Aula 04 - Teoria do Consumidor- parte 2

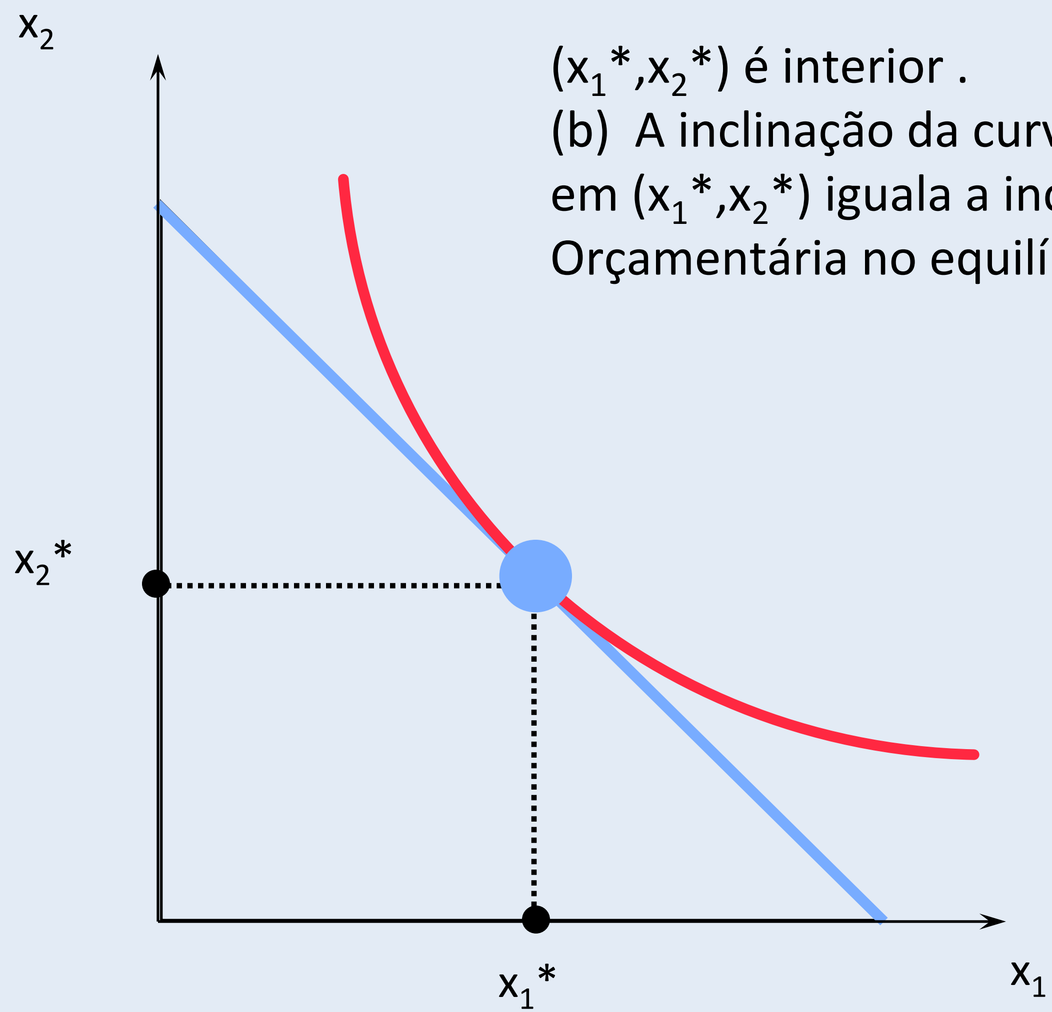
Cap. 1 Advanced Microecnomic Theory (Jehle, Reny) Varian

Noções Primárias

Consumidor escolhe o que consumir (bem que gera a maior utilidade) sujeito à sua restrição orçamentária.

A escolha envolve custo de oportunidade

Escolha Restrita Racional



(x_1*,x_2*) é interior .
(b) A inclinação da curva de indiferença em (x_1*,x_2*) iguala a inclinação da restrição Orçamentária no equilíbrio do consumidor.

Função Gasto

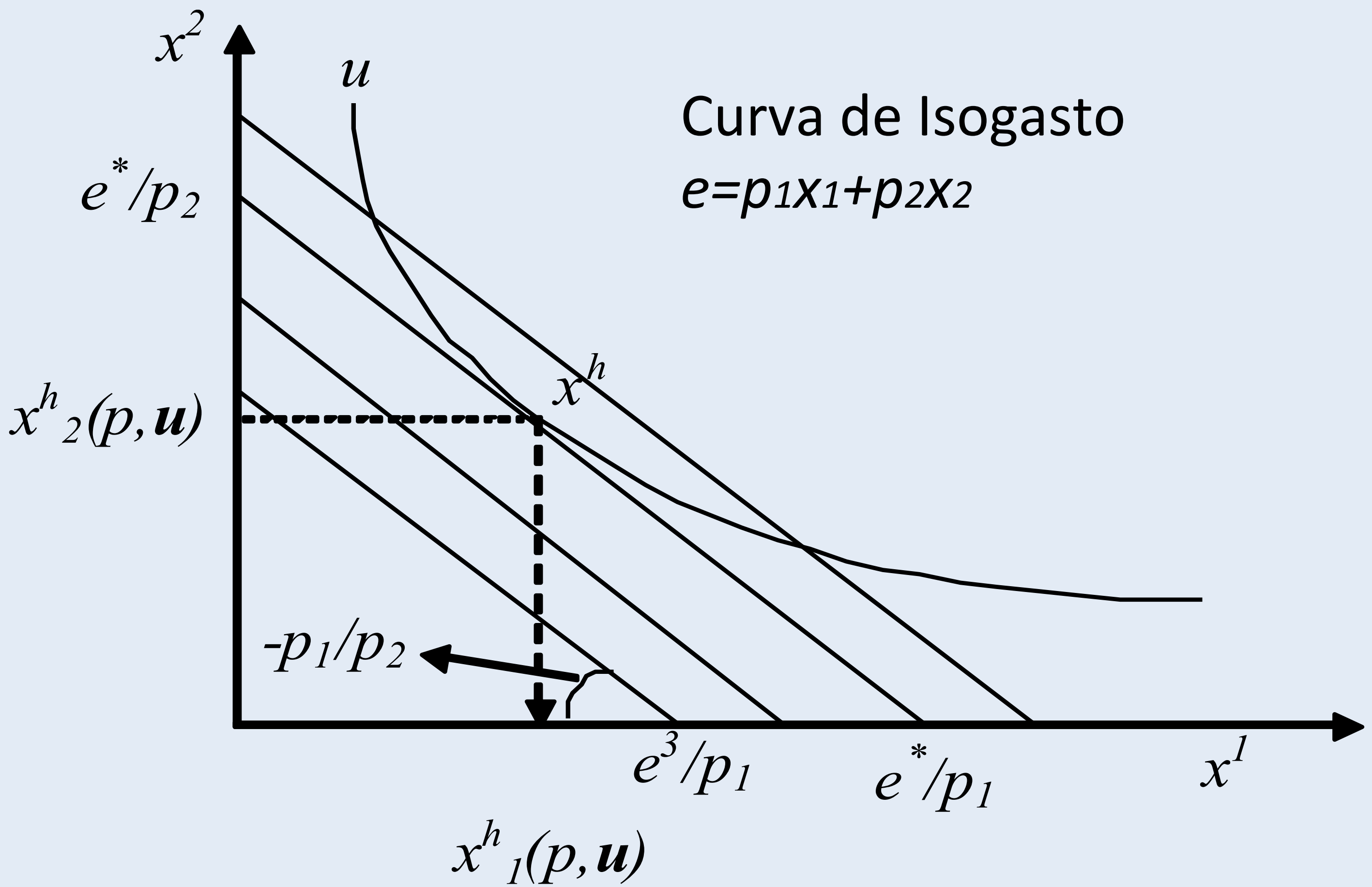
Para construir uma função utilidade indireta, fixamos os preços e renda e verificamos o máximo nível de utilidade a ser atingida. Resume o comportamento do consumidor no mercado.

