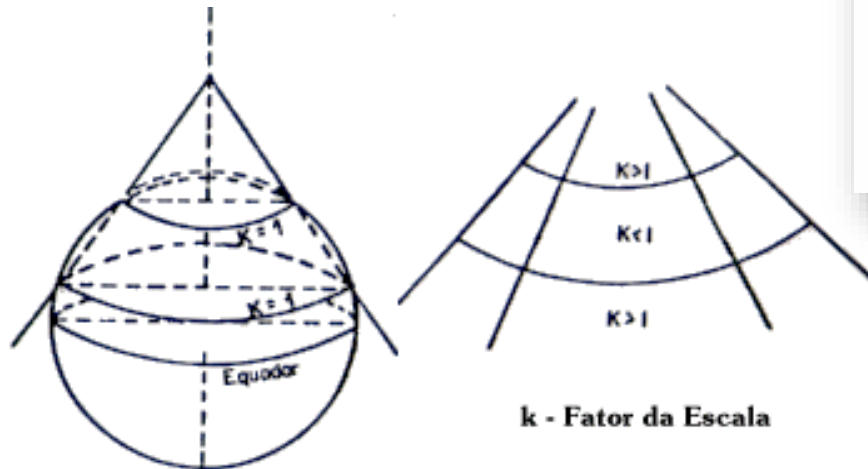
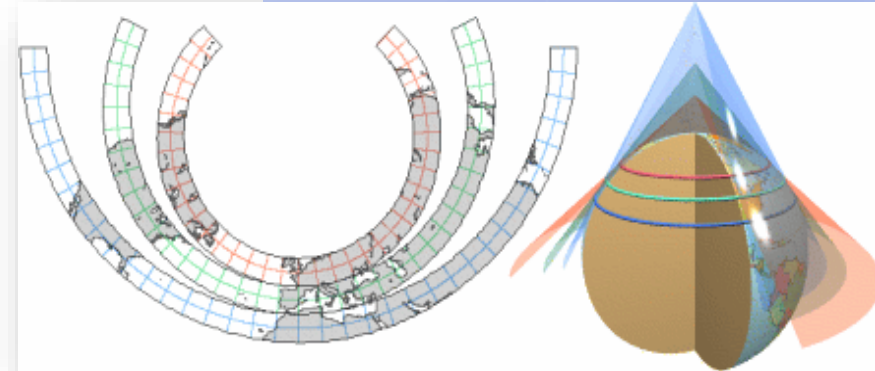


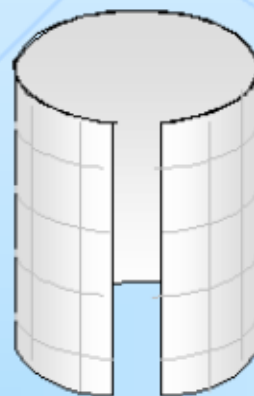
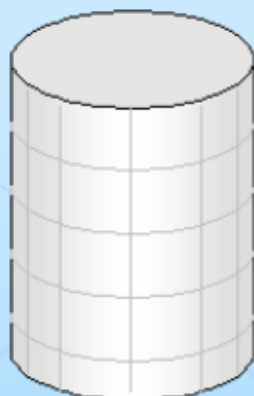
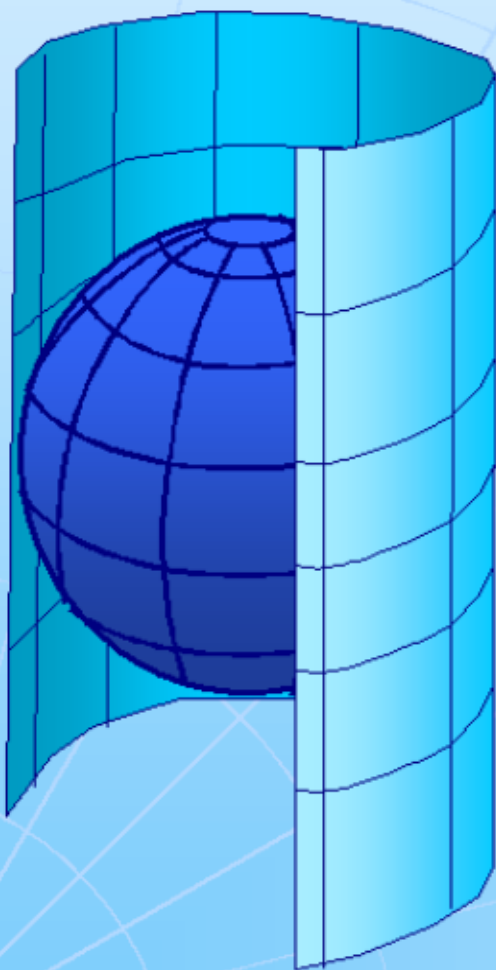
Figura 2.7 - Projeção Policônica



k - Fator da Escala

Figura 2.8 - Projeção Cônica Normal de Lambert (com dois paralelos-padrão)

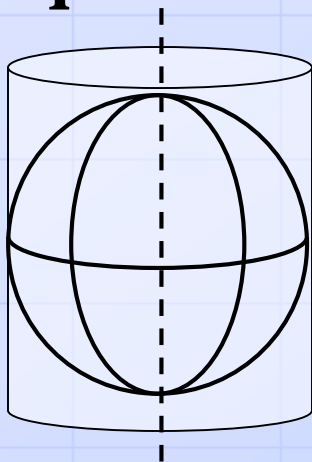
Projeções Cilíndricas



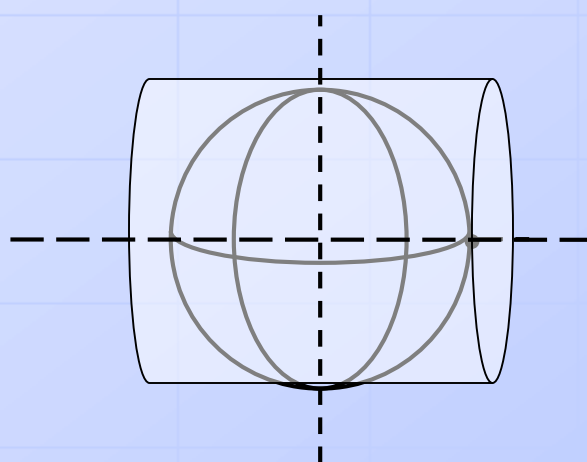
- cilindro envolvente (tangente ou secante);
- aumento progressivo das deformações à medida em que se afasta do círculo de contato cilindro-esfera/elipsóide;
- projeção mais utilizada em mapas-múndi.

Projeções Cilíndricas – posição do eixo

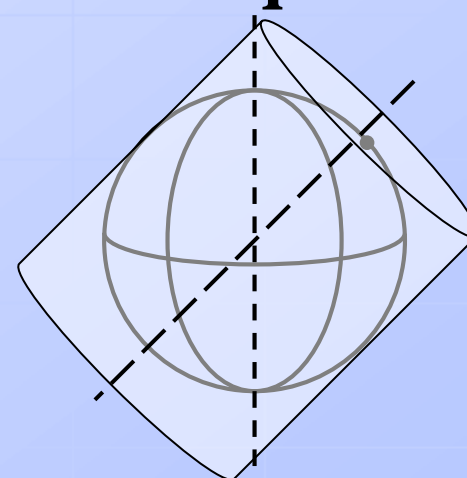
Equatorial



Transversa

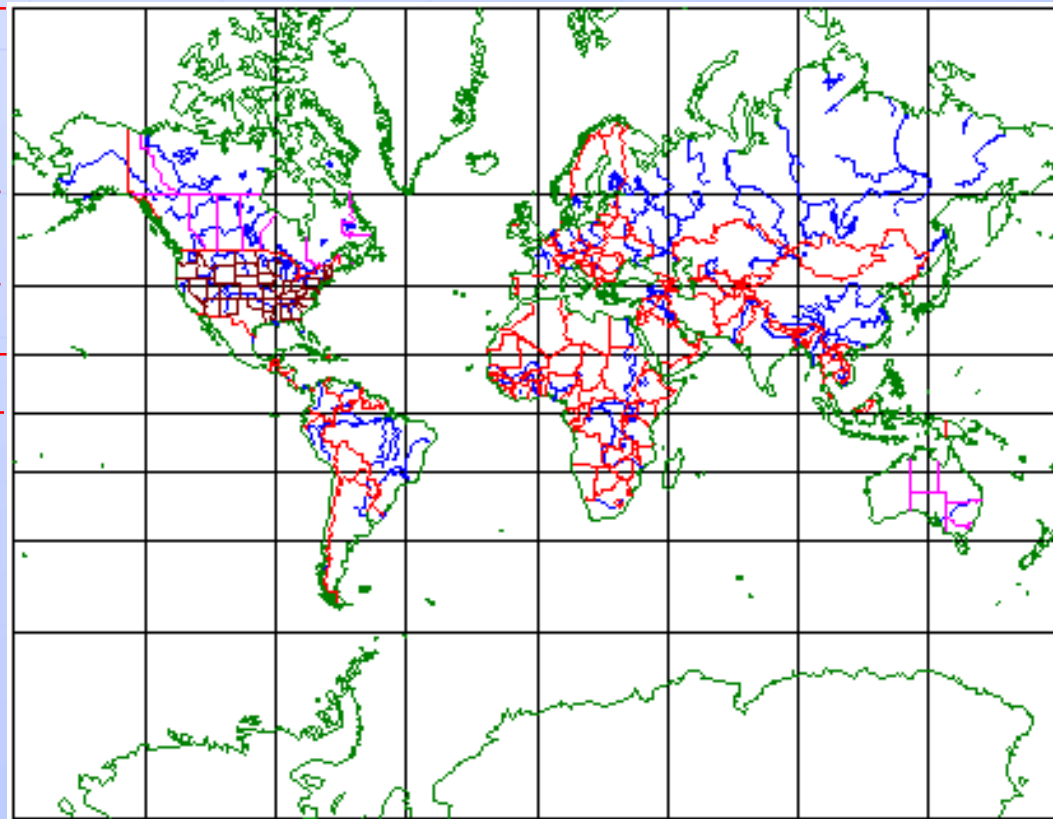
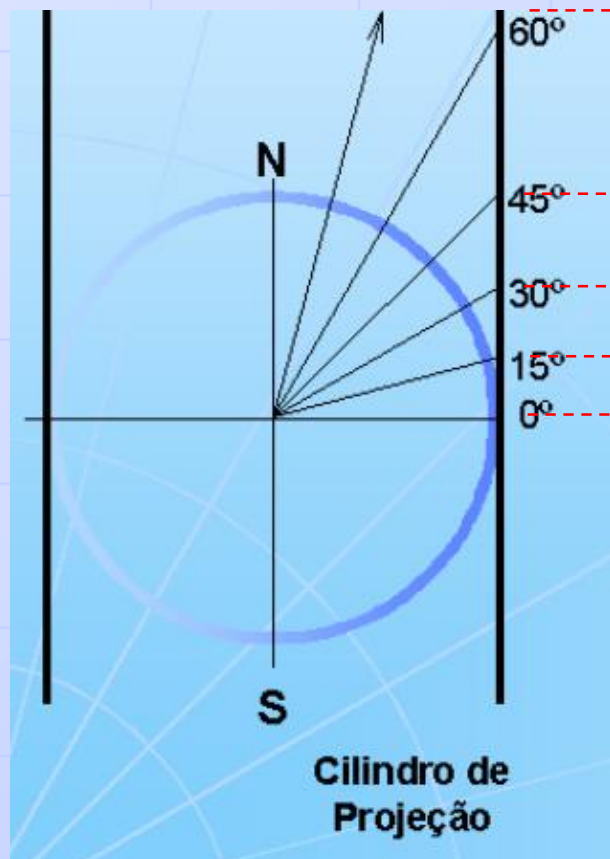


Oblíqua



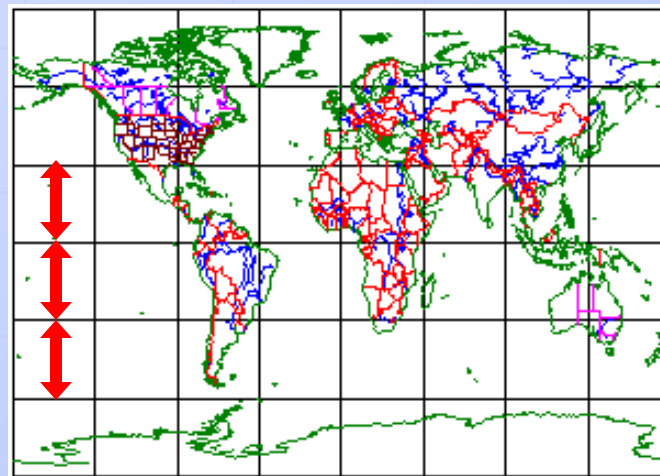
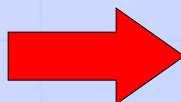
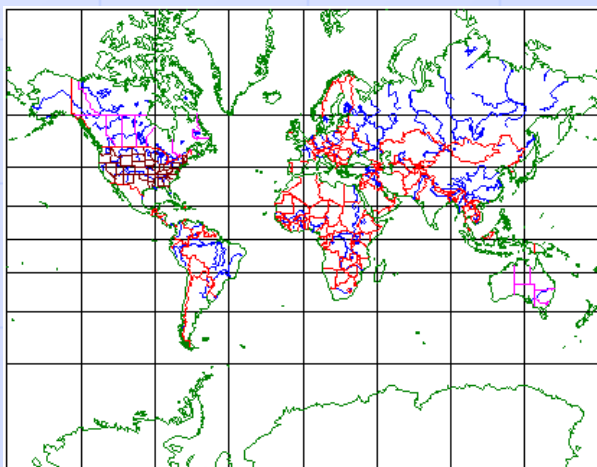
Deformações Progressivas

Assim como a função tangente $\tan(\alpha)$ tende ao infinito quando α se aproxima de 90° , as formas projetadas aumentam ilimitadamente na projeção cilíndrica.



