Lista de exercícios resolvidos 11 – Convecção Externa Forçada

1- Uma placa de circuito impresso de 15 cm × 15 cm, dissipando uniformemente 20 W de potência, é resfriada por ar a 20 °C, soprado a 6 m/s paralelamente à placa e uma de suas arestas. Ignorando qualquer transferência de calor na superfície inferior da placa, determinar a temperatura no bordo de fuga da superfície que contém os componentes eletrônicos. Assumir o escoamento como sendo turbulento sobre toda a placa, já que os componentes eletrônicos atuam como promotores de turbulência.

2- Ar a 15 °C escoa a 1,8 m/s sobre uma placa plana de 0,6 m de comprimento. A placa fornece um fluxo superficial constante de 420 W/m² para o ar, porém em sua superfície, por razões de segurança, não se pode ultrapassar uma temperatura de 110 °C. Pergunta-se:
(a) A superfície da placa será danificada em algum ponto? Justifique.
(b) Qual é a temperatura média superficial da placa?

3- Um anemômetro de fio quente consiste de um fio de platina com 5 mm de comprimento e 5 µm de diâmetro. A sonda é operada em corrente constante de 0,03 A. A resistividade elétrica da platina é 17 µΩ·cm a 20 °C e aumenta 0,385% deste valor por °C. Se a tensão no fio for 1,75 volts, estime a velocidade do ar que escoa através do fio se a temperatura da corrente livre de ar for 20 °C. Despreze a transferência de calor por radiação e por condução a partir do fio.

4- O terminal esférico de um instrumento subaquático utilizado para produzir sons e para medir condições na água possui um diâmetro de 85 mm e dissipa uma potência elétrica de 300 W sob forma de calor.
(a) Estime a temperatura da superfície do terminal quando imerso em uma baía onde a correnteza é de 1 m/s e a temperatura da água é de 15 °C.
(b) Inadvertidamente, o terminal é retirado da água e exposto ao ar ambiente sem ser desenergizado. Estime a temperatura da superfície do terminal se a temperatura do ar é de 15 °C e a velocidade do vento é 3 m/s.

PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
Professores Bruno Carmo e Antonio Pacífico

Soluções da Lista de Exercícios 11

1) Do enunciado deduz-se que se trata de um problema com fluxo de calor constante na superfície da placa e camada limite (CL) turbulenta sobre toda a placa (desde o bordo de ataque). Como se trata de encontrar a temperatura da superfície no bordo de fuga ($x = L$, como L sendo o comprimento da placa na direção do escoamento), conclui-se que a correlação apropriada é a de Nu_x (local) para CL turbulenta a fluxo de calor constante: $\mathrm{Nu}_x = 0{,}0308.\mathrm{Re}_x^{4/5}.\mathrm{Pr}^{1/3}$.

Para tanto é necessário o conhecimento de T_f no cálculo das propriedades físicas do ar, mas T_f depende da temperatura superficial que é a pergunta do exercício. Assim, o exercício é iterativo.

1. Assume-se uma valor para $T_s(x = L) = T_s(L)$ e calcula-se $T_f = [T_s(L) + T_\infty]/2$;
2. Consulta-se as propriedades do fluido nas tabelas apropriadas para o valor de T_f;
3. Calcula-se $\mathrm{Re}_{x=L} = \mathrm{Re}_L = u_\infty.L/\nu$, com $u_\infty = 6\,\mathrm{m/s}$ e $L = 0{,}15\,\mathrm{m}$;
4. Calcula-se $\mathrm{Nu}_{x=L} = \mathrm{Nu}_L = 0{,}0308.\mathrm{Re}_L^{4/5}.\mathrm{Pr}^{1/3}$ e $h_{x=L} = h_L = \mathrm{Nu}_L.k/L$;
5. Calcula-se $T_s(L)$ via $\dot{q}''_{x=L} = \dot{q}''_L = h_L.[T_s(L) - T_\infty]$, com $\dot{q}''_L = 20/(0{,}15.0{,}15) = 888{,}89\,\mathrm{W/m^2}$;
6. Compare-se o novo valor de $T_s(L)$ com o anterior e decide-se por reiterar ou não, mediante um valor de erro absoluto aceitável: erro $= |T_s^i(L) - T_s^{i+1}(L)|$, onde i é o número da iteração.