Para construir uma função gasto, fixamos os preços e verifica-se os diferentes níveis de utilidade que o consumidor pode atingir (qual o mínimo de gasto para atingir um dado nível de utilidade).

$$e(\mathbf{p}, y) \equiv \underbrace{\min}_{x \in R_+^n} \mathbf{p}.\mathbf{x} \quad \text{s. a} \quad u(\mathbf{x}) = u$$

A função gasto é o mínimo valor de

$$e(\mathbf{p}, y) \equiv \underbrace{\min}_{x \in R^n_+} \mathbf{p}.\mathbf{x} \quad \text{s. a} \quad u(\mathbf{x}) \geq u$$



Função demanda Hicksiana: Função demanda compensada (nível de utilidade constante e variações em preço precisam ser compensadas pela renda)

Sendo $x^h(p,u) \geq 0$ a solução do problema, o menor gasto para alcançar um certo nível de utilidade então iguala o custo da cesta $x^h(p,u)$

ou $e(p,u) = p.\,x^h(p,u)$.

O comportamento maximizador do consumidor é intimamente relacionado com sua demanda de mercado observável, as demandas Marshallianas, que descrevem quanto de cada bem o consumidor compra conforme os preços e renda que enfrenta.

A solução $x^h(p,u)$ do problema de minimização de gasto pode ser vista como outro tipo de demanda, não observável diretamente.

A demanda de Hicks é a solução do problema de minimização de gasto porque a cada "restrição orçamentária hipotética" envolve o mínimo gasto a dados preços que mantém a utilidade constante.

Teorema 1.7- Propriedades da Função Gasto

Se *u(.)* é contínua e estritamente crescente, então *e(**p**,u)* é:

1. Zero quando *u* assume o menor nível de utilidade em *U*;
2. Contínua no domínio
3. Para todo **p**>>0, estritamente crescente e não limitada superiormente em *u*.
4. Crescente em **p**.
5. Homogênea de grau 1 em **p**. $R^n_{++} \times U.$
6. Côncava em **p**.

Se adicionalmente *u(.)* é estritamente quase-côncava tem-se:

7. Lema de Shepard: *e(p,u)* é diferenciável em **p** no ponto *(**p**0,u0)* com p0>>0

Demanda Hickisiana

$$\frac{\partial e(\mathbf{p}_0, u_0)}{\partial p_i} = x_i^h(\mathbf{p}_0, u_0)$$ i=1, ..., n.

Exemplo 1.3: função utilidade direta CES

$u(x_{1,}x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$, com 0≠ρ<1. Sendo as preferências monotônicas derive a função gasto correspondente.

Solução: $\underbrace{\min}_{x_1,x_2} p_1x_1 + p_2x_2$ s. a $u - (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho} = 0$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ Lagrangiano:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda[u - (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}]$$

Resp. $x_1^h(p,u) = u(p_1^r + p_2^r)^{(1/r)-1} p_1^{r-1}$

$$x_2^h(p,u) = u(p_1^r + p_2^r)^{(1/r)-1} p_2^{r-1}$$

$r = \rho/(\rho - 1)$

$$e(\mathbf{p}, u) = u(p_1^r + p_2^r)^{1/r} \quad (1.3)$$

Teorema 1.8 - Relação entre a função gasto e a função utilidade indireta

Seja *v(**p**,y)* e *e(**p**,u)* a função utilidade indireta e a função gasto do mesmo consumidor, cuja função utilidade é contínua e estritamente crescente. Para todo ***p***>>*0*,*y*≥*0* e *u*∈*U*, tem-se:

$$v^{-1}(p\!:t) = e(p, y)$$
$$e^{-1}(p, t) = v(p, u)$$

1. $e(\mathbf{p},v(\mathbf{p},y))=y$
2. $v(\mathbf{p},e(\mathbf{p},y))=u$

Até agora se quiséssemos derivar as funções utilidade indireta e gasto teríamos de resolver 2 problemas de otimização com restrição. Este teorema permite a solução com apenas uma otimização. Exemplo, após minimizar o problema de gasto e *e(**p**,u)* sendo estritamente crescente em u, supondo preços constantes , existirá uma inversa da função gasto na utilidade que pode ser denotada por *e-1(**p**:t)*. Aplicando a inversa em ambos os lados do item um do teorema pode-se calcular a função utilidade indireta *v(**p**,y)=e-1(**p**:t)*.

A maximização da utilidade indireta e a minimização de gastos são os dois lados da mesma moeda.

Exemplo: Vimos que a função utilidade direta CES gera a seguinte função utilidade indireta para qualquer **p** e y. $v(\mathbf{p}, y) = y(p_1^r + p_2^r)^{-1/r}$

Então para um dado nível de renda *e(**p**,y)* em dólares tem-se: $v(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, y)) = e(\mathbf{p}, u)(p_1^r + p_2^r)^{-1/r}$

Pelo item 2 do teorema 1.8: $v(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, y)) = u$

ou $e(\mathbf{p}, u)(p_1^r + p_2^r)^{-1/r} = u$

$$e(\mathbf{p}, u) = u(p_1^r + p_2^r)^{1/r}$$

Que é idêntica à função gasto obtida pela função utilidade direta em (1.3)

Teorema 1.9 – Dualidade entre as funções demandas Marshallianas e Hicksianas

Sob a hipótese 1.2 tem-se as seguintes relações entre as funções demandas Marshallianas e Hicksianas quando ***p***>>0, *y*≥0, *u*∈*U* e *n=1,....n*;

$$x_i(\mathbf{p}, y) = x_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) \qquad (1)$$

$$x_i^h(\mathbf{p}, u) = x_i(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, y)) \qquad (2)$$

A relação 1 diz que a demanda Marshalliana aos preços ***p*** e renda y é igual a demanda Hicksiana aos preços ***p*** e nível de utilidade máximo que ***p*** e *y* atingem.

