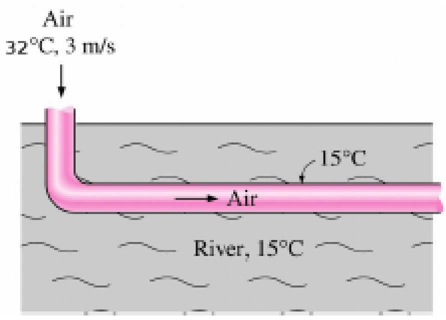
Lista de exercícios resolvidos 12 – Convecção forçada em escoamento interno

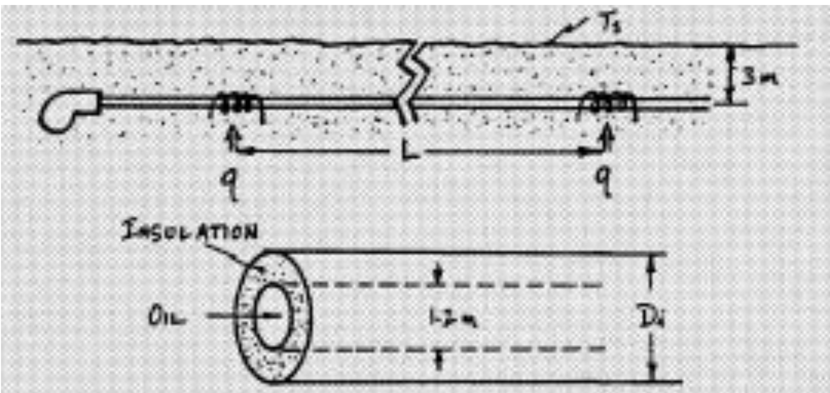
1- Uma casa construída à beira de um rio deve ser resfriada no verão utilizando a água fria do rio, que escoa a uma temperatura média de 15 °C. Um trecho de 15 m de comprimento de um duto circular de 20 cm de diâmetro passa através da água. O ar entra a 32 °C na seção do duto submersa com uma velocidade de 3 m/s. Considerando que a superfície do duto esteja na temperatura da água e desprezando o comprimento de entrada necessário para desenvolvimento, determine:



a. A temperatura do ar na seção de saída.
b. Repita o item anterior considerando agora que uma camada de depósito mineral [k = 5 W/(m·K)] de 1 mm de espessura média formou-se sobre a superfície interna do duto.

2- Um hidrocarboneto líquido entra em um tubo de 2,5 cm de diâmetro e de 5,0 m de comprimento. A temperatura de entrada do líquido é de 20 °C e a temperatura da parede do tubo é de 60 °C. As propriedades médias do líquido são c = 2,0 kJ/(kg·K); μ = 0,01 Pa·s; e ρ = 900 kg/m³. Para uma vazão de 1200 kg/h, a temperatura de saída do líquido é medida como sendo 30 °C. Estime a temperatura de saída do líquido quando a vazão for reduzida a 400 kg/h.

3- Uma tubulação longa de 1,2 m de diâmetro externo para o transporte de óleo será instalada no Alasca. Para evitar que o óleo se torne muito viscoso para o bombeamento, a tubulação será enterrada 3 m abaixo da superfície. O óleo também será aquecido periodicamente em estações de bombeamento, como esquematizado na figura a seguir. A tubulação de óleo será revestida por um isolamento de espessura t e condutividade térmica de 0,05 W/(m·K). O engenheiro responsável pela instalação das estações de bombeamento especificou que a queda de temperatura do óleo ao longo de uma distância de 100 km não deve exceder 5 °C quando a temperatura de superfície do solo for de –40 °C. A temperatura da tubulação após cada processo de aquecimento será de 120 °C e a vazão mássica na tubulação igual a 500 kg/s. As propriedades do óleo são: massa específica ρ_o = 900 kg/m^3, condutividade térmica k_o = 0,14 W/(m·K), viscosidade cinemática $\nu_o = 8{,}5 \times 10^{-4}$ m^2/s e calor específico c_o = 2 kJ/(kg·K). O solo sob as condições árticas é seco, tendo condutividade térmica k_s = 0,35 W/(m·K). Calcule a espessura de isolamento necessária para satisfazer as especificações do engenheiro. *Dado extra:* o calor transferido por condução através de um meio homogêneo de condutividade k entre uma superfície isotérmica com temperatura T_s e um cilindro horizontal de comprimento L e temperatura T_c, enterrado com seu eixo a uma distância z abaixo da superfície é dado por $q = kS(T_s – T_c)$, onde $S = \dfrac{2pL}{\cosh^{-1}(2z/D)}$.