Adotando-se $T_s(L) = 40\,°\mathrm{C}$ como valor inicial e erro $< 0{,}2\,°\mathrm{C}$, os resultados abaixo resumem os valores encontrados de acordo com o procedimento descrito.

Iteração 1: $T_s(L) = 40\,°\mathrm{C}$; $T_f = 30\,°\mathrm{C} = 303\,\mathrm{K}$; $k = 26{,}52 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/m.K}$; $\nu = 16{,}19 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $\mathrm{Pr} = 0{,}707$; $\mathrm{Re}_L = 5{,}56 \times 10^4$; $\mathrm{Nu}_L = 171{,}56$; $h_L = 30{,}33\,\mathrm{W/m^2.K}$; $T_s(L) = 49{,}31\,°\mathrm{C}$; erro $= 9{,}31\,°\mathrm{C}$.

Iteração 2: $T_s(L) = 49{,}31\,°\mathrm{C}$; $T_f = 34{,}66\,°\mathrm{C} = 307{,}66\,\mathrm{K}$; $k = 26{,}87 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/m.K}$; $\nu = 16{,}66 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $\mathrm{Pr} = 0{,}706$; $\mathrm{Re}_L = 5{,}40 \times 10^4$; $\mathrm{Nu}_L = 167{,}52$; $h_L = 30{,}01\,\mathrm{W/m^2.K}$; $T_s(L) = 49{,}62\,°\mathrm{C}$; erro $= 0{,}31\,°\mathrm{C}$.

Iteração 3: $T_s(L) = 49{,}62\,°\mathrm{C}$; $T_f = 34{,}81\,°\mathrm{C} = 307{,}81\,\mathrm{K}$; $k = 26{,}88 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/m.K}$; $\nu = 16{,}68 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $\mathrm{Pr} = 0{,}706$; $\mathrm{Re}_L = 5{,}40 \times 10^4$; $\mathrm{Nu}_L = 167{,}52$; $h_L = 30{,}01\,\mathrm{W/m^2.K}$; $T_s(L) = 49{,}62\,°\mathrm{C}$; erro $\cong 0\,°\mathrm{C}$.

Portanto,

$$T_s(L) = 49{,}6\,°\mathrm{C}$$

Observe que o resultado só poderia ser mais refinado caso a tabela de propriedades apresentasse maior discretização. Na tabela utilizada (A.4), o passo na temperatura é de 50 K.

2) A avaliação da temperatura de filme, neste caso, é feita para condição de uma temperatura superficial média, uma vez que na condição de fluxo de calor constante na superfície da placa, sua temperatura será variável. Assim, inicialmente, escolhe-se $\overline{T}_s = 85$ °C. Logo,

$$T_f = \frac{85+15}{2} = 50 \text{ °C} = 323 \text{ K}$$

cujas propriedades termofísicas do ar correspondentes à esta temperatura são: $\nu = 18{,}20 \times 10^{-6}$ m^2/s; Pr $= 0{,}704$; e $k = 28{,}00 \times 10^{-3}$ W/(m.K).

Para troca de calor por convecção sobre placas planas com fluxo superficial de calor constante, a temperatura máxima da superfície se dá exatamente no bordo de fuga da placa. Assim, a verificação sobre à integridade da placa ser mantida ou não, passa pelo cálculo de $T_{x=L}$. No caso específico deste exercício, para que esta integridade seja mantida, $T_{x=L} \leqslant 110$ °C.

$$\Delta T_{max} = \Delta T_{x=L} = \frac{\dot{q}''.L}{k.\mathrm{Nu}_{x=L}}$$

Avaliando $\mathrm{Re}_{x=L}$ para se conhecer o regime de escoamento no bordo de fuga da placa:

$$\mathrm{Re}_{x=L} = \frac{U_\infty.L}{\nu} = \frac{1{,}8.0{,}6}{18{,}20 \times 10^{-6}} = 59341 \therefore \text{ Esc. Laminar}$$

Assim,

$$\Delta T_{max} = \frac{\dot{q}''.L}{k.0{,}453.\mathrm{Re}_{x=L}^{1/2}.\mathrm{Pr}^{1/3}} = \frac{420.0{,}6}{28{,}00 \times 10^{-3}.0{,}453.59341^{1/2}.0{,}704^{1/3}} = 91{,}68 \text{ °C}$$

O que significa que,

$$T_{x=L} = T_{max} = T_\infty + \Delta T_{max} = 15 + 91{,}68 = 106{,}68 \text{ °C}$$