A relação 2 diz que a demanda Hicksiana aos preços ***p*** e utilidade u é a mesma demanda Marshalliana aos preços e renda igual ao mínimo gasto necessário àqueles preços para atingir aquele nível de utilidade.

Exemplo: Confirmando o teorema 1.9 : Seja a demanda Hickiana descrita por

$$x_i^h(\mathbf{p}, \mathbf{u}) = u(p_1^r + p_2^r)^{(1/r)-1} p_i^{r-1}, r = 1,2. \quad (1)$$

A função utilidade indireta é :

$$v(\mathbf{p}, y) = y(p_1^r + p_2^r)^{-1/r} \quad (2)$$

Substituindo 2 em 1:

$$x_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = v(\mathbf{p}, y)(p_1^r + p_2^r)^{(1/r)-1} p_i^{r-1}$$

$$= y(p_1^r + p_2^r)^{-1/r}(p_1^r + p_2^r)^{(1/r)-1} p_i^{r-1}$$

$$= y(p_1^r + p_2^r)^{-1} p_i^{r-1}$$

Confirma a Parte 1 do Teorema 1.9

$$\boxed{x_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = \frac{y p_i^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}, i = 1,2.}$$

Demanda Marshalliana

$$x_i(\mathbf{p}, y)$$

Seja a função demanda Marshalliana:

$$x_i(\mathbf{p}, y) = \frac{y p_i^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}, i = 1,2. \qquad (3)$$

E a função gasto relacionada

$$e(\mathbf{p}, u) = u(p_1^r + p_2^r)^{1/r}, i = 1,2. \qquad (4)$$

Substituindo 4 em 3,

$$x_i(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u)) = \frac{e(\mathbf{p}, u) p_i^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}, i = 1,2.$$

$$= u(p_1^r + p_2^r)^{1/r} \frac{p_i^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}$$

Confirma a Parte 2 do Teorema 1.9

$$\boxed{x_i(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u)) = u p_i^{r-1}(p_1^r + p_2^r)^{1/r-1}, i = 1,2.}$$

Demanda Hicksiana

$$x_i^h(\mathbf{p}, \mathbf{u})$$

Propriedades da Demanda

Preços Relativos e Renda:

Preços relativos: número de unidades de algum bem em relação à outro bem

$$\frac{p_i}{p_j} = \frac{unidades\_de\_i}{unidades\_de\_j}$$

Renda Real:máximo de unidades de um bem que o consumidor compraria se gastasse toda sua renda monetária

$$\frac{y}{p_j} = \frac{R\$}{R\$ / unidades\_de\_j} = unidades\_de\_j$$

Da maximização da utilidade do consumidor verifica-se que somente preços relativos e renda real afetam o seu comportamento. **Ausência de Ilusão Monetária**. Se renda e preços aumentam proporcionalmente, o efeito é nulo sobre o ótimo do consumidor, equivale a uma função demanda homogênea de grau zero em preços e renda.

Teorema 1.10 Homogeneidade e equilíbrio orçamentário

Sob a hipótese 1.12, a função demanda do consumidor, $x_i(\mathbf{p},y)$, $i=1,2,\ldots,n$ é homogênea de grau zero em todos os preços e renda e satisfaz o equilíbrio orçamentário $\mathbf{p}.\mathbf{x}(\mathbf{p},y)=y$ para todo $(\mathbf{p},y)$.

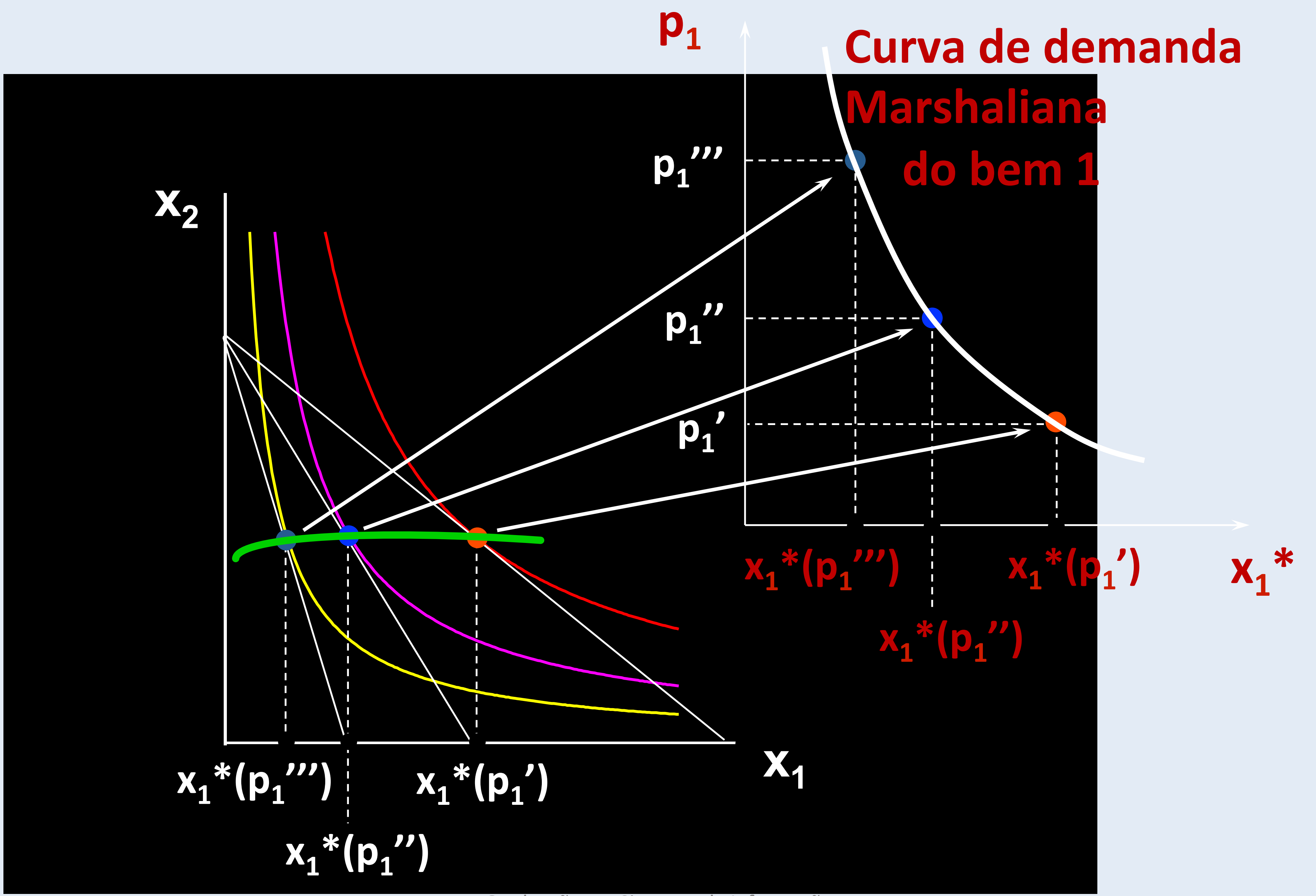
Função homogênea de grau k

Uma função valor real f(**x**) é chamada homogênea de grau k se

$F(t.\mathbf{x})=t^k.f(\mathbf{x})$ para qualquer t>0

Efeito Renda e Efeito Substituição

- Como a função demanda marshalliana é homogênea de grau zero, podemos escolher um bem arbitrário e fixar seu preço em uma unidade (p_n = \$1), tomando $\lambda = 1/p_n$:
- O bem n é chamado de *numéraire* e temos a demanda em função da renda real e n-1 preços relativos.