Projeções Analíticas - exemplos

Exemplo 1

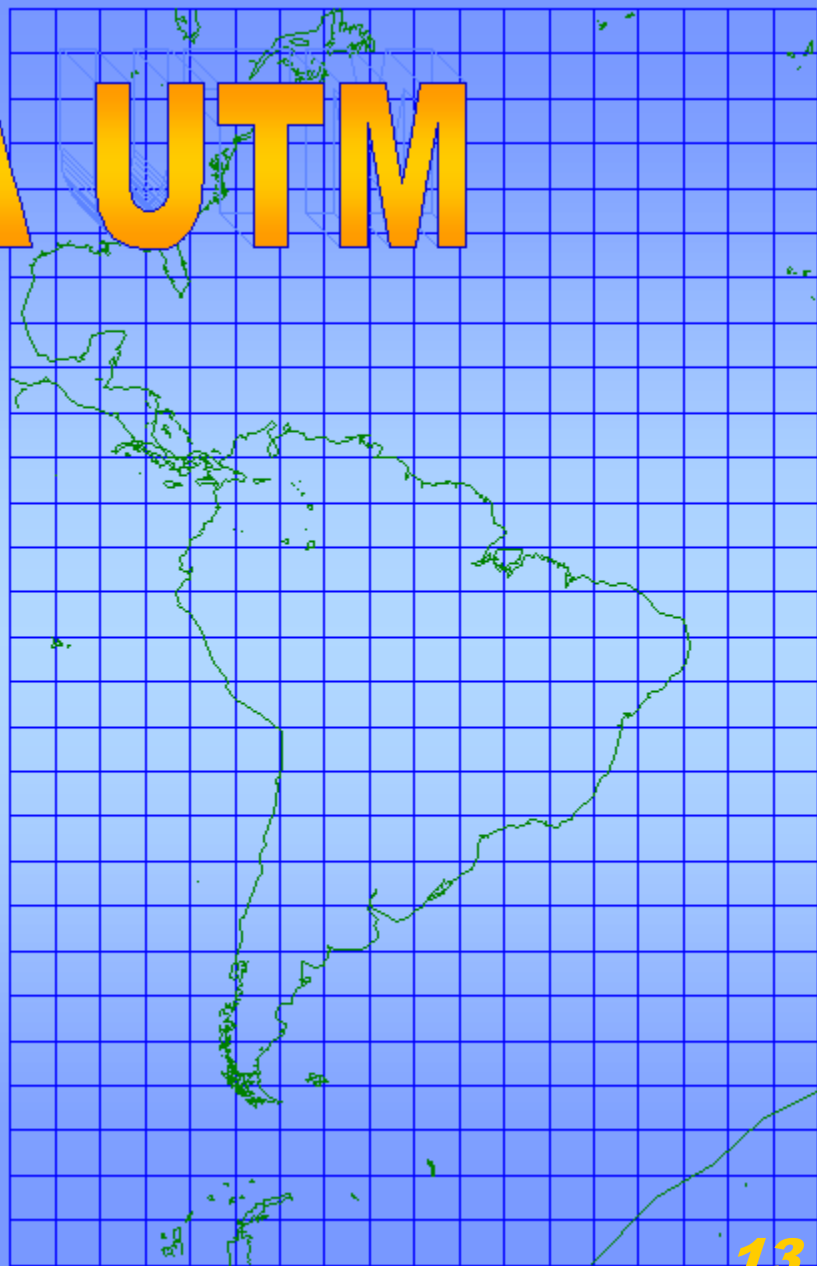
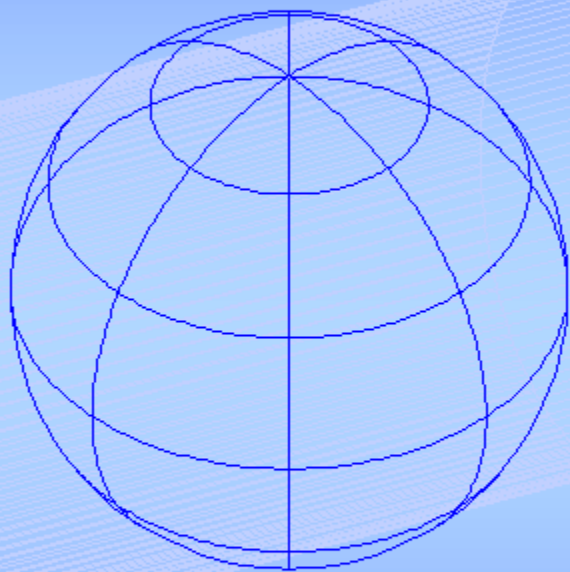


- Cilíndrica Geométrica:
* Projeção Cilíndrica, as deformações aumentam à medida em que a latitude aumenta

- Cilíndrica Analítica Equiretangular:
Projeção Cilíndrica, as deformações em latitude são compensadas de forma a manterem-se constantes.
- Carta Plana Quadrada, Plate Carée

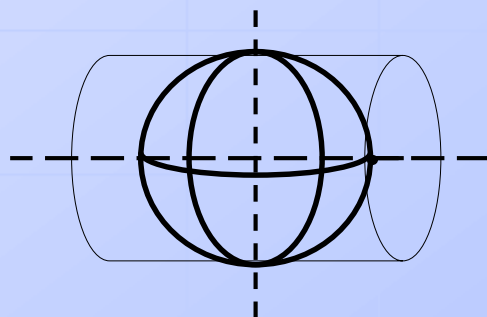
PTR5003

SISTEMA UTM



O que é a Projeção UTM?

- É a projeção **Universal Transversa de Mercator**.
- Assim como a Projeção de Mercator, é uma projeção cilíndrica. Uma projeção **transversa** é aquela onde o eixo do cilindro está no plano do equador.

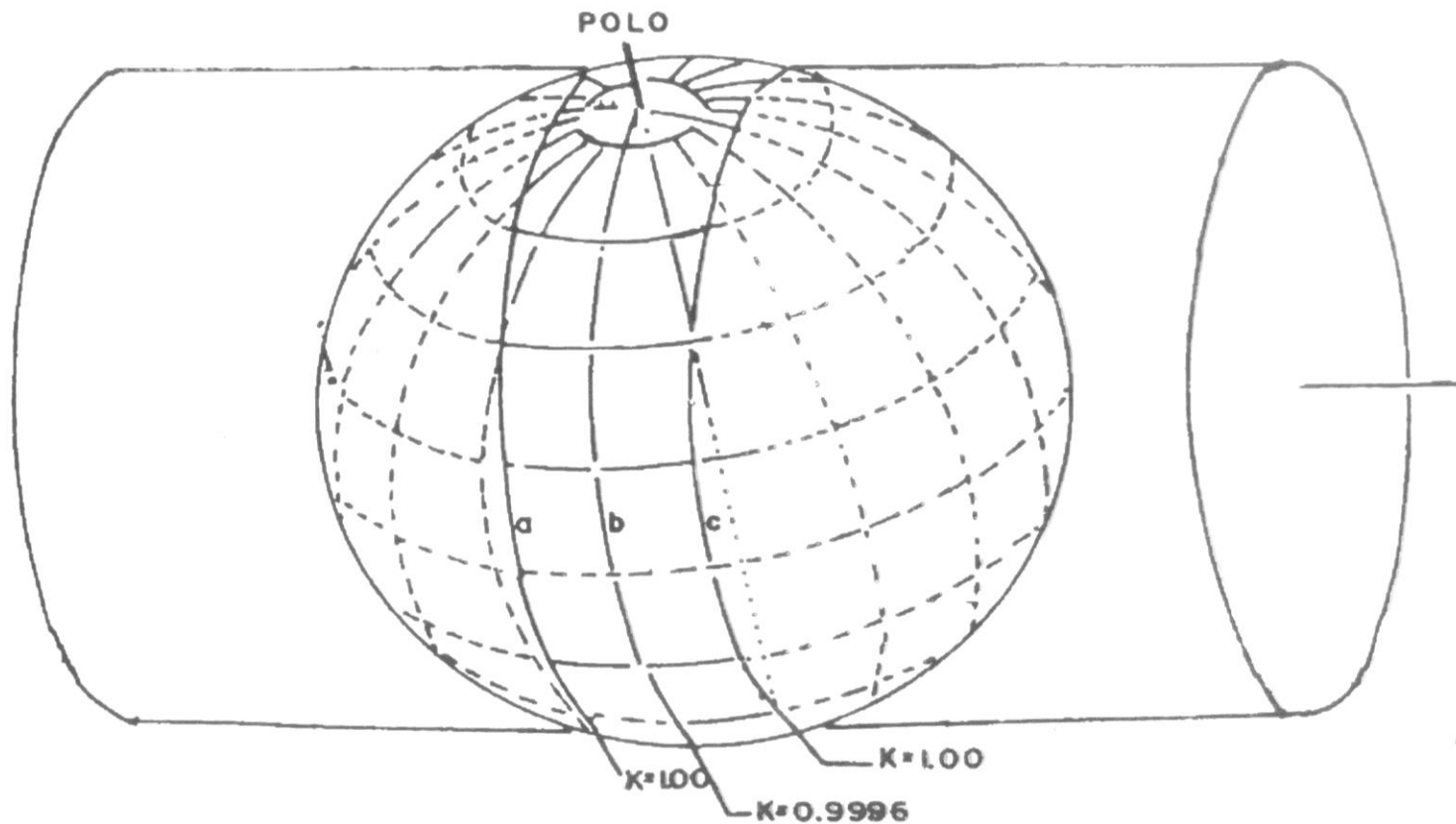


- É um sistema universal, isto é, utilizado internacionalmente para representação da superfície da Terra.

Qual a característica da Projeção UTM?

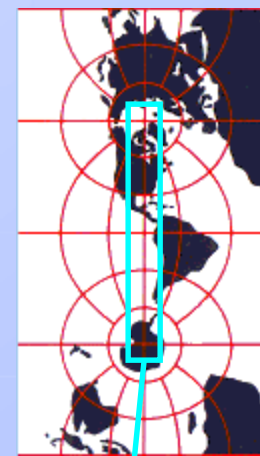
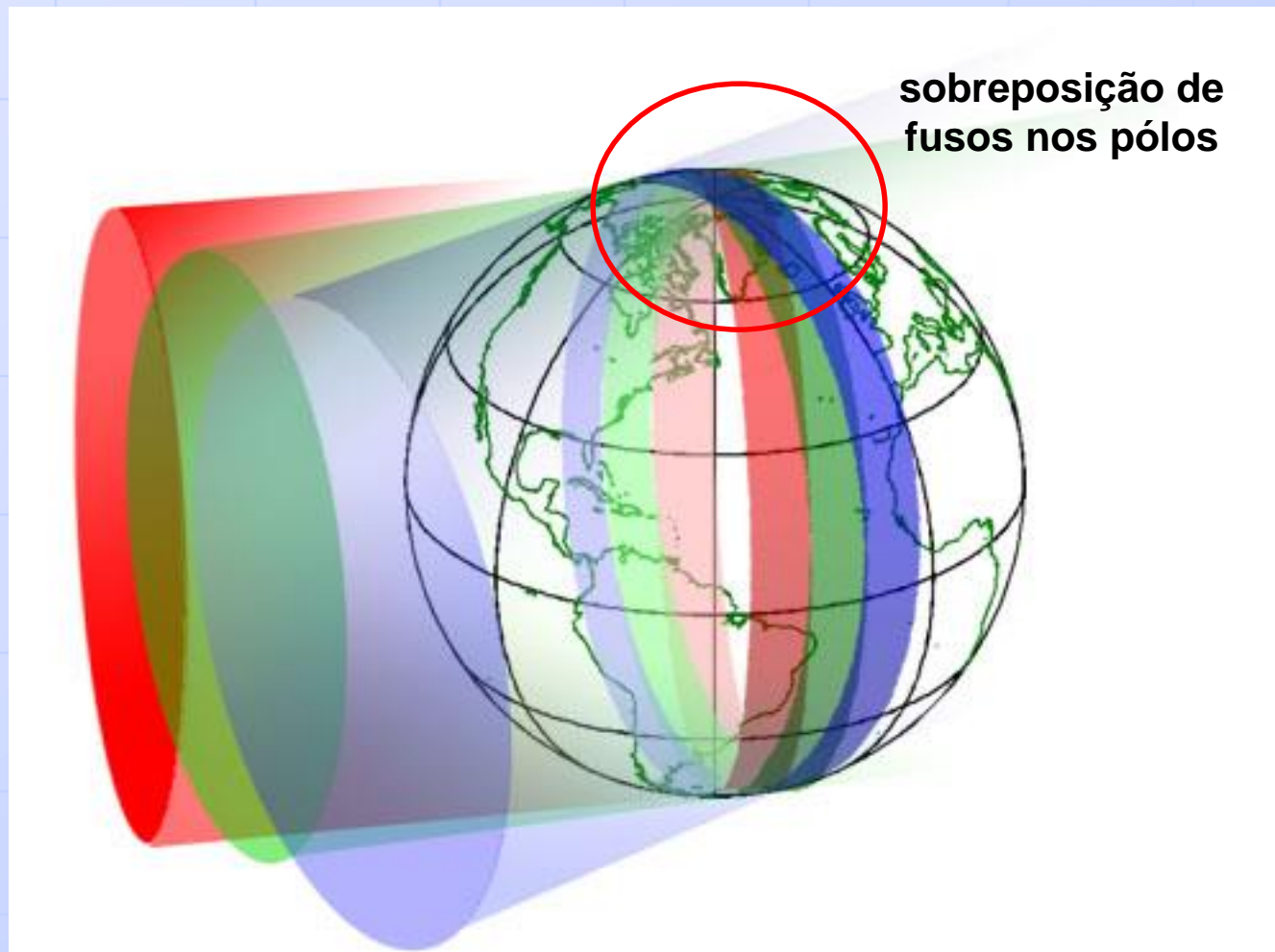
- A projeção UTM é uma *projeção analítica* que tem como objetivo minimizar todas as deformações de um mapa a níveis toleráveis, representando-os em um **sistema ortogonal**.
- A *projeção cilíndrica* tem distorção mínima na área próxima ao círculo de tangência/secância.
- A projeção UTM estende esta precisão ao longo da superfície da Terra, combinando diversas posições do *cilindro de projeção*.