4- Um tubo de parede delgada, com diâmetro de 6 mm e comprimento de 20 m, é usado para transportar gases de exaustão de uma chaminé até o laboratório, em um prédio próximo, para análise. Os gases entram no tubo a 200 °C e a uma vazão mássica de 0,003 kg/s. Ventos de outono, a uma temperatura de 15 °C, sopram em direção cruzada ao tubo a uma velocidade de 5 m/s. Considerando as propriedades termofísicas dos gases de exaustão iguais às do ar:

a. Calcule o coeficiente de transferência de calor médio para os gases de exaustão escoando no interior do tubo;
b. Calcule o coeficiente global de transferência de calor, U;
c. Calcule a temperatura dos gases de exaustão quando eles chegam ao laboratório.

PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
Profs. Bruno Carmo e Antonio Luiz Pacífico

Soluções da Lista de Exercicios 12

1) Admite-se tubo delgado e tal forma que seu diâmetro interno seja de 20 cm.

a. Justamente por não ser conhecida a temperatura do ar na seção de saída, $T_{m,s}$, deve-se assumir um valor para determinação das propriedades. Assumindo $T_{m,s} = 22\,°\mathrm{C}$, segue-se que,

$$\overline{T}_m = \frac{T_{m,e} + T_{m,s}}{2} = \frac{32 + 22}{2} = 27\,°\mathrm{C} = 300\,\mathrm{K}$$

Da tabela de propriedades para o ar: $\rho = 1{,}1614\,\mathrm{kg/m^3}$; $k = 0{,}0263\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$; $\nu = 15{,}89 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $c_p = 1007\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$; e $Pr = 0{,}707$. Calculando Re_D:

$$Re_D = \frac{\bar{V} D}{\nu} = 37760$$

Admite-se que, por ser turbulento, o comprimento de entrada é pequeno se comparado ao comprimento total. Assim, para escoamento turbulento termicamente desenvolvido:

$$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{0,8} Pr^{0,3} = 95{,}1$$

$$\bar{h} = \frac{Nu_D k_f}{D} = 12{,}5\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

A vazão mássica de ar escoando pelo tubo é:

$$\dot{m} = \rho \bar{V} \frac{\pi D^2}{4} = 1{,}1614 \times 3 \times \frac{\pi}{4} \times 0{,}2^2 = 0{,}1095\,\mathrm{kg/s}$$

Finalmente, calcula-se $T_{m,s}$:

$$T_{m,s} = T_s - (T_s - T_{m,e})\, \mathrm{e}^{\left(-\frac{\pi D L \bar{h}}{\dot{m} c_p}\right)} = 20{,}8\,°\mathrm{C}$$

Assim, o novo valor de $\overline{T}_m$ será:

$$\overline{T}_m = \frac{32 + 20{,}8}{2} + 273 = 299{,}4\,\mathrm{K}$$

Que, por ser muito próximo do valor anterior (300 K), da-se por satisfatória a resposta obtida:

$$T_{m,s} = 20{,}8\,°\mathrm{C}$$

b. O enunciado diz que é o tubo quem fica na mesma temperatura da água (15 °C). Assim, ao haver um depósito de mineral sobre a superfície interna do tubo, a temperatura de contato entre o ar e a superfície interna deste mineral será diferente de 15 °C, devido à resistência térmica do mineral. Deve-se, portanto, estimar um coeficiente global de transferência de calor entre T_s e $T_m(x)$, havendo ai duas resistências térmicas a serem consideradas: a condutiva no mineral e a convectiva do ar interno de tal modo que, ao final, se possa escrever:

$$T_{m,s} = T_s - (T_s - T_{m,e})\, \mathrm{e}^{\left(-\frac{\pi D_i L U_i}{\dot{m} c_p}\right)}$$

onde D_i e U_i referem-se à superfície interna no mineral, $D_i = D - 2t = 200 - 21 = 198\,\text{mm}$.

$$U_i = \frac{1}{\dfrac{1}{\bar{h}_i} + \dfrac{r_i}{k_m} \ln \dfrac{r_o}{r_i}}$$

onde $r_i = D_i/2 = 99\,\text{mm}$; $r_o = D/2 = 100\,\text{mm}$; $k_m = 5\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}$. $\bar{h}_i$ deve ser determinado por procedimento semelhante ao do item (a).