Curva de demanda
Marshaliana
do bem 1
p_1
p_1'''
p_1''
p_1'
x_2
x_1
x_1^*
$x_1^*(p_1''')$
$x_1^*(p_1'')$
$x_1^*(p_1')$

Efeito Renda - Conceitos

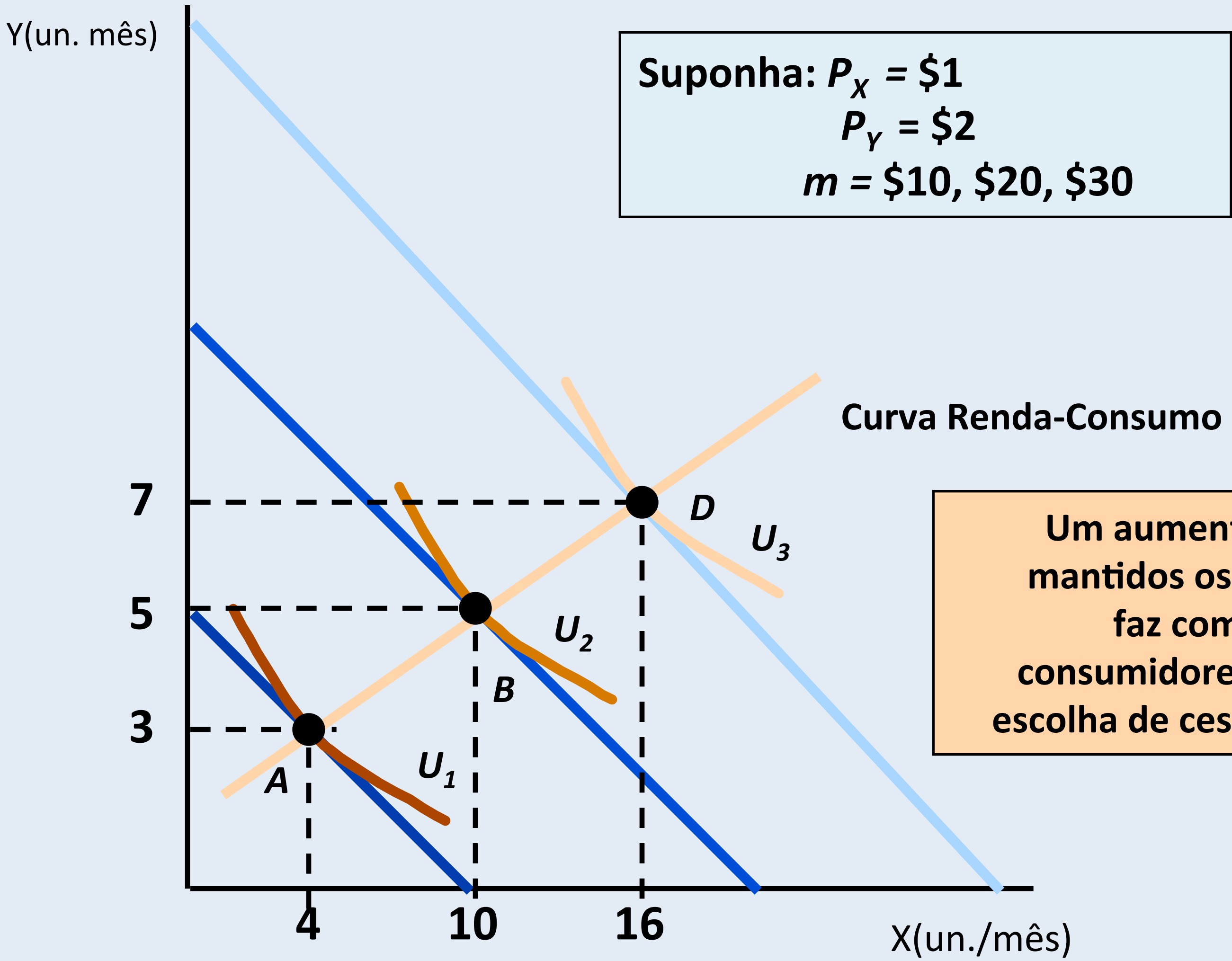
Bem Normal: maioria dos bens. A quantidade demandada pelo indivíduo aumenta/diminui quando aumenta/diminui a renda com preços mantidos constantes;

$$x_i^d = f(p_i, p_j, \overbrace{m}^{+}, \mathbf{z})$$

Bem Inferior: em geral bens de baixa qualidade. A quantidade demandada pelo indivíduo diminui/aumenta quando aumenta/diminui a renda com preços mantindos constantes.