Esquema da Projeção UTM



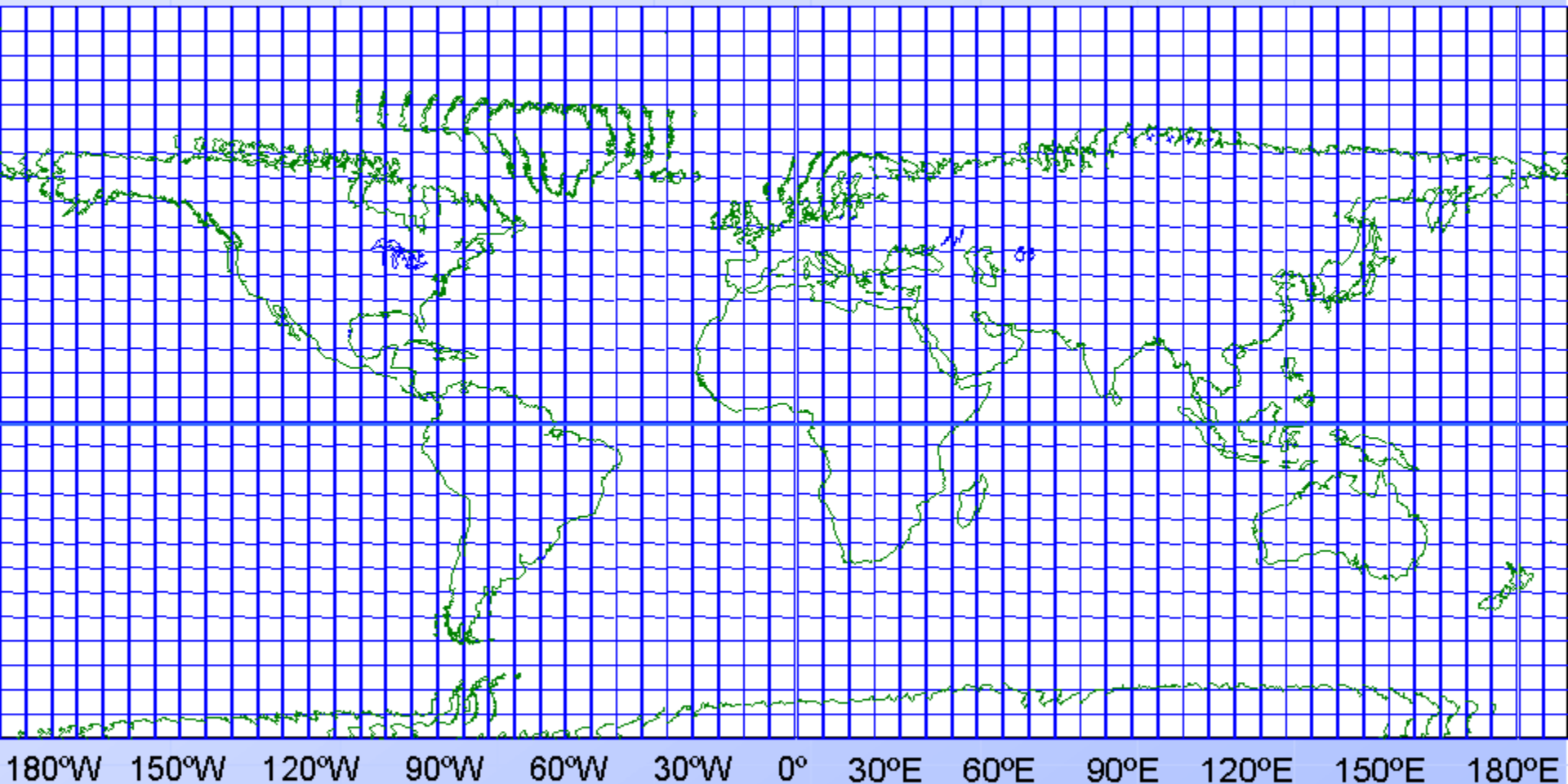
a, c — LINHAS DE SECÂNCIA
b — MERIDIANO CENTRAL

Esquema da Projeção UTM



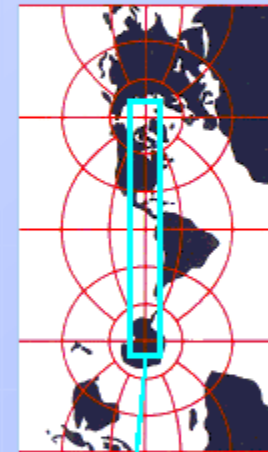
Fuso central da
Projeção
Transversa

os 60 fusos da projeção UTM



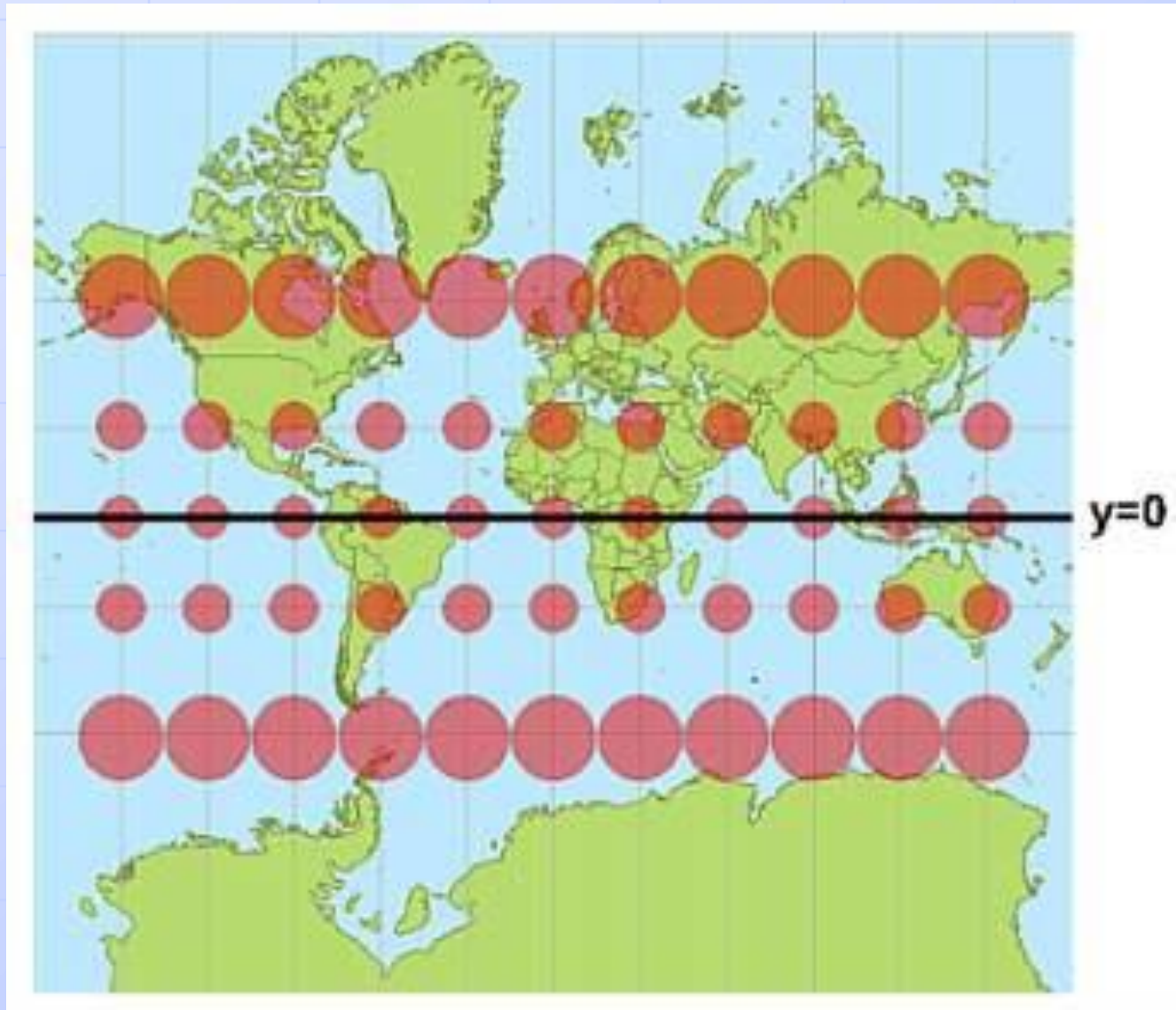
Cada fuso desenvolvido é um segmento da projeção transversa centrada no respectivo meridiano.

A sobreposição de fusos nos pólos faz com que os contornos continentais se repitam



Fuso central da
Projeção
Transversa

Representação das deformações



Qual a importância do Estudo da Projeção UTM para a Engenharia?

- Em projetos de Engenharia, é fundamental que se adote um sistema de coordenadas ortogonal.



Qual a importância do Estudo da Projeção UTM para a Engenharia?

- Quando realizamos levantamentos topográficos (pequena porção da superfície da Terra), usamos sistemas de coordenadas ortogonais.
- No caso de um levantamento cartográfico (distâncias superiores a 25 km), por exemplo, grandes cidades, municípios, é impossível utilizar um sistema ortogonal sem distorção, devido à curvatura da superfície da Terra.
- A projeção UTM permite abranger uma área extensa em um sistema ortogonal com significativo controle de distorções.

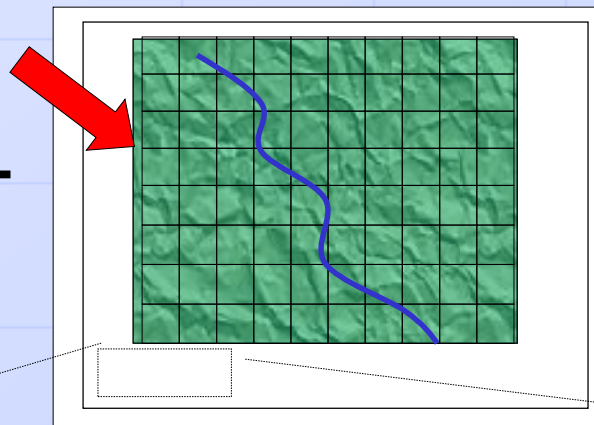
Qual a importância do Estudo do Sistema UTM para a Engenharia?

- Por suas características particulares, é a que mais se emprega em mapeamento, em trabalhos científicos, no planejamento, no projeto básico e no projeto executivo de um empreendimento de Engenharia.
- Atualmente, a falta de familiaridade dos engenheiros com o sistema têm prejudicado o andamento de muitos projetos.

Legenda de uma carta em UTM

“GRID”

ORTOGONAL



Você sabe interpretar essas informações?

PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

Datum vertical: Imbituba – SC

Datum horizontal: SAD-69

Origem das coordenadas do UTM: equador e meridiano central do fuso

Meridiano Central: -45° .

Convergência meridiana do centro da folha: $53'50''$

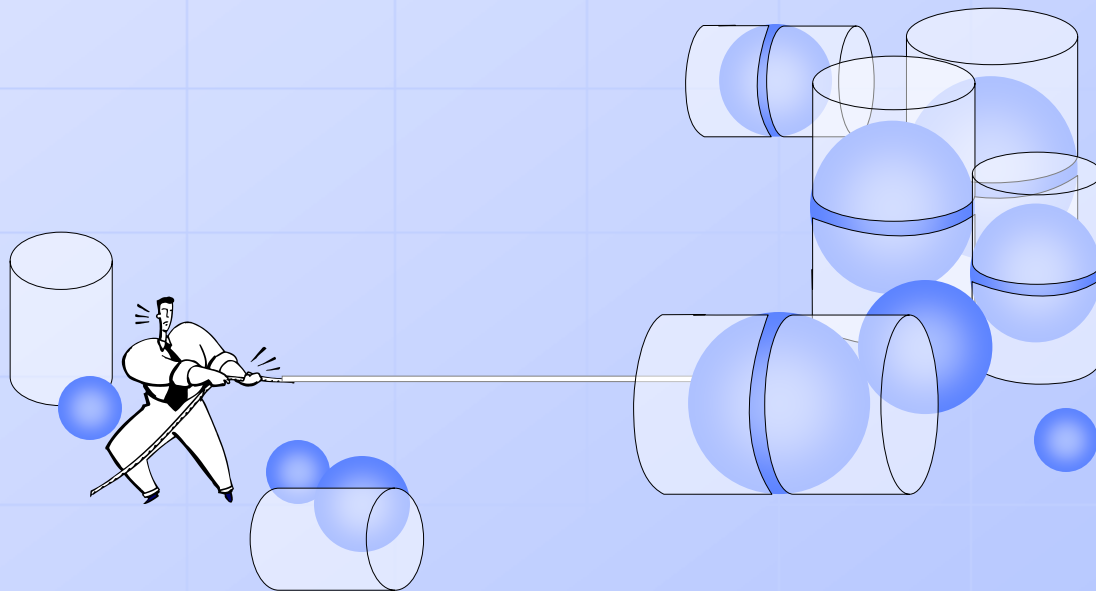
Fator escala: 0,9996

Projeção UTM: Breve Histórico

- Mercator foi o introdutor das projeções cilíndricas, e um dos pioneiros na confecção de Mapas de Navegação e Atlas.



Gerardus Mercator (1512 – 1594)



Projeção UTM: Breve Histórico

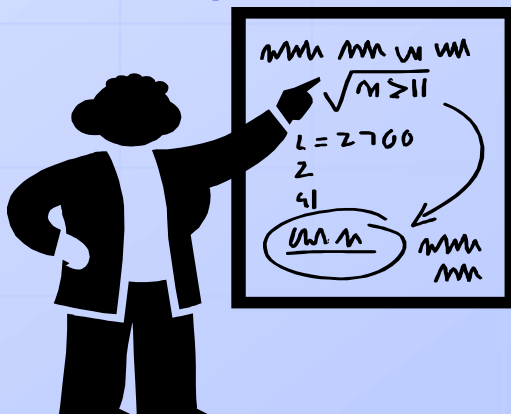
- J. H. Lambert, notável pelo desenvolvimento das projeções cônicas conformes, desenvolveu matematicamente o Sistema Universal Transverso de Mercator como se conhece atualmente.
- Este sistema foi utilizado sob a denominação de *Projeção de Gauss* desde 1866, quando foi feito o cálculo da triangulação de Hanover (Alemanha).



J. H. Lambert (1728-1777)

Projeção UTM: Breve Histórico

- Em 1912 surge o sistema Gauss-Kruger, em que os cálculos são logarítmicos e necessitam da obtenção de outros termos através de tabelas complexas.
- Entre as duas grandes guerras mundiais diversos países da Europa e a ex-URSS adotaram essa projeção para a confecção de seus mapas militares.