Assumindo mesma $T_{m,s}$ inicial do item (a), $\overline{T}_m = 300\,\text{K}$: $\rho = 1{,}1614\,\text{kg/m}^3$; $k = 0{,}0263\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}$; $\nu = 15{,}89 \times 10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}$; $c_p = 1007\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$; e $\Pr = 0{,}707$. Calculando Re_D:

$$Re_{D_i} = \frac{\bar{V} D_i}{\nu} = 37382$$

Admite-se que, por ser turbulento, o comprimento de entrada é pequeno se comparado ao comprimento total. Assim, para escoamento turbulento termicamente desenvolvido:

$$Nu_{D_i} = 0{,}023 Re_{D_i}^{0{,}8} Pr^{0{,}3} = 94{,}3$$

$$\bar{h}_i = \frac{Nu_{D_i} k}{D_i} = 12{,}4\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

A vazão mássica de ar escoando pelo tubo é:

$$\dot{m} = \rho \bar{V} \frac{\pi D_i^2}{4} = 1{,}1614 \times 3 \times \frac{\pi}{4} \times 0{,}198^2 = 0{,}1073\,\text{kg/s}$$

$$U_i = \frac{1}{\dfrac{1}{12{,}4} + \dfrac{0{,}099}{5} \times \ln \dfrac{0{,}1}{0{,}099}} = 12{,}37\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Observe que o valor de $U_i \cong \bar{h}_i$. Isto significa que, o gradiente de temperatura que se estabelece na parede mineral é desprezível! Mesmo assim, continuando a solução:

$$T_{m,s} = 15 - (15 - 32) \times \mathrm{e}^{\left(-\frac{\pi \times 0{,}198 \times 15 \times 12{,}37}{0{,}1073 \times 1007}\right)}$$

$$T_{m,s} = 20{,}8\,^\circ\text{C}$$

Assim, a resposta obtida confirma que a presença do mineral é desprezível para a troca de calor.

2) Admite-se: condições de regime permanente; temperatura da superfície do tubo uniforme; perdas de calor para a vizinhança desprezíveis; propriedades termofísicas constantes (para as duas condições de vazão)

Igualando balanço de energia com lei de resfriamento de Newton, tem-se:

$$\dot{m} c (T_{m,s} - T_{m,e}) = h \pi D L \Delta T_{lm}$$

A seguir, designa-se por condição 1 a vazão de 1200 kg/h e condição 2 a vazão de 400 kg/h.

Assim,

$$\Delta T_{lm,1} = \frac{(T_s - T_{m,s,1}) - (T_s - T_{m,e})}{\ln\left(\dfrac{T_s - T_{m,s,1}}{T_s - T_{m,e}}\right)} = \frac{(60-30)-(60-20)}{\ln\left(\dfrac{60-30}{60-20}\right)} = 34{,}76\,^\circ\text{C}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{\dot{m}_1 c (T_{m,s,1} - T_{m,e})}{\pi D L \Delta T_{lm}} = \frac{(1200/3600)\times 2000 \times (30-20)}{\pi \times 0{,}025 \times 5 \times 34{,}76} = 488{,}38\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$$

$$Re_1 = \frac{4\dot{m}_1}{\pi D \mu} = \frac{4\times(1200/3600)}{\pi \times 0{,}025 \times 0{,}01} = 1698$$

$$Re_2 = \frac{4\dot{m}_2}{\pi D \mu} = \frac{4\times(400/3600)}{\pi \times 0{,}025 \times 0{,}01} = 566$$

Como os escoamentos são laminares em ambas as condições e o comprimento de entrada hidrodinâmico ($D0{,}05Re$) vale 2,1 m e 0,7 m para as condições 1 e 2, respectivamente. Como estes valores são significativos frente a magnitude de $L = 5$ m (principalmente na condição 1), segue-se que a correlação de Sieder e Tate é a mais recomendável para cálculo do número de Nusselt[1]:

$$\overline{Nu} = 1{,}86\left(\frac{RePr}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14}$$

Note, agora, que somente Re varia entre as condições 1 e 2. Isso sugere que:

$$\frac{\overline{Nu}_2}{\overline{Nu}_1} = \left(\frac{Re_2}{Re_1}\right)^{1/3} \therefore \frac{\bar{h}_2}{\bar{h}_1} = \left(\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1}\right)^{1/3}$$

$$\bar{h}_2 = 488{,}38 \times \left(\frac{400}{1200}\right)^{1/3} = 338{,}63\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$$

