Eletricidade e Magnetismo I

4300270
1º semestre 2019
Período Noturno

11/4/2019

Roteiro de discussão 3 – Energia potencial e potencial elétrico

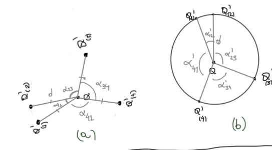
Soluções

01 Desde que a Força elétrica é conservativa, o trabalho realizado por ela independe do caminho. Seu valor depende apenas dos pontos inicial e final. Assim, como as 3 trajetórias tem os mesmos pontos inicial e final, o trabalho realizado pela força elétrica é o mesmo nas 3 trajetórias. ∎

02 Não é verdadeira porque nem toda força é conservativa. Exemplo: a força de atrito não é conservativa e, portanto, a ela não está associado uma energia potencial. ∎

03 Significa que o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ idepende da trajetória. Assim, $\vec{F}$ é conservativa. ∎

04 Veja que a energia de interação entre a carga Q e as 4 cargas Q', $Q \leftrightarrow Q'$, é a mesma em ⓐ e em ⓑ. Assim, devemos impor que a separação angular entre as cargas Q' seja a mesma nas duas situações ⓐ e ⓑ. Veja um exemplo:

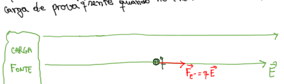


$$\boxed{\text{Energia de interação em (a)} = \text{Energia de interação em (b)}} \iff$$

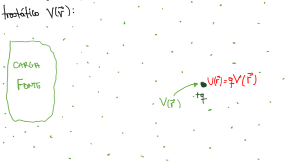
$$\iff \boxed{\begin{aligned} \alpha_{12} &= \alpha'_{12} \\ \alpha_{23} &= \alpha'_{23} \\ \alpha_{34} &= \alpha'_{34} \\ \alpha_{41} &= \alpha'_{41} \end{aligned}}$$ ∎

05 Falso. Esta é uma energia de interação (ligação/configuração), portanto, é mais preciso falar que esta é uma energia do sistema constituído pela carga Q e pela distribuição (contínua ou descontínua) que caracteriza o potencial elétrico no ponto $\vec{r}$. ∎

06 O potencial elétrico é uma medida da existência de carga elétrica no espaço que a envolve. Portanto, independe da existência de outra carga neste espaço. A energia potencial elétrica, por sua vez, é caracteriza pela interação de, pelo menos, duas cargas. É interessante salientar o paralelismo entre os conceitos de Potencial/energia e campo/força: a interação eletrostática é caracterizada vetorialmente pela força elétrica que uma carga de prova "q" sente quando no interior de um campo elétrico $\vec{E}$



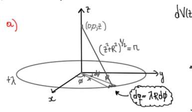
ou escalarmente pela energia potencial eletrostática (de interação) que uma carga de prova q sente quando no interior de um potencial eletrostático $V(\vec{r})$:



∎

07 Não necessariamente. O potencial elétrico é definido a menos de uma constante aditiva, de sorte que a quantidade relevante (qtde física) é a diferença de potencial. Um contra-exemplo é o potencial elétrico no centro de um anel uniformemente carregado, que não é nulo, muito embora o campo elétrico o seja. ∎

08 a)



$$dV(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$$

$$\Rightarrow V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\lambda R d\phi}{(z^2+R^2)^{1/2}}$$

$$\Rightarrow V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R}{(z^2+R^2)^{1/2}}2\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{(R^2+z^2)^{1/2}}}$$

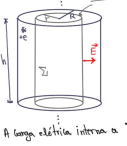
b) $U(a) = QV(a) \Rightarrow \boxed{U(a) = \frac{\lambda Q}{2\varepsilon_0}\frac{R}{(R^2+a^2)^{1/2}}}$

c) Não. Esta é a energia de interação apenas entre o anel e a carga Q. Não levamos em conta a energia para formar o anel carregado em si ou a carga puntiforme, dita, auto-energia correspondente. ∎

09 Vamos seguir os seguintes passos:

1) Determinar o campo elétrico $\vec{E}$ para $r \leq R$;
2) Usar a definição de potencial elétrico $V(\vec{r}) = -\int_{\theta}^{\vec{r}}\vec{E}\cdot d\vec{l}$, em que "θ" é uma origem arbitrária.

1) Lancemos mão na Lei de Gauss, com gaussiana sendo uma superfície cilíndrica com mesmo eixo principal do cilindro carregado.



Pelos mesmos argumentos do problema do fio de comprimento infinito, constatamos que o campo elétrico tem direção radial. Assim, o fluxo de $\vec{E}$ sobre a base da gaussiana é nulo, de sorte que

$$\oint_{\Sigma_1}\vec{E}\cdot d\vec{a} = \int_{\text{LATERAL}}\vec{E}\cdot d\vec{a} = E(r)\cdot 2\pi r h.$$

A carga elétrica interna a Σ_1 é $Q_{int} = \rho\cdot\pi r^2\cdot h$. Assim,

$$\oint_{\Sigma}\vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r)\cdot 2\pi r h = \rho\cdot\pi r^2 h/\varepsilon_0$$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}r} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\vec{r}} \qquad 0 \leq r \leq R$$

2) $$V\left(\frac{R}{2}\right) - V(R) = -\int_{\theta}^{R/2}\vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{l} - \left(-\int_{\theta}^{R}\vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{l}\right) \qquad d\vec{l}$$

$$= \int_{R/2}^{R}\vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{l} = \int_{R/2}^{R}\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}\cdot\left(dr\hat{r} + r d\phi\hat{\phi} + dz\hat{z}\right)$$

$$= \rho/3\varepsilon_0\int_{R/2}^{R}r dr = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2}\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right) = \frac{\rho}{8\varepsilon_0}R^2$$