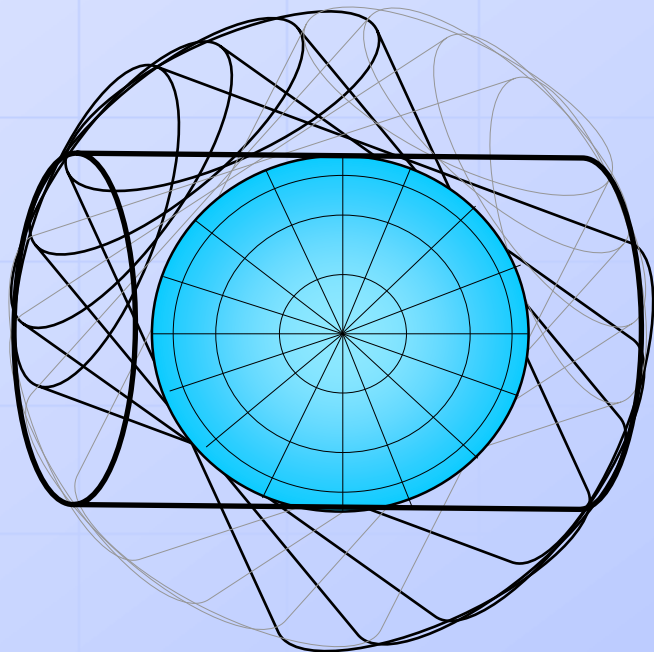


Projeção UTM: Breve Histórico

- O sistema em sua forma atual surgiu em 1947, em cartas militares do exército norte-americano.
- Em 1950, os EUA propuseram uma combinação para abranger a totalidade das longitudes, e o sistema, anteriormente chamado de Mercator-Gauss, recebeu a denominação atual: Sistema de Projeção Universal Transverso de Mercator (UTM).

Especificações da Projeção UTM

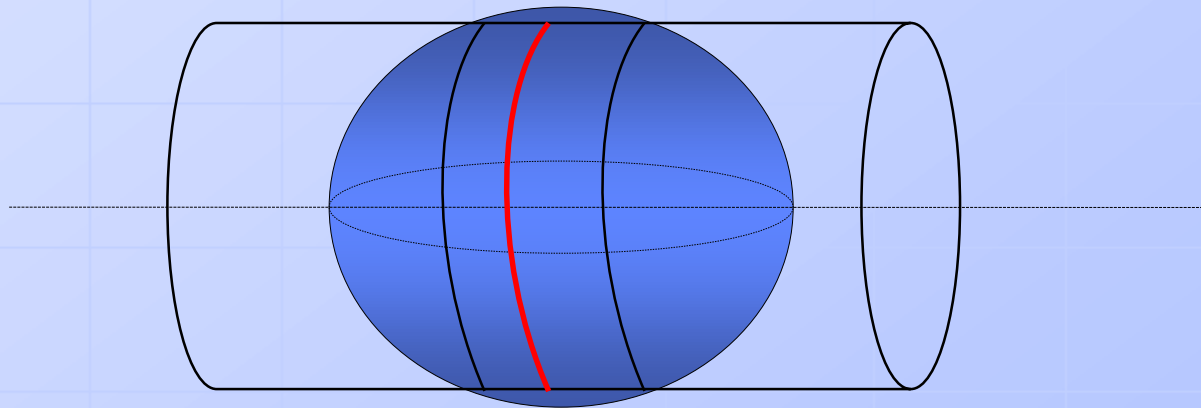
- O sistema proposto prevê a adoção de 60 cilindros de eixo transverso, obtidos através da rotação do mesmo no plano do equador, de maneira que cada um cubra a longitude de 6° , a partir do anti-meridiano (180°) de Greenwich.



Cada fuso de 6° do Elipsóide terrestre corresponde a um dos 60 cilindros.

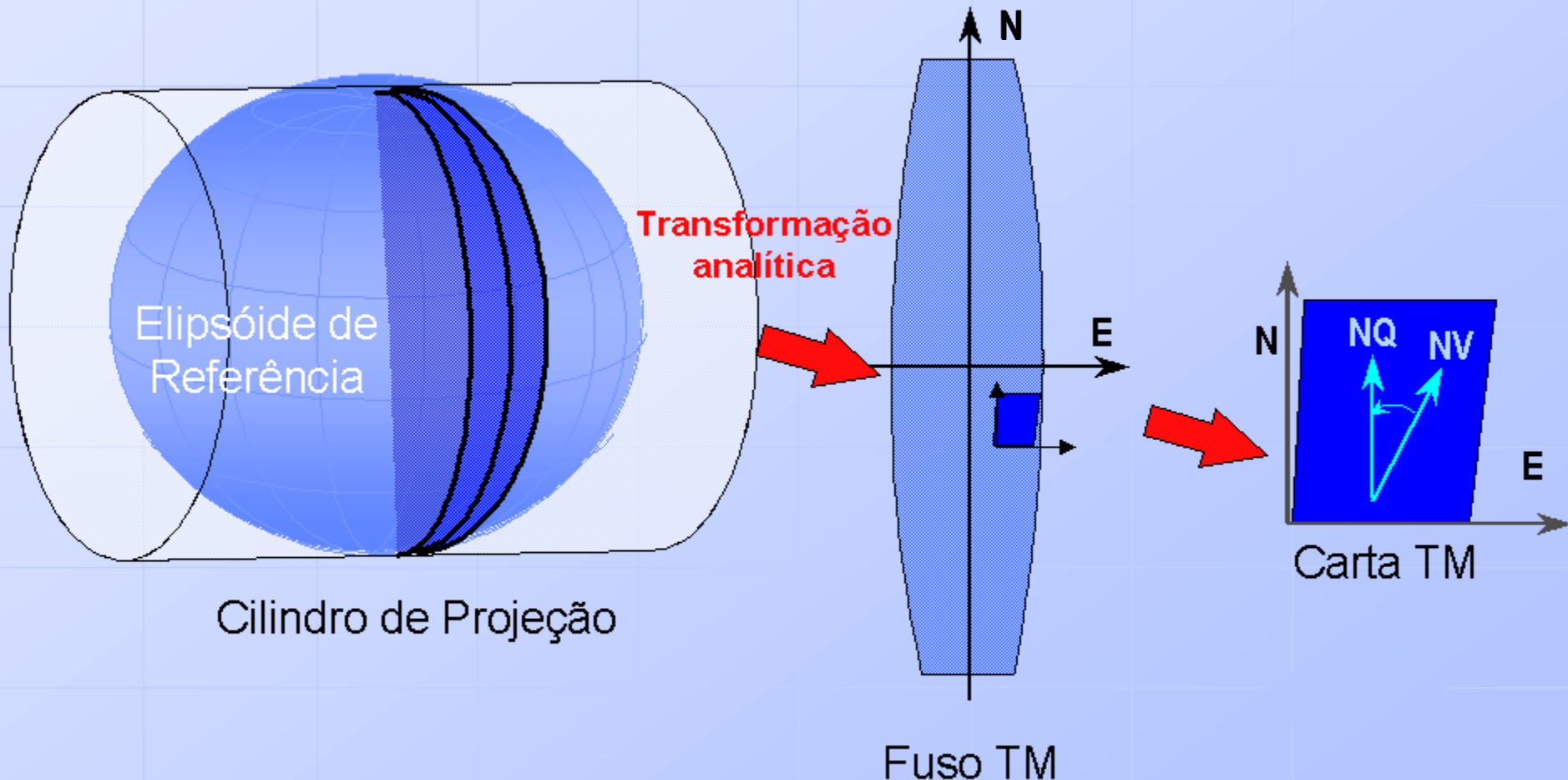
Especificações da Projeção UTM

- Projeção cilíndrica secante, conforme (conserva os ângulos), de acordo com os princípios de Mercator-Gauss, com uma rotação de 90° do eixo do cilindro, de maneira a ficar contido no plano do equador.



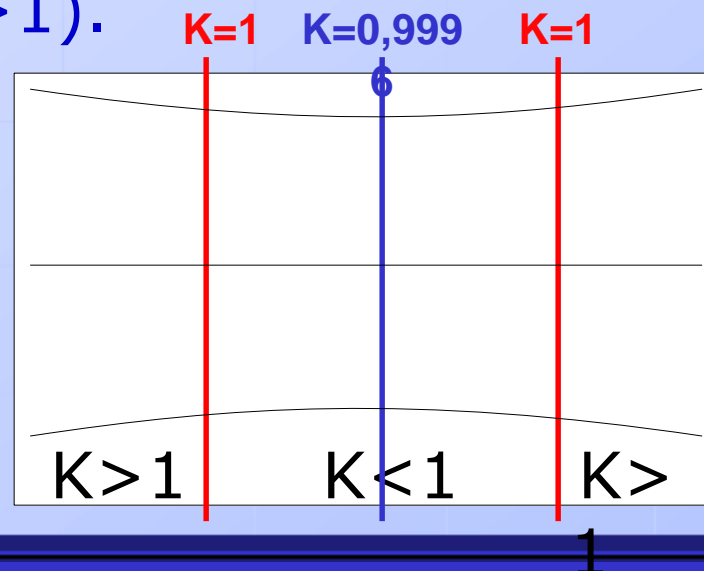
- Adota-se um elipsóide de referência para representar a Terra.

Esquema da Projeção UTM



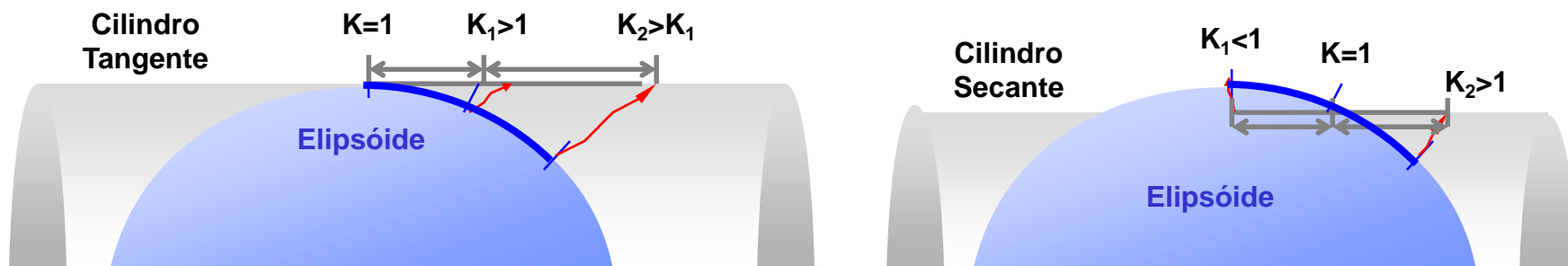
Fator de redução de Escala Ko

- $K_o = 1 - 1/2500 = 0,9996$
 - Deformação nula ($K = 1$) nos meridianos de secância;
 - Redução entre os meridianos de secância ($K < 1$);
 - Ampliação na área exterior aos meridianos de secância ($K > 1$).



A precisão da Projeção UTM

- Por que a projeção UTM é *secante*?



Cilindro tangente:

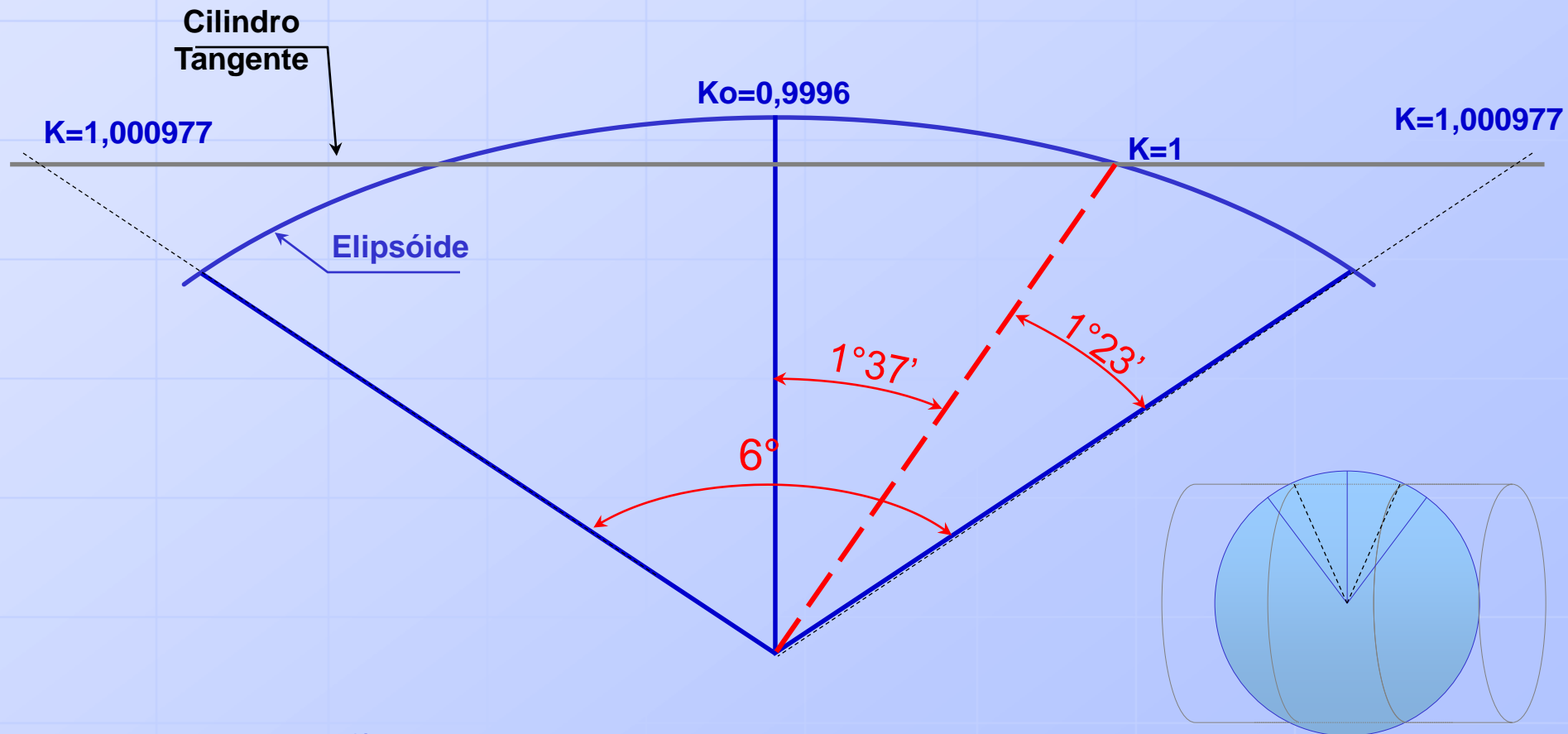
fator K aumenta na medida em que se afasta do ponto de tangência.

Cilindro secante:

considerando o mesmo arco na superfície do elipsóide, temos valores de K maiores e menores que 1.

fator K tem margem de aumento menor.