$$x_i^d = f(p_i, p_j, \overbrace{m}^{-}, \mathbf{z})$$

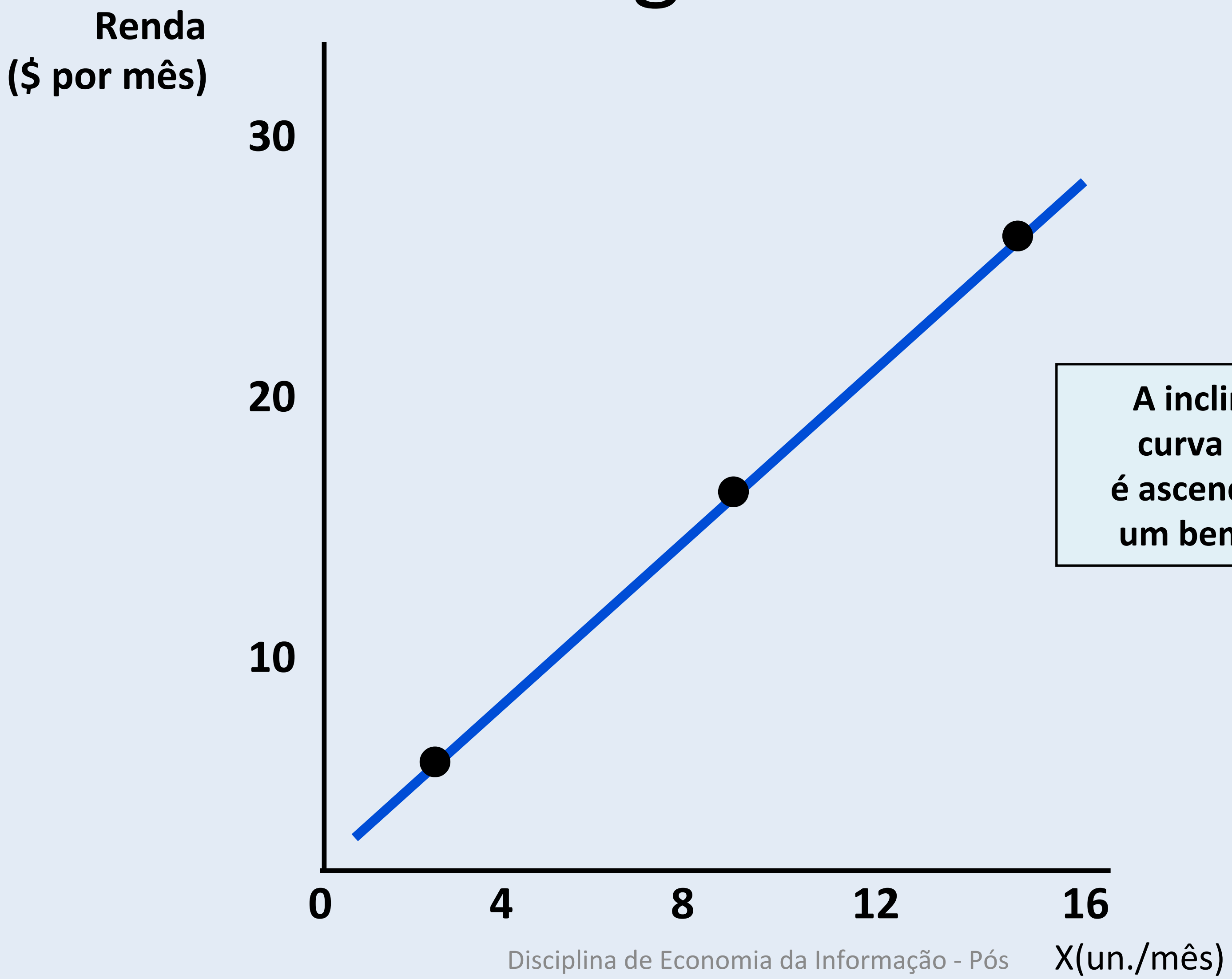
Efeitos de variações na renda – Bens Normais



Suponha: $P_X = \$1$
$P_Y = \$2$
$m = \$10, \$20, \$30$

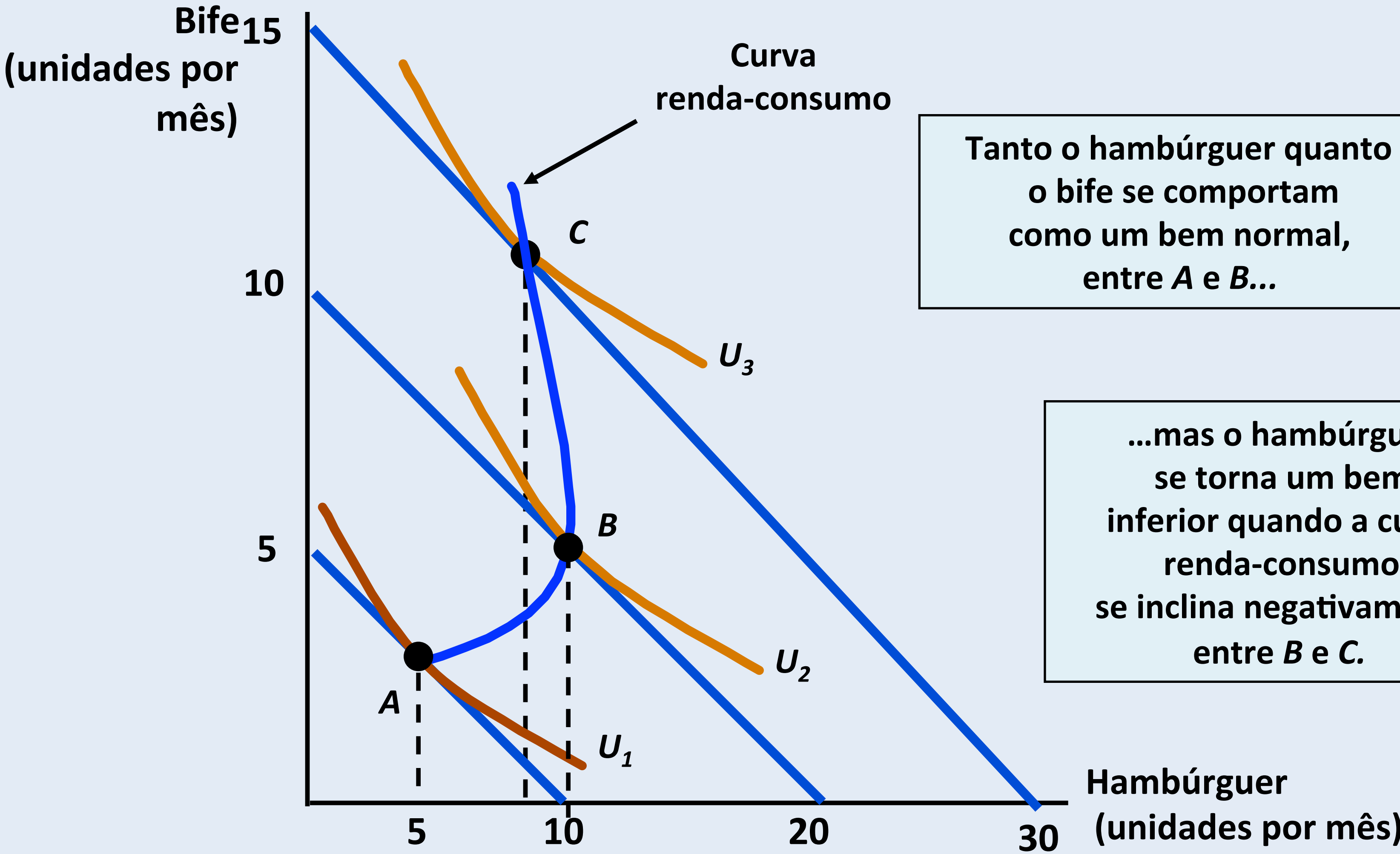
Um aumento na renda, mantidos os preços fixos, faz com que os consumidores alterem sua escolha de cesta de mercado.