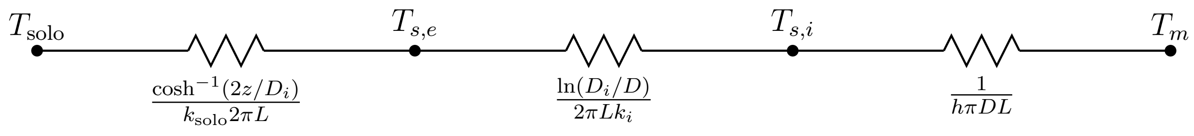
Voltando ao balanço:

$$(400/3600)\times 2000 \times (T_{m,s,2} - 20) = 338{,}63 \times \pi \times 0{,}025 \times 5 \times \frac{(60 - T_{m,s,2}) - (60-20)}{\ln\left(\dfrac{60 - T_{m,s,2}}{60-20}\right)}$$

Cuja solução é:

$$T_{m,s,2} = 37{,}8\,^\circ\text{C}$$

3) Trata-se de um caso de convecção forçada em escoamento interno, com temperatura externa constante (T_s). Na transferência de calor que acontece entre o óleo e a superfície do solo não existe conversão de energia, sendo assim, podemos usar a analogia elétrica no seguinte circuito térmico:



onde T_{solo}, $T_{s,e}$, $T_{s,i}$ e T_m são, respectivamente, as temperaturas da superfície do solo, na super-

[1] Não se pode analisar o comprimento de entrada térmico, uma vez que não se conhece o valor de Pr.

fície externa da tubulação (já com o isolamento), na superfície interna da tubulação e média do óleo. As condutividades térmicas do solo e do isolante são designadas por k_{solo} e k_i, z é a distância do solo ao centro do tubo, D_i o diâmetro externo da tubulação com isolante, D o diâmetro interno da tubulação, L o comprimento da tubulação entre os pontos de aquecimento e h o coeficiente de película da convecção interna entre o óleo e a parede do tubo. A resistência referente à condução através do solo foi obtida usando a equação fornecida:

$$q = k_{\text{solo}} S (T_{\text{solo}} - T_{s,e}) \quad \Rightarrow \quad R_{\text{cond, solo}} = \frac{1}{k_{\text{solo}} S} = \frac{\cosh^{-1}(2z/D_i)}{k_{\text{solo}} 2\pi L}$$

Como se trata de um caso com temperatura externa constante, sendo R_{tot} a resistência total equivalente, $\dot{m}$ a vazão mássica de óleo, $T_{m,e}$ a temperatura média na entrada da tubulação e $T_{m,s}$ a temperatura média na saída da tubulação, vale a equação:

$$-\frac{1}{\dot{m} c_o R_{\text{tot}}} = \ln\left(\frac{T_{\text{solo}} - T_{m,s}}{T_{\text{solo}} - T_{m,e}}\right) \tag{1}$$

Para o caso limite de queda de temperatura, $T_{m,s} = T_{m,e} - 5 = 120 - 5 = 115\,^\circ\text{C}$. Neste caso, o valor de R_{tot} pode ser obtido substituindo-se os valores dados no enunciado na eq. (1),

$$R_{\text{tot}} = -\frac{1}{\dot{m} c_o \ln\left(\frac{T_{\text{solo}} - T_{m,s}}{T_{\text{solo}} - T_{m,e}}\right)} = -\frac{1}{500 \times 2000 \times \ln\left(\frac{-40-115}{-40-120}\right)} = 3{,}150 \times 10^{-5}\,\text{K/W}$$

A resistência total é a soma das resistências do circuito acima,

$$R_{\text{tot}} = \frac{\cosh^{-1}(2z/D_i)}{k_{\text{solo}} 2\pi L} + \frac{\ln(D_i/D)}{2\pi L k_i} + \frac{1}{h\pi D L}. \tag{2}$$

Além do valor de R_{tot} calculado acima, conhecemos também os valores de $z = 3\,\text{m}$, $k_{\text{solo}} = 0{,}35\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}$, $L = 10^5\,\text{m}$, $D = 1{,}2\,\text{m}$ e $k_i = 0{,}05\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}$ que foram dados no enunciado. Para ser possível calcular D_i, resta então determinar h. Começamos calculando o número de Reynolds do escoamento:

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \nu_o \rho_o} = \frac{4 \times 500}{\pi \times 1{,}2 \times 8{,}5 \times 10^{-4} \times 900} = 693 < 2100 \quad \Rightarrow \quad \text{escoamento laminar}$$