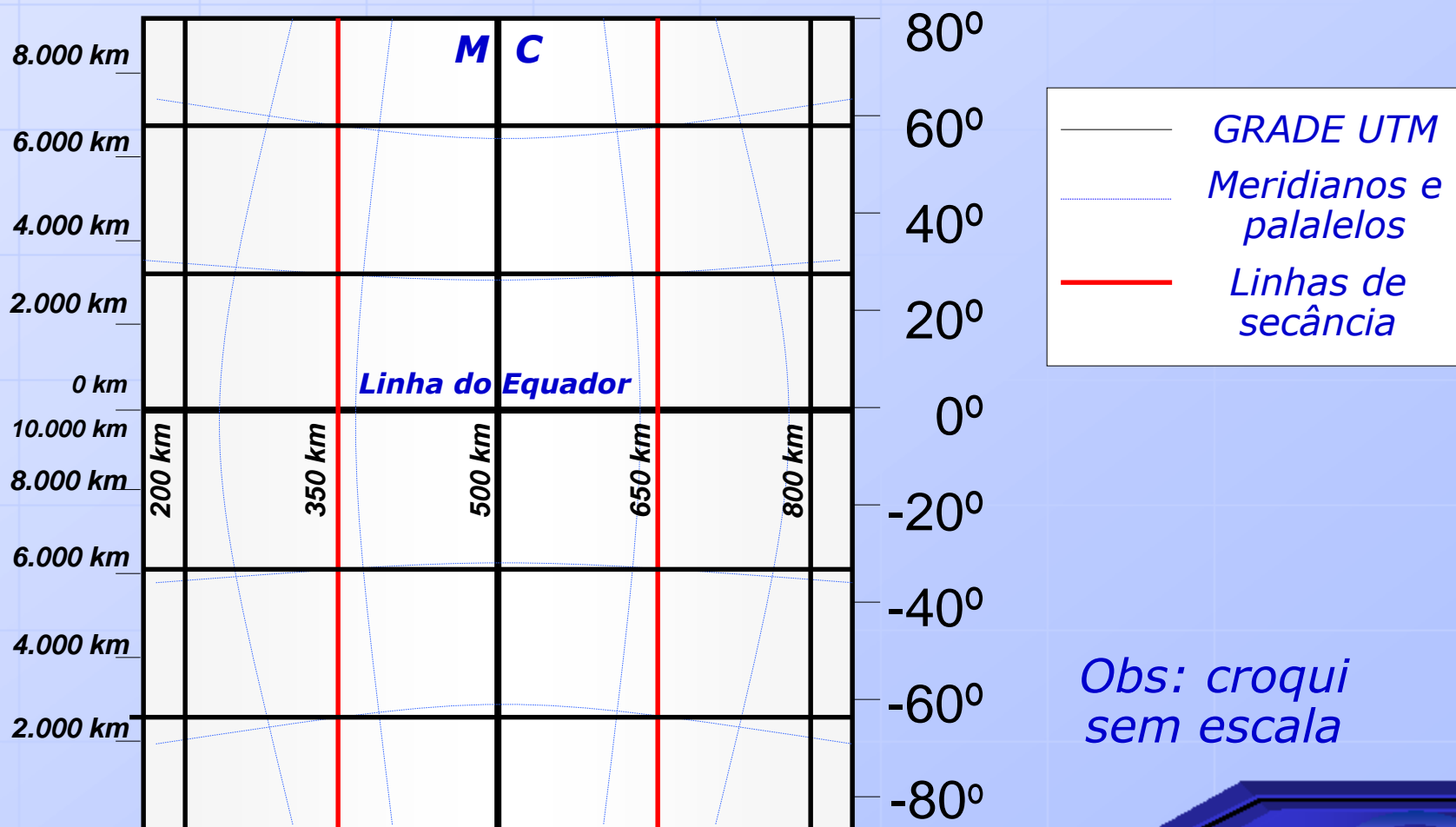
Fator de redução de Escala Ko



Características da Universal Transversa de Mercator

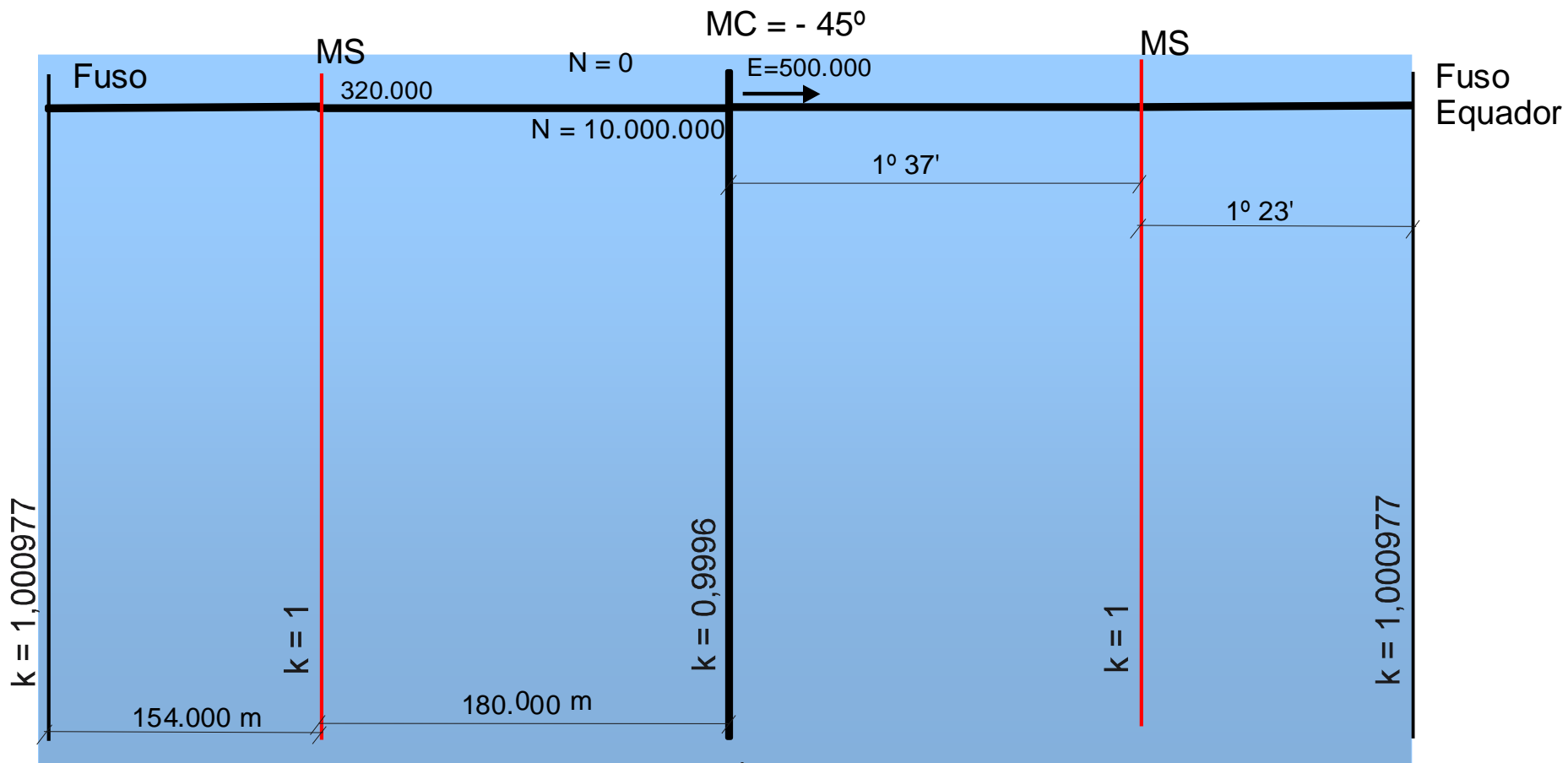
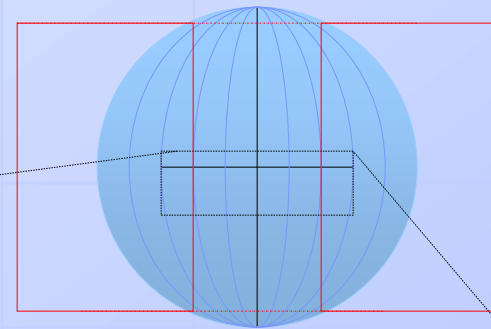
- A projeção UTM é limitada em latitude (de 80° N a 84° S);
- Meridianos Centrais: Múltiplos de 6° ;
- Origem das coordenadas plano-retangulares:
 - Na interseção do Plano do Equador com o meridiano central (MC) do fuso
 - $N = 0$ m para o Hemisfério Norte
 - $N = 10.000.000$ m para o Hemisfério Sul
 - $E = 500.000$ m

Características da Universal Transversa de Mercator



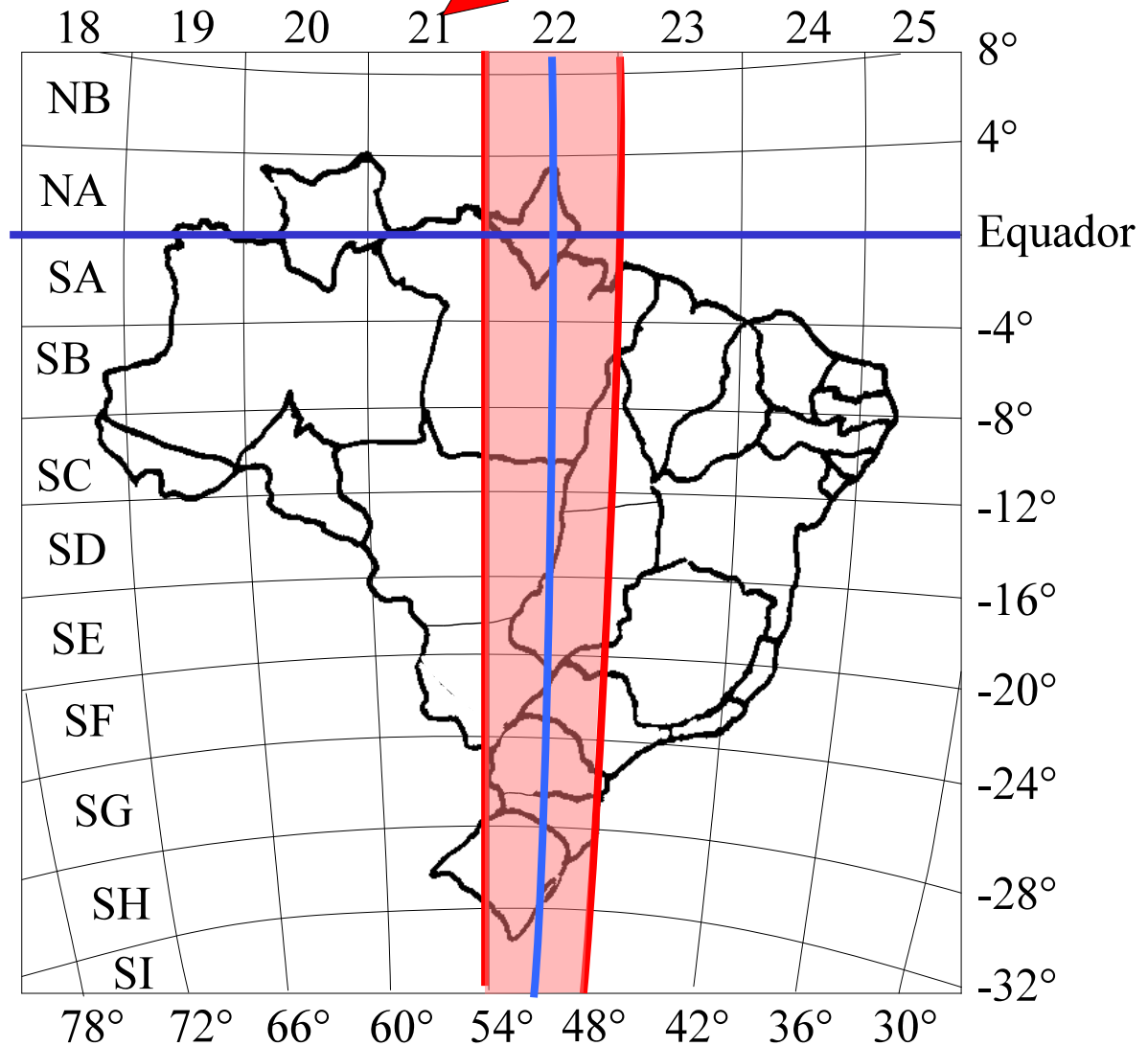
Obs: croqui sem escala

Características da UTM



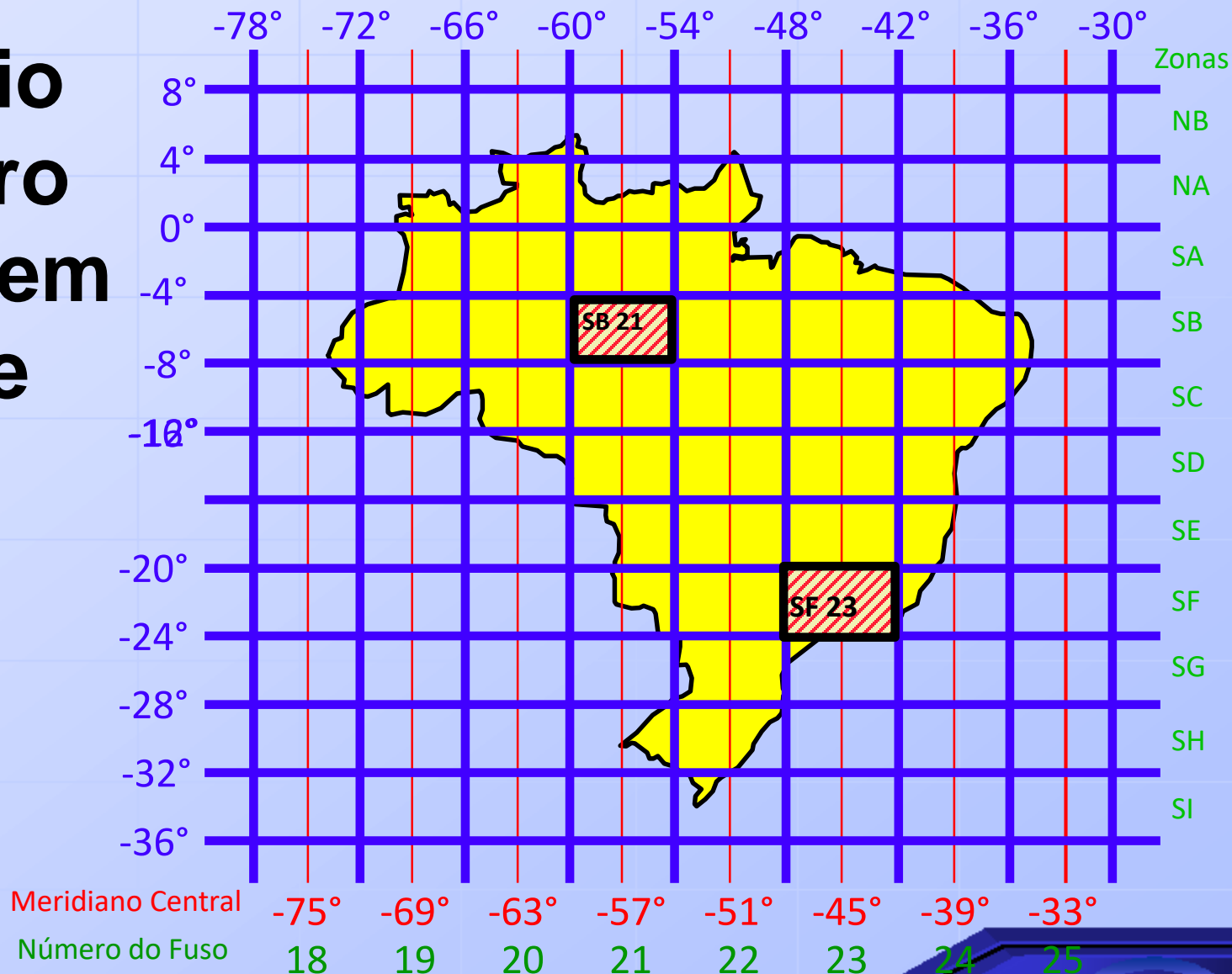
Território brasileiro dividido em fusos do Sistema UTM