Curva de Engel – Bem Normal



A inclinação da curva de Engel é ascendente para um bem normal.

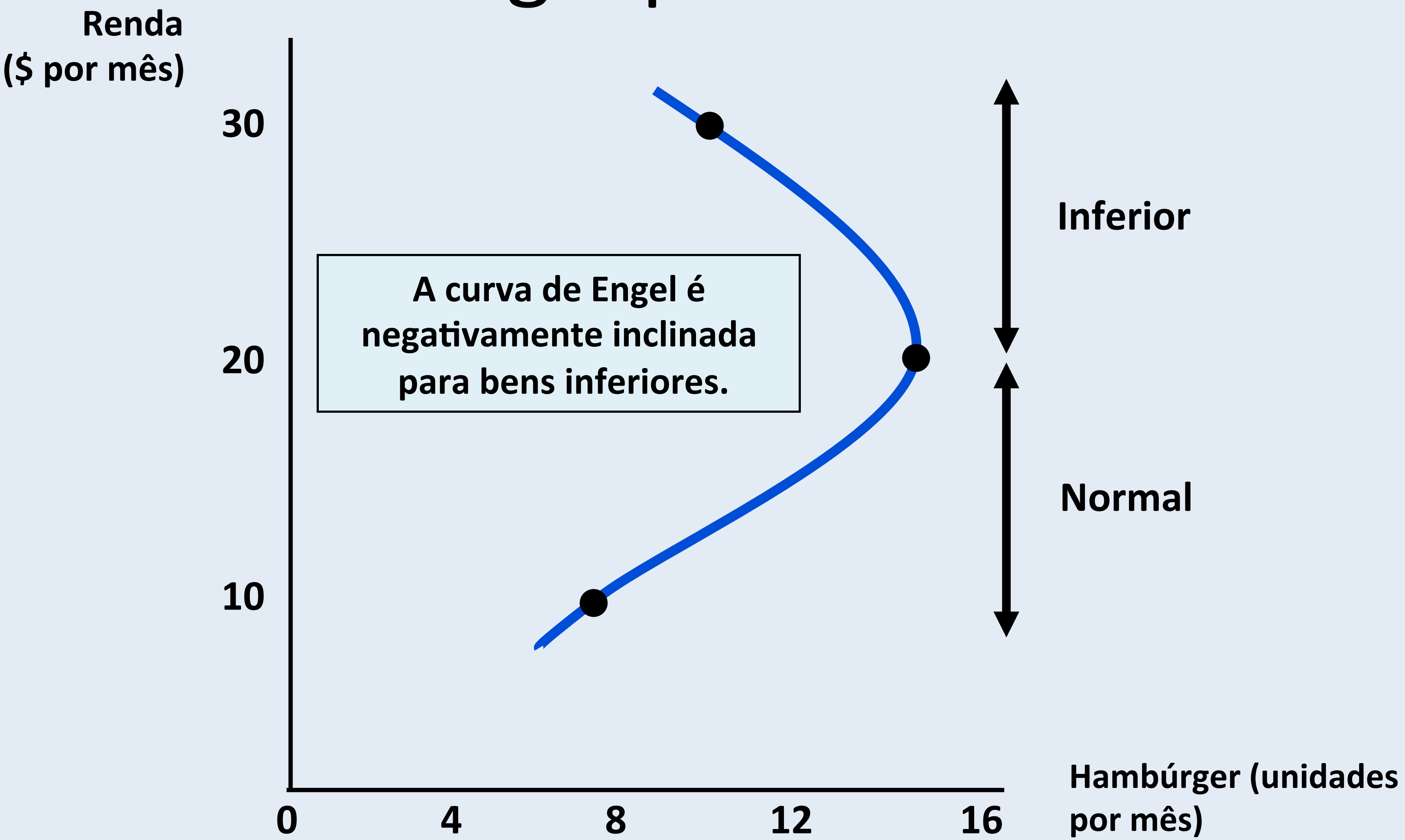
Efeitos de variações na renda - Bem Inferior



Tanto o hambúrguer quanto o bife se comportam como um bem normal, entre *A* e *B*...

...mas o hambúrguer se torna um bem inferior quando a curva renda-consumo se inclina negativamente entre *B* e *C*.

Curva de Engel para Bem Inferior



Efeito Renda e Efeito Substituição

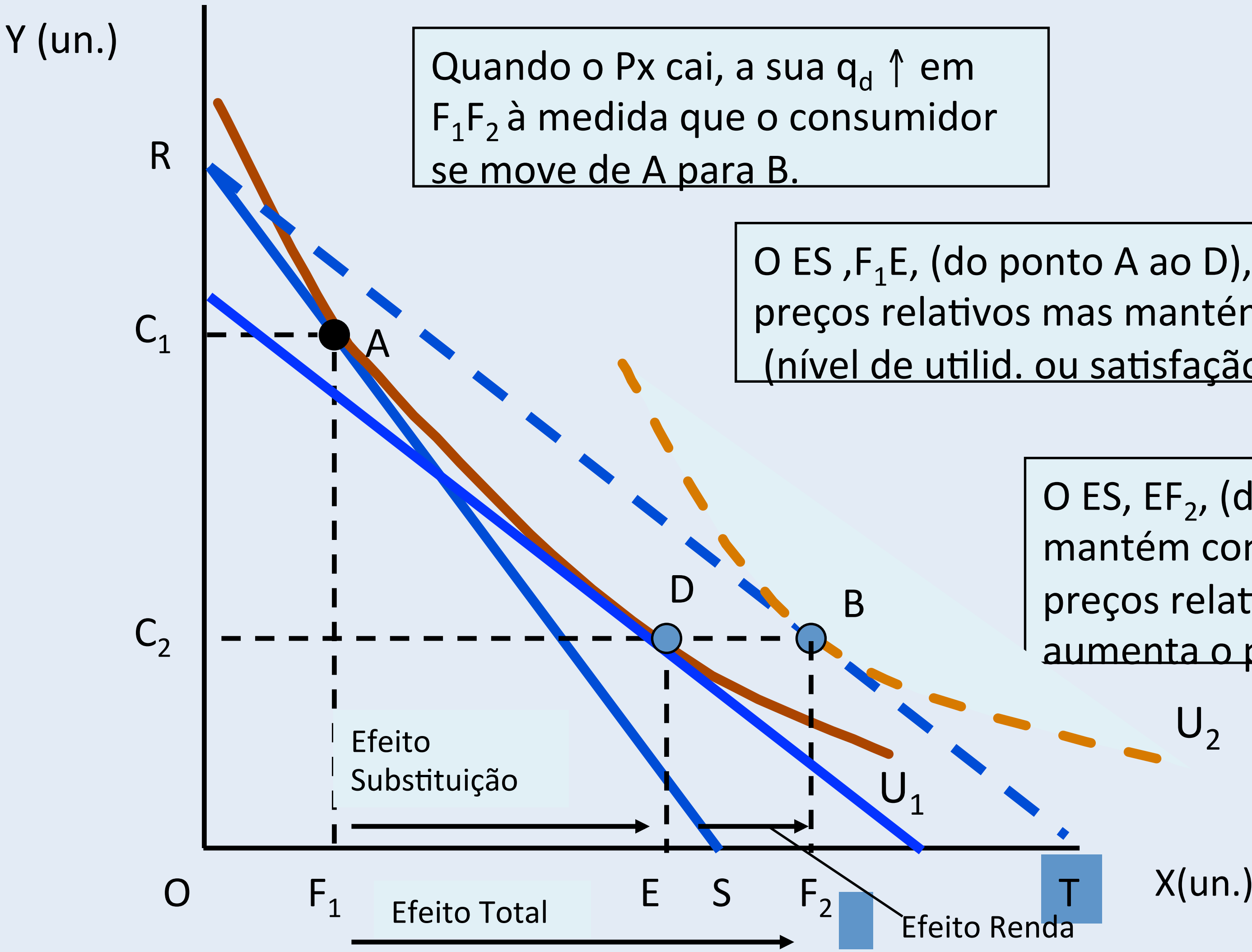
Efeito Preço Total = Efeito Substituição + Efeito Renda