A correlação para escoamento laminar plenamente desenvolvido com temperatura externa constante fornece $Nu_D = 3{,}66$. Sendo assim, o valor de h é

$$h = \frac{Nu_D k_o}{D} = \frac{3{,}66 \times 0{,}14}{1{,}2} = 0{,}427\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

Multiplicando todos os termos da eq. (2) por πL, e substituindo os valores numéricos das variáveis,

$$9{,}986 = \frac{\cosh^{-1}(6/D_i)}{0{,}7} + \frac{\ln(D_i/1{,}2)}{0{,}1} + 1{,}952 \quad \Rightarrow \quad 5{,}561 = \cosh^{-1}(6/D_i) + 7\ln(D_i/1{,}2)$$

$$\ln(D_i/1{,}2) = \frac{5{,}561 - \cosh^{-1}(6/D_i)}{7} \quad \Rightarrow \quad D_i = 1{,}2 \times \mathrm{e}^{\left(\frac{5{,}561 - \cosh^{-1}(6/D_i)}{7}\right)}$$

Resolvendo de forma iterativa, obtemos $D_i = 2{,}076\,\mathrm{m}$. Portanto, a espessura de isolamento é

$$e = \frac{D_i - D}{2} = \frac{2{,}076 - 1{,}2}{2} = 0{,}438\,\mathrm{m}$$

4) a. Por não ser conhecida a temperatura dos gases na seção de saída, $T_{m,s}$, deve-se assumir um valor para determinação das propriedades. Assumindo $T_{m,s} = 15\,°\mathrm{C}$, segue-se que,

$$\overline{T}_m = \frac{T_{m,e} + T_{m,s}}{2} = \frac{200 + 15}{2} = 107{,}5\,°\mathrm{C} = 380{,}5\,\mathrm{K}$$

Da tabela de propriedades para o ar (do enunciado: propriedades termofísicas dos gases de exaustão iguais às do ar): $c_p = 1012\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$; $k = 0{,}0323\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$; $\mu = 221{,}6 \times 10^{-7}\,\mathrm{Pa.s}$; e $\mathrm{Pr} = 0{,}694$. Calculando Re_D:

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0{,}003}{\pi \times 0{,}006 \times 221{,}6 \times 10^{-7}} = 28730$$

$$\overline{Nu}_D = 0{,}023 Re_D^{0{,}8} Pr^{0{,}3} = 0{,}023 \times (28730)^{0{,}8} \times 0{,}694^{0{,}3} = 76$$

$$\bar{h}_i = \frac{\overline{Nu}_D k_f}{D_i} = \frac{76 \times 0{,}0323}{0{,}006} = 409\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

b. Para avaliação das propriedades do ar em escoamento cruzado ao lado externo do tubo, não se conhece a temperatura superficial do tubo, nem se pode admitir que esta seja constante. Assim, a opção mais adequada é avaliar tais propriedades à temperatura do ar externo, $T_\infty = 15\,°\mathrm{C} = 288\,\mathrm{K}$: $k = 0{,}0253\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$; $\nu = 14{,}82 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $\mathrm{Pr} = 0{,}71$. Avaliando, agora, o coeficiente de transferência de calor por convecção externo:

$$Re_D = \frac{V_\infty D}{\nu} = \frac{5 \times 0{,}006}{14{,}82 \times 10^{-6}} = 2024$$

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 22{,}95$$

$$\bar{h}_e = \frac{\overline{Nu}_D k_f}{D} = \frac{22{,}95 \times 0{,}0253}{0{,}006} = 96{,}8\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

Admitindo que a resistência térmica do tubo (parede) é desprezível, dada sua baixa espessura, segue-se que:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\bar{h}_i} + \frac{1}{\bar{h}_e} = \frac{1}{409} + \frac{1}{96{,}8}$$

$$U = 78{,}3\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

c. Utilizando a equação para distribuição de temperatura de mistura na condição de temperatura superficial uniforme, neste caso sendo T_∞ a referência para temperatura constante e U o coeficiente de transferência de calor:

$$\frac{T_\infty - T_{m,s}}{T_\infty - T_{m,2}} = \mathrm{e}^{\left(-\frac{\pi D L U}{\dot{m} c_p}\right)}$$

$$\frac{15 - T_{m,s}}{15 - 200} = \mathrm{e}^{\left(-\frac{\pi \times 0{,}006 \times 20 \times 78{,}3}{0{,}003 \times 1012}\right)}$$
$$T_{m,s} = 15{,}011\,^{\circ}\mathrm{C} = 15\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Logo o valor utilizado inicialmente para esta temperatura foi uma excelente aproximação.