Que é menor que 110 °C e portanto a superfície não será danificada, a princípio. Entretanto, como inicialmente foi admitido uma valor médio para temperatura superfial de 85 °C, cabe agora encontrar este valor de maneira mais precisa e, então, calcular as respostas corretas, após iterações. A diferença de temperatura média entre superfície e corrente livre ("free stream") do fluido é dada por:

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L (T_s - T_\infty).dx = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L \frac{\dot{q}''.x}{k.0{,}453.\sqrt{U_\infty/\nu}.\mathrm{Pr}^{1/3}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{\dot{q}''.L}{k.0{,}6795.\mathrm{Re}_L^{1/2}.\mathrm{Pr}^{1/3}}$$

Substituindo os dados e propriedades físicas para primeira estimativa de $\overline{T}_s = 85$ °C (acima), resulta:

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{420.0{,}6}{28 \times 10^{-3}.0{,}6795.59341^{1/2}.0{,}704^{1/3}} = 61{,}12 \text{ °C}$$

Logo,

$$\overline{T}_s = 76{,}12 \text{ °C}$$

Reiterando: $T_f = (76{,}12 + 15)/2 = 45{,}56$ °C $= 318{,}56$ K, cujas propriedades são: $\nu = 17{,}76 \times$

10^{-6} m^2/s; Pr = 0,704; e k = 27,67 × 10^{-3} W/(m.K). Com estes dados: $\mathrm{Re}_{x=L}$ = 60811; ΔT_{max} = 91,65 °C ⇒ T_{max} = 106,65 °C; e $\overline{(T_s - T_\infty)}$ = 61,10 °C, que é praticamente o mesmo do primeiro passo de cálculos. Portanto, pode-se admitir como respostas:

a. A superfície da placa não será danificada em nenhum ponto pois $T_{max} = T_{x=L}$ = 106,65 °C < 110 °C.

b. A temperatura média superficial da placa é $\overline{T}_s$ = 76,12 °C.

3) Ar: $T_\infty = 20\,°\mathrm{C}$.

Fio (cilindro): $L = 5\,\mathrm{mm}$, $D = 5\,\mu\mathrm{m}$, $I = 0{,}03\,\mathrm{A}$, $U = 1{,}75\,\mathrm{V}$, $\rho = 17\times10^{-8}[1+0{,}00385(T_s-20)]$

$$U = IR = I\frac{\rho L}{\frac{\pi D^2}{4}} \quad\Rightarrow\quad 1{,}75 = 0{,}03 \times \frac{17\times10^{-8}\times[1+0{,}00385\times(T_s-20)]\times0{,}005}{\frac{\pi\times(5\times10^{-6})^2}{4}}$$

$$1 + 0{,}00385\times(T_s - 20) = 1{,}347 \quad\Rightarrow\quad T_s = 110\,°\mathrm{C}$$

Balanço de energia:

$$\bar{h}(\pi D L)(T_s - T_\infty) = UI \quad\Rightarrow\quad \bar{h} = \frac{1{,}75\times0{,}03}{\pi\times5\times10^{-6}\times5\times10^{-3}\times(110-20)} = 7427\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$$

$T_f = \dfrac{110+20}{2} = 65\,°\mathrm{C} = 338\,\mathrm{K}$. Nesta temperatura, as propriedades do ar são:

$$\nu = 19{,}71\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s},\quad k_f = 29{,}1\times10^{-3}\,\mathrm{W/(m\cdot K)},\quad Pr = 0{,}702$$

Pela definição do número de Nusselt, obtemos: $\overline{Nu}_D = \dfrac{\bar{h}D}{k_f} = \dfrac{7427\times5\times10^{-6}}{29{,}1\times10^{-3}} = 1{,}276$

A correlação para cilindro fornece:

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1+(0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad\Rightarrow\quad Re_D = 4{,}07 \quad \left(\text{Obtido com procedimento iterativo.}\right)$$

$$V_\infty = \frac{Re_D \nu}{D} = \frac{4{,}07\times19{,}7\times10^{-6}}{5\times10^{-6}} = 16{,}03\,\mathrm{m/s}$$