Teorema 1.11 – Equação de Slutsky

Seja ***x(p**,y)* o sistema de demandas Marshallianas de um consumidor. Seja ***u**** o nível de utilidade que o indivíduo atinge aos preços ***p*** e renda *y*. Então:

$$\underbrace{\frac{\partial x_i(\mathbf{p},y)}{\partial p_i}}_{ET} = \underbrace{\frac{\partial x_i^h(\mathbf{p},u^*)}{\partial p_j}}_{ES} - \underbrace{x_j(\mathbf{p},y)\frac{\partial x_i(\mathbf{p},y)}{\partial y}}_{ER} \qquad i, j = 1,\ldots,n$$

Efeito Renda (ER) e Substituição (ES): Bem Normal

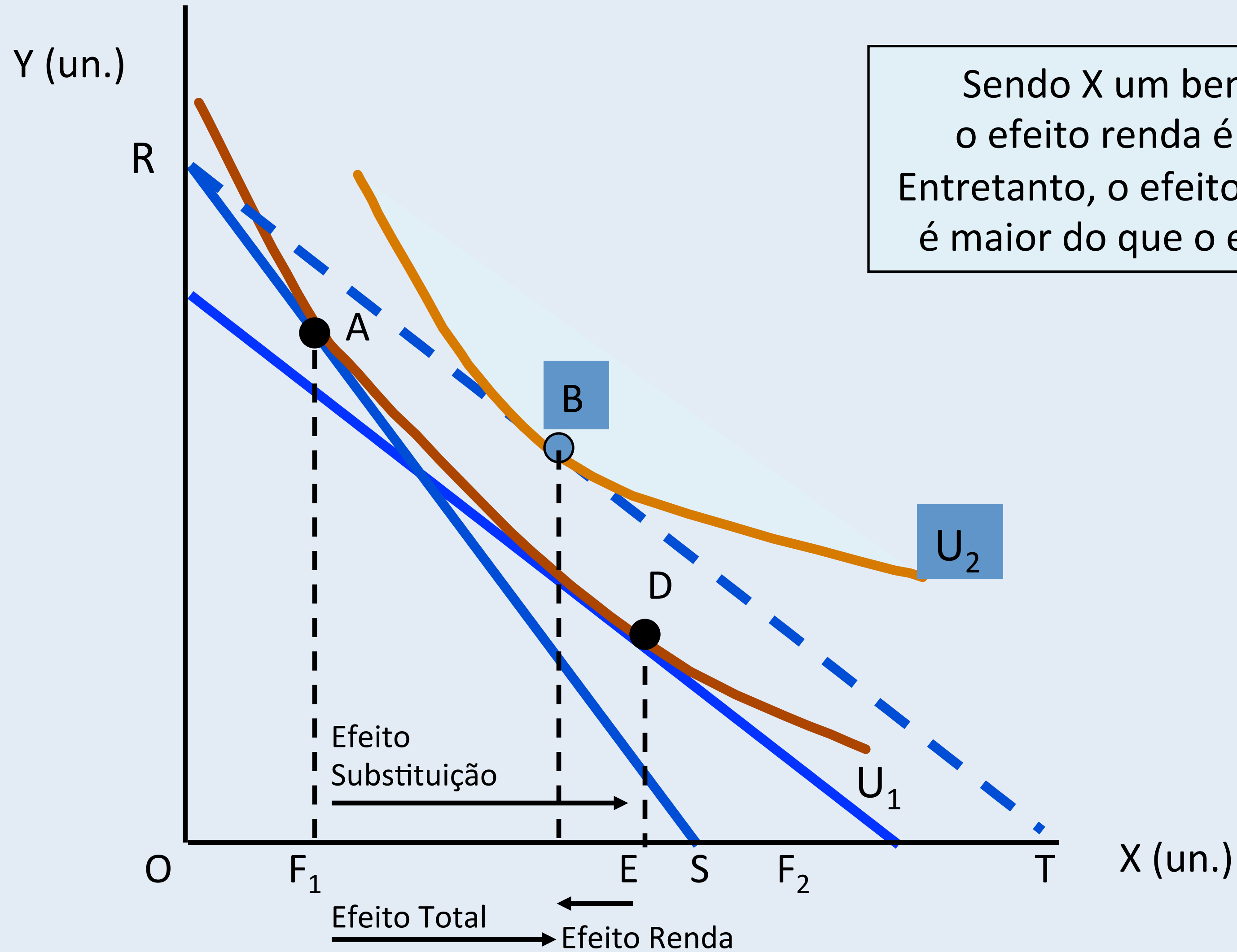


Quando o Px cai, a sua q_d ↑ em F_1F_2 à medida que o consumidor se move de A para B.

O ES ,F_1E, (do ponto A ao D), muda os preços relativos mas mantém a renda real (nível de utilid. ou satisfação) constante.

O ES, EF_2, (de D a B), mantém constantes os preços relativos mas aumenta o poder aquisitivo.

Efeito Renda (ER) e Substituição (ES): Bem Inferior



Sendo X um bem inferior
o efeito renda é negativo.
Entretanto, o efeito substituição
é maior do que o efeito renda.