- Meridiano Central: -51° a Oeste de Greenwich



Território brasileiro dividido em fusos e zonas

- SF 23: região da Cidade de São Paulo



Fonte: Adaptado de Ferreira, 1997

Superfícies a serem consideradas

Superfície Física

Materializada por levantamentos topográficos, aerofotogrametria e GPS

Geóide

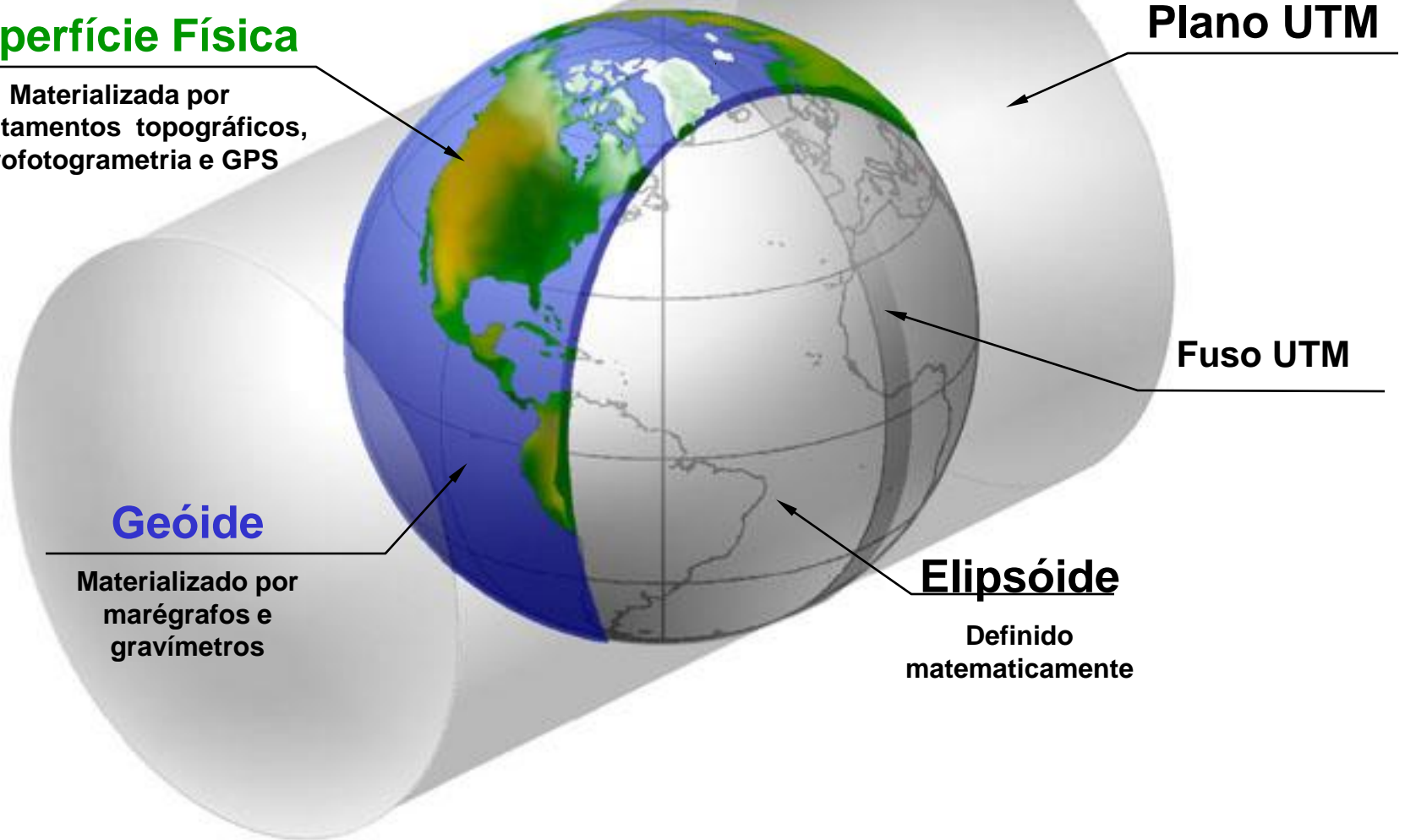
Materializado por marégrafos e gravímetros

Elipsóide

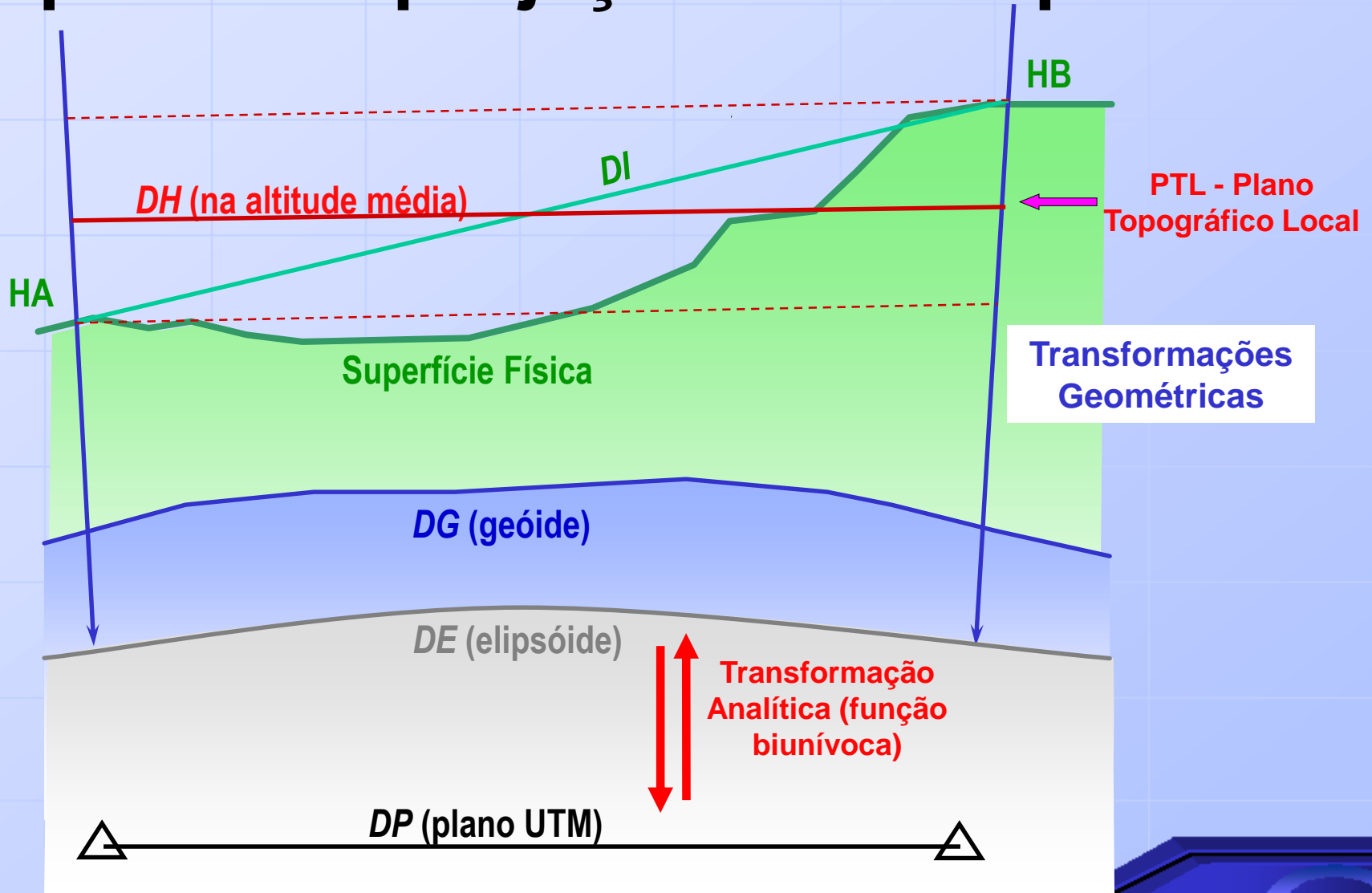
Definido matematicamente

Plano UTM

Fuso UTM



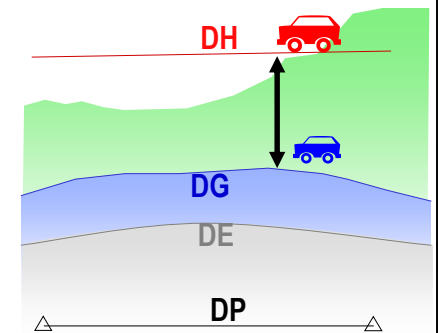
Esquema de projeção entre superfícies



Cálculo da distância sobre a Superfície de Raio Médio (\approx geóide)

Transformação
Geométrica

$$DG = DH - \frac{DH \cdot \Delta H}{R} + \frac{DH \cdot \Delta H^2}{R^2}$$



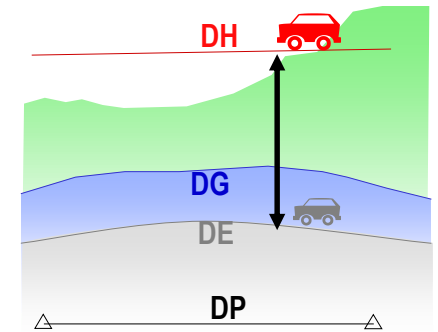
Onde:

- DG = distância sobre a superfície de raio médio (geóide)
- DH = distância horizontal (na altitude média)
- ΔH = altitude média
- R = raio médio terrestre ($\approx 6.378.000$ m)

Cálculo da distância sobre o Elipsóide

Transformação
Geométrica

$$DE = DG + \frac{DG^3}{24.R^2}$$



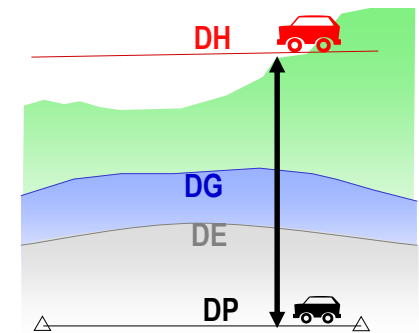
Onde:

- DE = distância sobre o elipsóide
- DG = distância sobre a superfície de raio médio (geóide)
- R = raio médio terrestre ($\approx 6.378.000$ m)

Cálculo da distância sobre o plano UTM

Transformação
Analítica

$$DP = K.DE$$

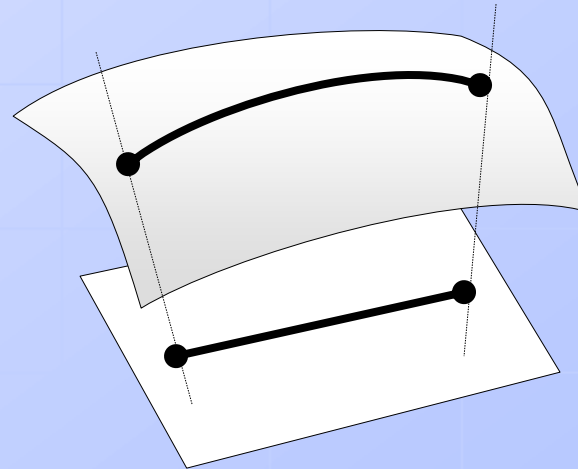


Onde:

- DP = distância sobre o plano UTM
- DE = distância sobre elipsóide
- K = fator de escala na região considerada (UTM)

Distorção Linear

$$k = \frac{k_0}{\sqrt{1 - [\cos\varphi_m \text{sen}(\lambda_m - \lambda_0)]^2}}$$

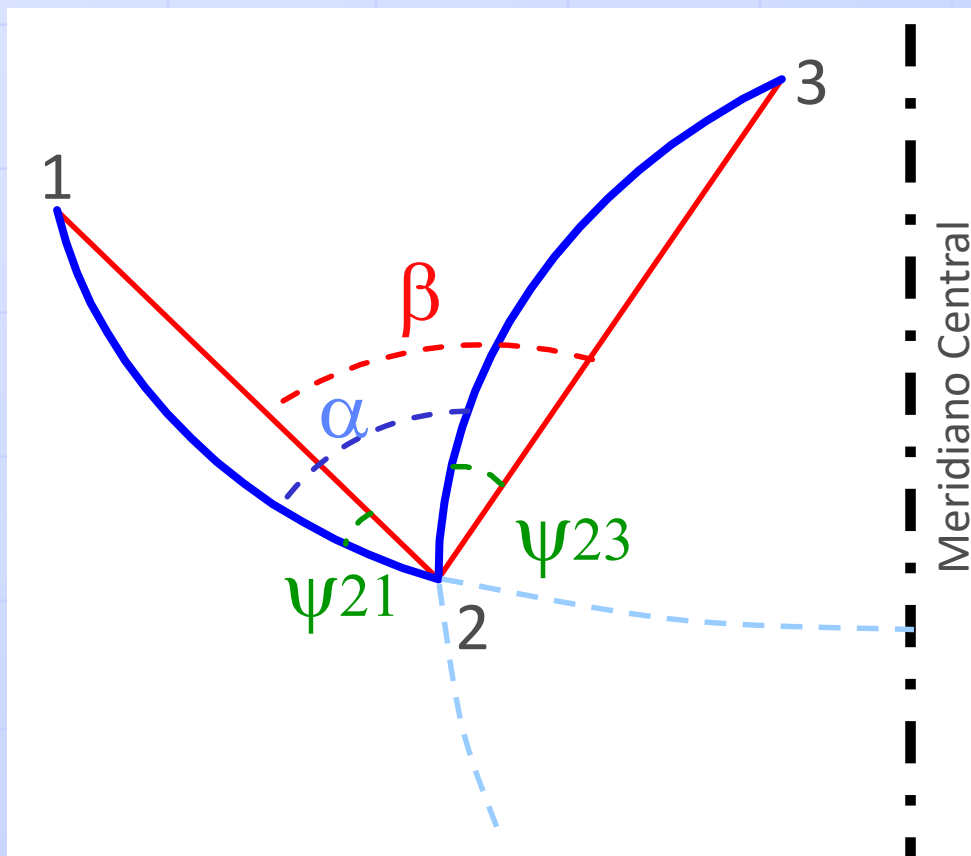


Onde:

- $K_0 = 0,9996$ (Fator de escala no meridiano central)
- K = Fator de escala no ponto de interesse
- φ_m, λ_m = Latitude e Longitude Médias do Segmento
- λ_0 = Longitude do Meridiano Central

Distorção Angular

Diferença entre o ângulo projetado β e o ângulo geodésico α :



Transformadas entre o plano UTM e o elipsóide

$$\alpha = \beta + \psi_{21} - \psi_{23}$$

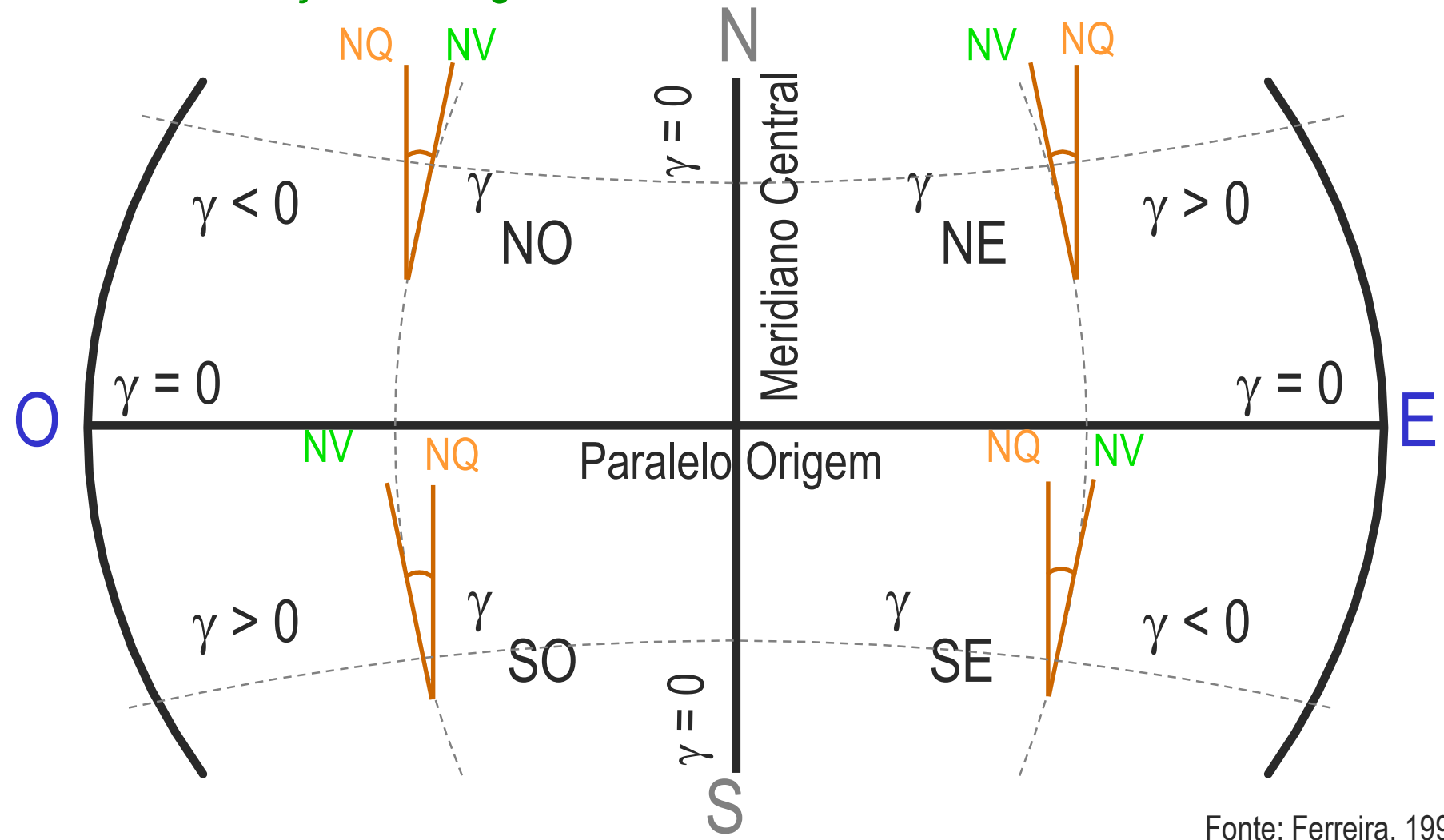
$$\beta = \alpha + \psi_{23} - \psi_{21}$$

Fonte: Ferreira, 1997

Diferença entre o Norte de Quadrícula - NQ - e o Norte Verdadeiro – NV (ou, Norte Geodésico – NG).

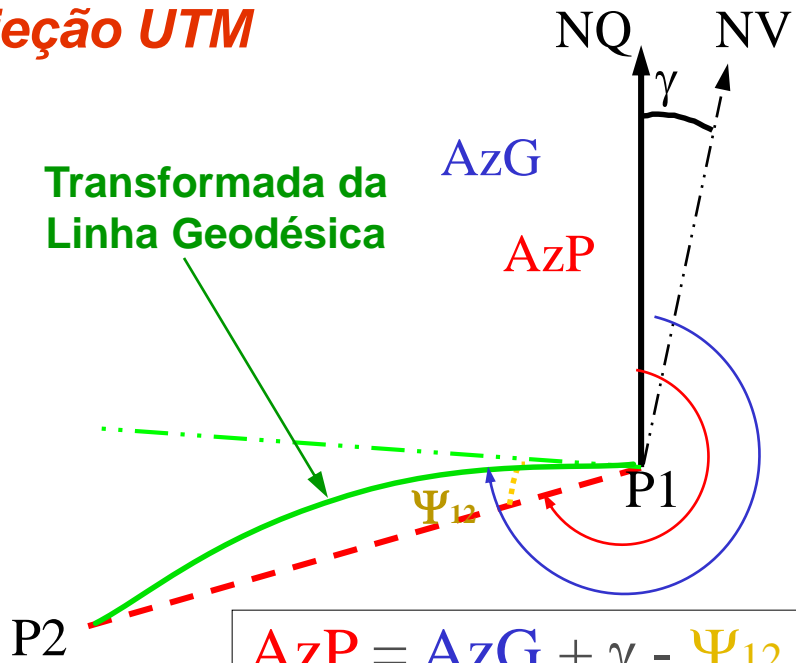
NQ - paralelo à direção das ordenadas do quadriculado

NV ou NG - direção da tangente à transformada do meridiano



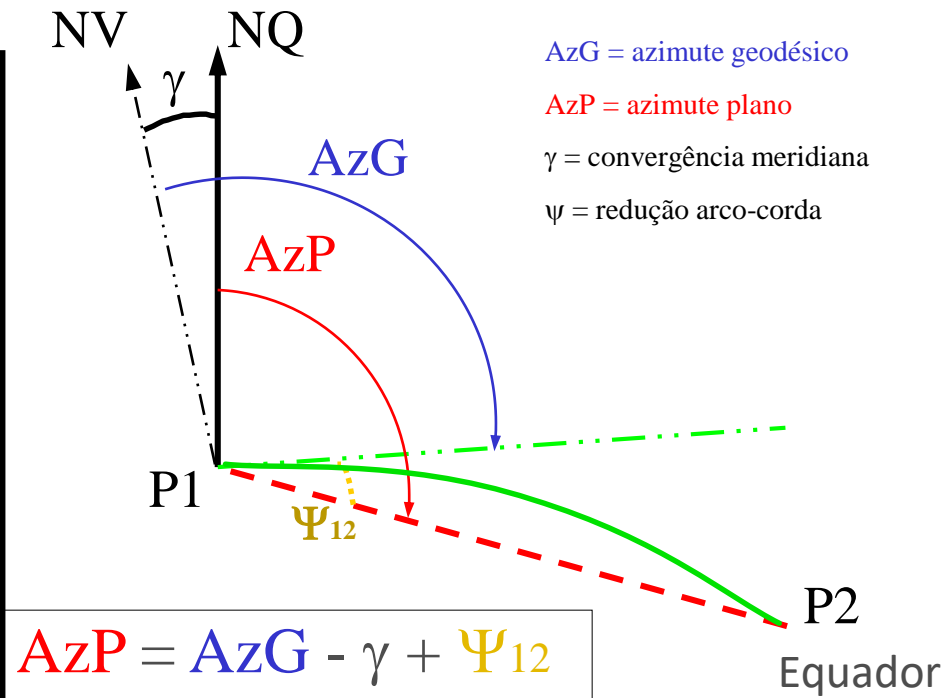
Projeção UTM

AzG = azimute geodésico
 AzP = azimute plano
 γ = convergência meridiana
 ψ = redução arco-corda



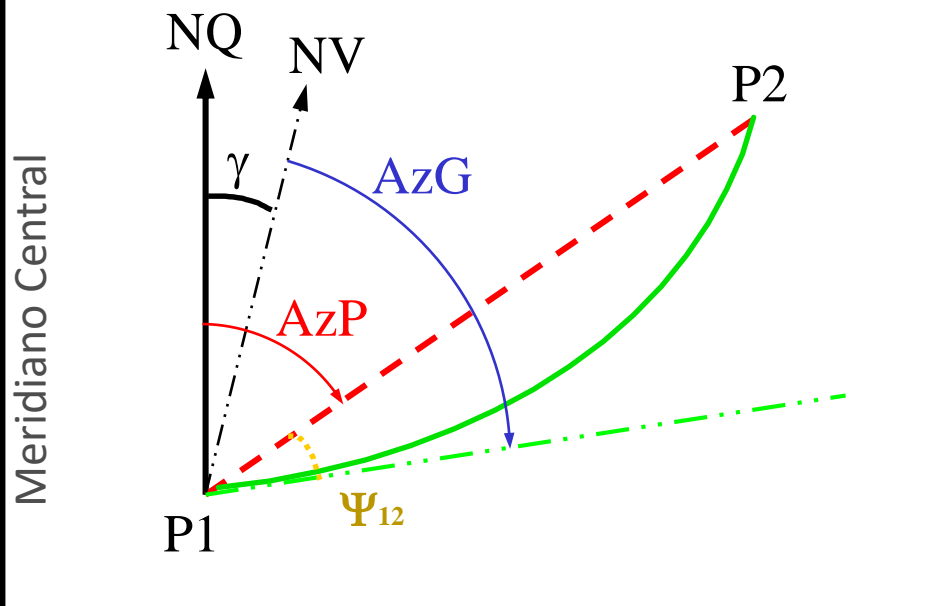
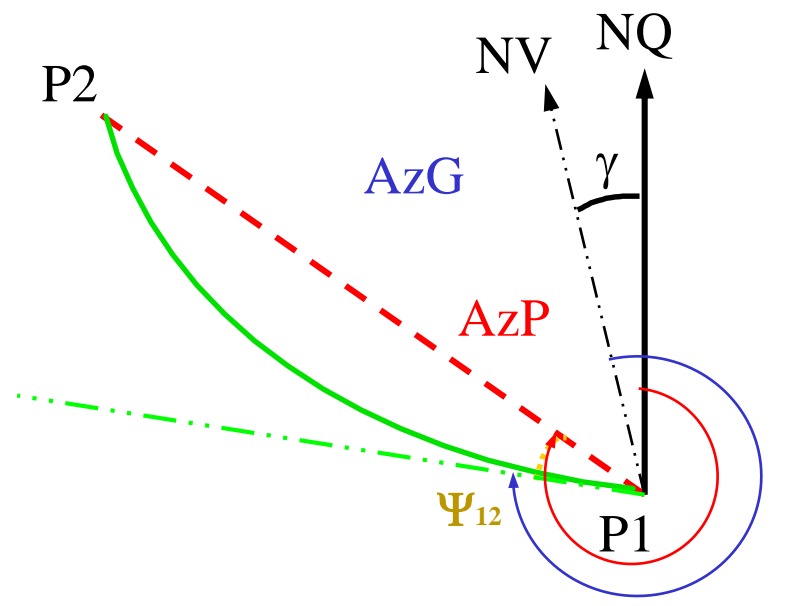
$$AzP = AzG + \gamma - \Psi_{12}$$

$$AzP = AzG - \gamma + \Psi_{12}$$



$$AzP = AzG - \gamma + \Psi_{12}$$

$$AzP = AzG + \gamma - \Psi_{12}$$



RTM

Regional Transverso de Mercator

- Amplitude do Fuso: 2° em longitude (180 fusos)
- Meridiano Central: Nas longitudes de grau ímpar
- Coeficiente de deformação de escala no meridiano central $\Rightarrow K = 0,999995$
- Origem das coordenadas plano-retangulares:
 - Na interseção do Plano do Equador com o meridiano central (MC) do fuso
 - $N = 0$ m para o Hemisfério Norte e,
 - $N = 5.000.000$ m para o Hemisfério Sul
 - $E = 400.000$ m