4) Por falta de informações a respeito consideram-se desprezíveis as trocas líquidas por radiação para o terminal (esfera). Assim, em ambos os casos (a ou b) o balanço de energia será o mesmo para a esfera como volume de controle:

$$\dot{E}_e + \dot{E}_g = \dot{E}_s + \dot{E}_{arm}$$

onde $\dot{E}_e = 0$; $\dot{E}_g = \dot{P}_{eletrica}$ (dado do exercício); $\dot{E}_s = \dot{Q}_{conv}$ (o corpo rejeita calor por convecção para o ar ou água, fazendo a hipótese aqui de que $T_s > T_\infty$); e $\dot{E}_{arm} = 0$ (considera-se condição de regime permamente). Assim,

$$\dot{P}_{eletrica} = h.A_s.(T_s - T_\infty) \text{ (I)}$$

onde são conhecidos $\dot{P}_{eletrica} = 300\,\mathrm{W}$; $A_s = 4.\pi.R^2 = 4.\pi.(0{,}085/2)^2 = 22{,}698 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$; e $T_\infty = 15$ °C (tanto para a água, caso a, como para o ar, caso b). Os valores das propriedades avaliadas à T_∞ são:
Para a água: $\mu = 1{,}138 \times 10^{-3}\,\mathrm{N.s/m^2}$; $\rho = 999{,}4\,\mathrm{kg/m^3}$ $\mathrm{Pr} = 8{,}06$; e $k = 0{,}5948\,\mathrm{W/(m.K)}$.
Para o ar: $\mu = 17{,}86 \times 10^{-6}\,\mathrm{N.s/m^2}$; $\rho = 1{,}226\,\mathrm{kg/m^3}$ $\mathrm{Pr} = 0{,}710$; e $k = 25{,}34 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/(m.K)}$.
O número de Reynolds para cada um dos fluidos é calculado a seguir.

$$\mathrm{Re}_{D,\text{água}} = \frac{\rho.U_\infty.D}{\mu} = \frac{999{,}4.1.0{,}085}{1{,}138 \times 10^{-3}} = 74648$$

$$\mathrm{Re}_{D,\text{ar}} = \frac{\rho.U_\infty.D}{\mu} = \frac{1{,}226.3.0{,}085}{17{,}86 \times 10^{-6}} = 17504{,}5$$

Para o cálculo de h e T_s finais, o procedimento é (i representa o passo, i.e., número da iteração):

1. Estima-se um valor inicial para T_s^i;
2. Avalia-se a viscosidade μ_s^i;
3. Calcula-se o número de Nusselt:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D^i = 2 + \left[0{,}4.(\mathrm{Re}_D)^{1/2} + 0{,}06.(\mathrm{Re}_D)^{2/3}\right] \cdot (\mathrm{Pr})^{0{,}4} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s^i}\right)^{1/4} \quad \text{(II)}$$

4. Calcula-se o coeficiente de transferência de calor por convecção:

$$h^i = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}_D^i.k}{D}$$

5. Calcula-se T_s^{i+1} na Eq. (I);
6. Compara-se T_s^{i+1} com T_s^i e repete-se o processo até convergência.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados para o caso a (esfera na água) e b (esfera no ar), respectivamente:

i	T_s^i (°C)	$\mu_s^i.10^3$ (N.s/m^2)	$\overline{\mathrm{Nu}}_D^i$	h^i [W/(m^2.K)]	T_s^{i+1} (°C)
1	77	0,365	662,3	4634,5	17,85
2	17,85	1,059	508,0	3554,8	18,72
3	18,72	1,038	510,5	3572,3	**18,70**

Tabela 1 – Resultados para o caso a: esfera imersa em água com $U_\infty = 1$ m/s.

Portanto pode-se tomar como respostas finais:

i	T_s^i (°C)	$\mu_s^i.10^6$ (N.s/m^2)	$\overline{\text{Nu}}_D^i$	h^i [W/(m^2.K)]	T_s^{i+1} (°C)
1	127	23,01	78,42	23,38	580,3
2	580,3	38,52	69,18	20,62	656,0
3	656,0	40,58	68,31	20,36	664,2
4	664,2	40,79	68,23	20,34	**664,8**

TABELA 2 – Resultados para o caso b: esfera imersa em ar com $U_\infty = 3$ m/s.

esfera imersa em água com $U_\infty = 1$ m/s:

$$T_s = 18{,}70\ °\text{C} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$

esfera imersa em ar com $U_\infty = 3$ m/s:

$$T_s = 664{,}8\ °\text{C} \qquad \boxed{\textbf{1,5 pt}}$$