- efeito substituição - 2 alternativas:

i. manter o nível de utilidade u_0 aos preços novos – **compensação de Hicks**

ii. manter a capacidade de comprar a escolha original – **compensação de Slutsky**

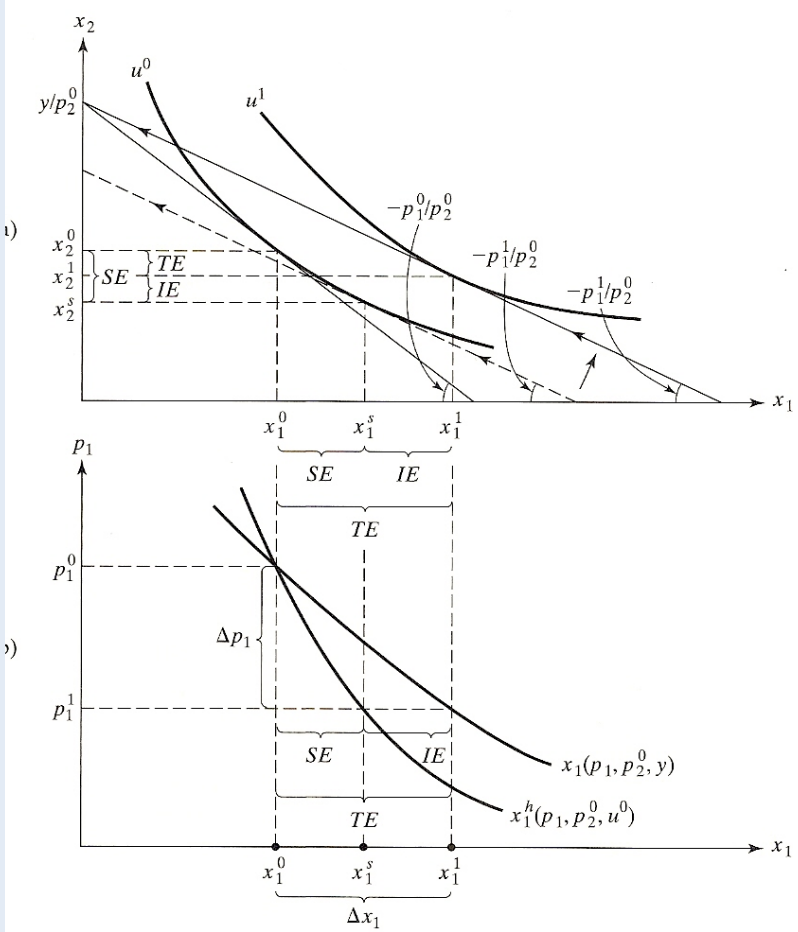


Figure 1.20. The Hicksian decomposition of a price change.

Teorema 1.12 – Termos de Elasticidade Própria Negativos

Seja $x_i^h(\mathbf{p}, u)$ a demanda Hicksiana para o bem *i*, então:

$$\frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, u^*)}{\partial pi} \leq 0$$

i=1,...,n

Teorema 1.13 - Lei da Demanda

Sob sistema de demanda Hickisiana

Se um bem for normal para um dado consumidor, então uma variação do seu preço gera uma variação da sua quantidade consumida no sentido oposto. Por sua vez, se a variação da quantidade consumida for no mesmo sentido que a variação do preço, então o bem *i* é inferior.

Teorema 1.14- Termos de substituição simétricos

Seja $x_i^h(\mathbf{p},u)$ um sistema de demanda Hickisiana e suponha que a função gasto e(.) é continuamente diferenciável duas vezes.

Então: $$\frac{\partial x_i^h(\mathbf{p},u^*)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j^h(\mathbf{p},u^*)}{\partial p_i}$$ *i=1,...,n*

1.15 – Matriz de Substituição Semidefinida Negativa

Seja $x_i^h(\mathbf{p},u)$ um sistema de demanda Hickisiana e seja a matriz de substituição com todos os termos de substituição de Hicks, então esta matriz é semidefinida negativa.

$$\sigma(p,u)=\begin{bmatrix} \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} & \frac{\partial x_1^h}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial x_1^h}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x_2^h}{\partial p_1} & \frac{\partial x_2^h}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial x_2^h}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_n^h}{\partial p_1} & \frac{\partial x_n^h}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial x_n^h}{\partial p_n} \end{bmatrix}$$

1.16 - A matriz de Slutsky (de substituição) é simétrica e semi-definida negativa.

$$S(p,y) = \left[\begin{array}{c|c|c|c}
\frac{\partial x_1}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1}{\partial y} x_1 & \frac{\partial x_1}{\partial p_2} + \frac{\partial x_1}{\partial y} x_2 & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial p_n} + \frac{\partial x_1}{\partial y} x_n \\
\hline
\frac{\partial x_2}{\partial p_1} + \frac{\partial x_2}{\partial y} x_1 & \frac{\partial x_2}{\partial p_2} + \frac{\partial x_2}{\partial y} x_2 & \cdots & \frac{\partial x_2}{\partial p_n} + \frac{\partial x_2}{\partial y} x_n \\
\hline
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\hline
\frac{\partial x_n}{\partial p_1} - \frac{\partial x_n}{\partial y} x_1 & \frac{\partial x_n}{\partial p_2} + \frac{\partial x_n}{\partial y} x_2 & \cdots & \frac{\partial x_n}{\partial p_n} + \frac{\partial x_n}{\partial y} x_n
\end{array}\right]$$

Nota metodológica

-as restrições nos parâmetros de uma estimação de uma função demanda derivada de comportamento maximizador são derivadas das seguintes proposições:

- a demanda é homogênea de grau zero na renda e preços;
- esgota o orçamento;
- tem matriz de Slutsky simétrica e negativa semi-definida.
- Isso esgota o conteúdo empírico da teoria, caso se queira "testá-la"

Relações entre Elasticidades

Definições

Elasticidades-renda da demanda η_i: $$\eta_i \equiv \frac{\partial x_i(\boldsymbol{p},y)}{\partial y}\frac{y}{x_i(\boldsymbol{p},y)}$$

Elasticidades-preço da demanda ε_{ij}: $$\varepsilon_{ij} \equiv \frac{\partial x_i(\boldsymbol{p},y)}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i(\boldsymbol{p},y)}$$

Fração da renda gasta com um bem s_i: $$s_i \equiv \frac{p_i x_i(\boldsymbol{p},y)}{y}, \qquad \sum_{i=1}^{n} s_i = 1$$

Agregações

Agregação de Engel

$$\sum_{i=1}^{n} s_i \eta_i = 1$$

Agregação de Cournot

$$\sum_{i=1}^{n} s_i \epsilon_{ij} = -s_j$$

- As demandas marshallianas geradas por preferêncais racionais são homogêneas de grau zero, satisfazem a lei de Walras e têm matriz de Slutsky negativa semi-definida.
- Problema inverso: caso fosse possível partir de demandas observadas, o que é necessário impor a respeito de seu formato para torná-las compatíveis com o comportamento maximizador de utilidade? Se essas demandas possuem tais propriedades, podemos encontrar preferências que racionalizem essas demandas?

Resposta: as 3 condições são suficientes para a existência de preferências racionais geradoras do comportamento.

Lei de Walras: Se um mercado com n mercado, n-1 estiverem em equilíbrio, o enésimo mercado também estará.