LTM

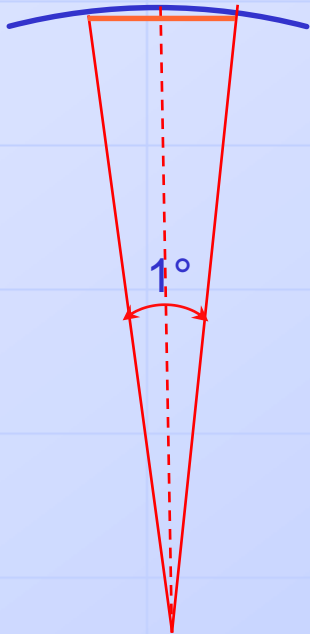
Local Transverso de Mercator

- Amplitude do Fuso: 1° em longitude (360 fusos)
- Meridiano Central: a cada $30'$
- Coeficiente de deformação de escala no meridiano central $\Rightarrow K = 0,999995$
- Origem das coordenadas plano-retangulares:
 - Na interseção do Plano do Equador com o meridiano central (MC) do fuso
 - $N = 0$ m para o Hemisfério Norte e,
 - $N = 5.000.000$ m para o Hemisfério Sul
 - $E = 200.000$ m

LTM / UTM / RTM

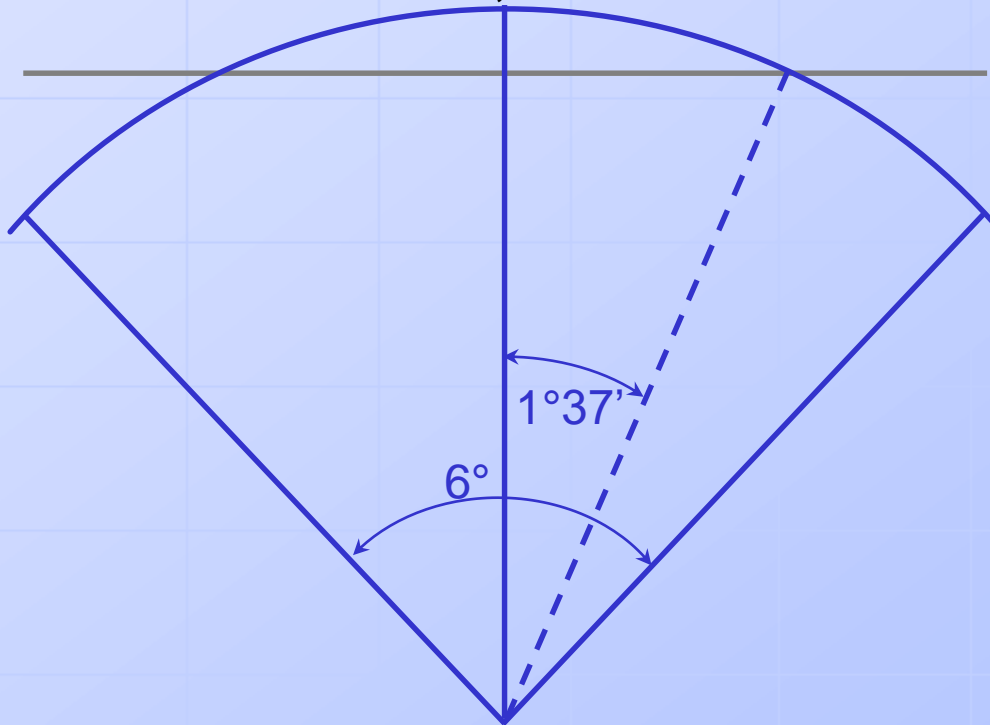
Local
Transversa de
mercator

$K_0=0,999995$



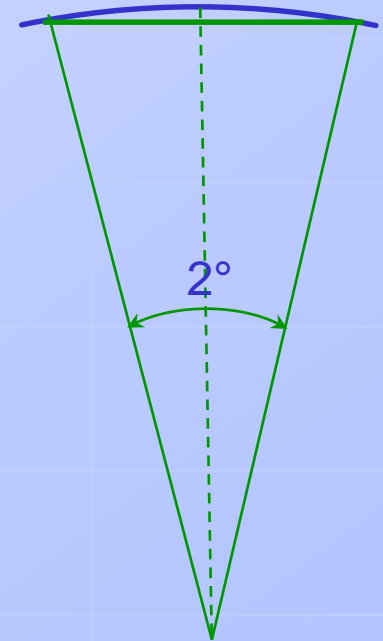
UTM

$K_0=0,9996$



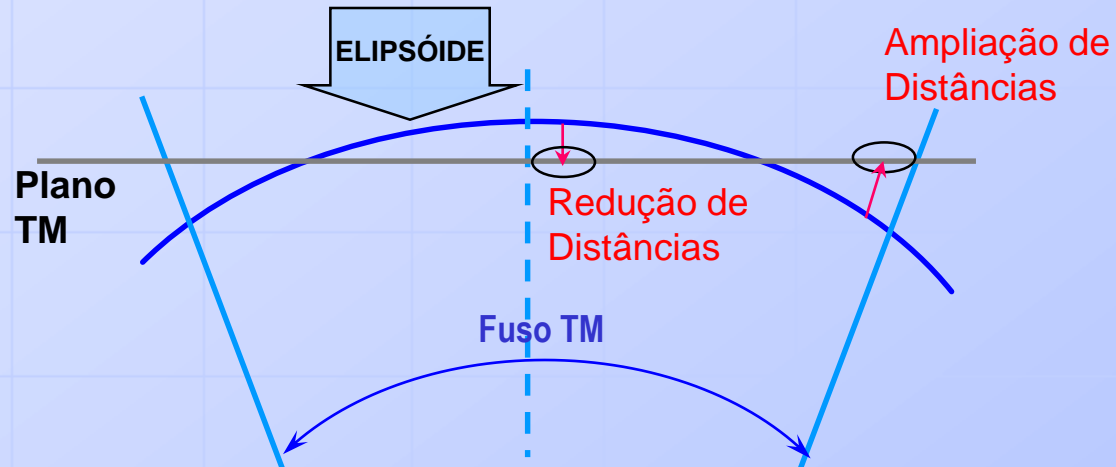
Regional
Transversa
de Mercator

$K_0=0,999995$



Obs: dimensões exageradas

Características das TMs



TM	Arco de Fuso (1)	Origem	Falso Norte (2)	Falso Este	K_0 (3)	K máximo (4)
UTM	6°	MC e Equador	10.000 km	500 km	0,999 6	1,000 97
RTM	2°	MC e Equador	5.000 km	400 km	0,999 995	1,000 152
LTM	1°	MC e Equador	5.000 km	200 km	0,999 995	1,000 037

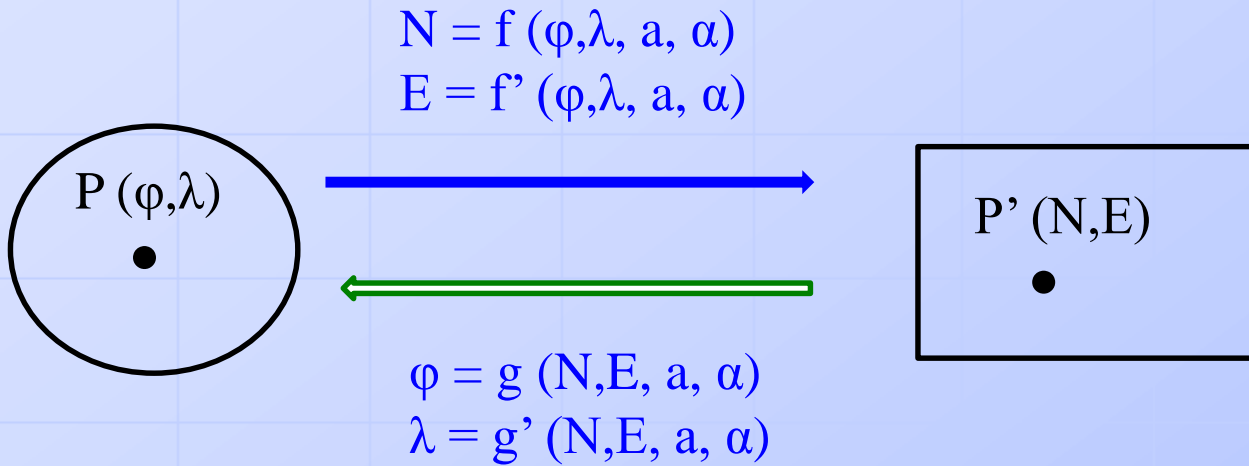
(1): borda do primeiro fuso no anti-meridiano de Greenwich;

(2): para o hemisfério Sul;

(3): no meridiano central

(4): borda do fuso

Fórmulas de Transformação



f, f', g, g' – funções matemáticas

Fórmulas de Transformação

Formulação para Transformação de Coordenadas Geodésicas para UTM

$$N = (I) + (II) \cdot p^2 + (III) \cdot p^4 + (A'6) \cdot p^6 \quad \text{Para o hemisfério norte}$$

$$N = (I) + (II) \cdot p^2 + (III) \cdot p^4 + (A'6) \cdot p^6 + 10.000.000 \quad \text{para o hemisfério sul}$$

$$E = 500.000 + (IV) \cdot p + (V) \cdot p^3 + (B'5) \cdot p^5$$

$$p = 0.0001 \cdot \Delta\lambda''$$

$$\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_0$$

$$II = \frac{N \cdot \operatorname{sen} \phi_p \cos \phi_p}{2} \cdot k_0 \cdot 10^8$$

$$III = \frac{\operatorname{sen}^4 1'' \cdot N \cdot \operatorname{sen} \phi_p \cdot \cos^3 \phi_p}{24} \cdot (5 - \tan^2 \phi_p + 9e'^2 \cdot \cos^2 \phi_p + 4e'^4 \cdot \cos^4 \phi_p) \cdot k_0 \cdot 10^{16}$$

$$IV = N \cdot \cos \phi_p \operatorname{sen} 1'' \cdot k_0 \cdot 10^4$$

$$V = \frac{\operatorname{sen}^3 1'' \cdot N \cdot \cos^3 \phi_p}{6} \cdot (1 - \tan^2 \phi_p + e'^2 \cdot \cos^2 \phi_p) \cdot k_0 \cdot 10^{12}$$

$$XVIII = \frac{1 + e'^2 \cdot \cos^2 \phi_p}{2N^2} \cdot \left(\frac{1}{k_0^2} \right) \cdot 10^{12}$$

$$A'6 = \frac{\operatorname{sen}^6 1'' \cdot N \cdot \operatorname{sen} \phi_p \cdot \cos^5 \phi_p}{720} \cdot (61 - 58 \tan^2 \phi_p + \tan^4 \phi_p + 270e'^2 \cdot \cos^2 \phi_p + 330e'^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \phi_p) \cdot k_0 \cdot 10^{24}$$

$$B'5 = \frac{\operatorname{sen}^5 1'' \cdot N \cdot \cos^5 \phi_p}{120} \cdot (5 - 18 \tan^2 \phi_p + \tan^4 \phi_p + 14e'^2 \cdot \cos^2 \phi_p - 58e'^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \phi_p) \cdot k_0 \cdot 10^{20}$$

$$K = (\phi_p - \phi)'' \cdot \operatorname{sen} 1''$$

$$L = \operatorname{sen}(2\phi_p) - \operatorname{sen}(2\phi)$$

$$M' = \operatorname{sen}(4\phi_p) - \operatorname{sen}(4\phi)$$

$$N' = \operatorname{sen}(6\phi_p) - \operatorname{sen}(6\phi)$$

$$P = \operatorname{sen}(8\phi_p) - \operatorname{sen}(8\phi)$$

$$Q = \operatorname{sen}(10\phi_p) - \operatorname{sen}(10\phi)$$

* De onde surgiram as fórmulas?

Fórmulas de Transformação

Formulação para Transformação de Coordenadas UTM para Geodésicas

$$Nl = 10.000.000 - N_UTM \quad * \text{hemisfério Sul}$$

$$Nl = N_UTM \quad * \text{hemisfério Norte}$$

$$Bl = \frac{Nl}{k_0}$$

$$\phi = Bl \cdot \frac{1}{\text{alfa}} \quad * \text{latitude aproximada}$$

Processo iterativo

$$\phi = \frac{1}{\alpha} \left(Bl + (\beta \cdot \text{sen}^2(\phi)) - (\gamma \cdot \text{sen}^4(\phi)) + \right. \\ \left. + (\delta \cdot \text{sen}^6(\phi)) - (\xi \cdot \text{sen}^8(\phi)) + (\theta \cdot \text{sen}^{10}(\phi)) \right)$$

$$q = 0,000001 \cdot (E_UTM - 500.000)$$

$$VII = \frac{\tan \phi}{(2 \cdot N^2 \cdot \text{sen}^1 \phi)} \cdot (1 + e l^2 \cos^2 \phi) \cdot \frac{1}{\kappa_0} \cdot 10^{12}$$

$$W = 5 + 3 \cdot \tan^2 \phi + 6 \cdot e l^2 \cos^2 \phi - 6 \cdot e l^2 \cdot \text{sen}^2 \phi - 3 \cdot e l^4 \cdot \cos^4 \phi - 9 \cdot e l^4 \cos^2 \phi \cdot \text{sen}^2 \phi$$

$$VIII = \frac{\tan \phi}{24 \cdot N^4 \text{sen}^1 \phi} \cdot W \cdot \frac{1}{\kappa_0^4} \cdot 10^{24}$$

$$T = 61 + 90 \cdot \tan^2 \phi + 45 \cdot \tan^4 \phi + 107 \cdot e l^2 \cos^2 \phi - \\ - 162 \cdot e l^2 \cdot \text{sen}^2 \phi - 45 \cdot e l^2 \cdot \tan^2 \phi \cdot \text{sen}^2 \phi$$

$$D'6 = \frac{\tan \phi}{720 \cdot N^6 \cdot \text{sen}^1 \phi} \cdot T \cdot \frac{1}{\kappa_0^6} \cdot 10^{36}$$

$$IX = \frac{1}{N \cdot \text{sen} \left(\frac{3600 \cdot \pi}{180} \right)} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \cdot \frac{1}{\kappa_0} \cdot 10^6$$

$$X = \frac{1}{6 \cdot N^3 \cdot \text{sen} \left(\frac{3600 \cdot \pi}{180} \right)} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \cdot (1 + 2 \cdot \tan^2 \phi + e l^2 \cdot \cos^2 \phi) \cdot \frac{1}{\kappa_0^3} \cdot 10^{18}$$

$$E5 = \frac{1}{120 \cdot N^5 \cdot \text{sen} \left(\frac{3600 \cdot \pi}{180} \right)} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \cdot \left(5 + 28 \cdot \tan^2 \phi + 24 \cdot \tan^4 \phi + \right. \\ \left. + 6 \cdot e l^2 \cdot \cos^2 \phi + 8 \cdot e l^2 \cdot \text{sen}^2 \phi \right) \cdot \frac{1}{\kappa_0^5} \cdot 10^{30}$$