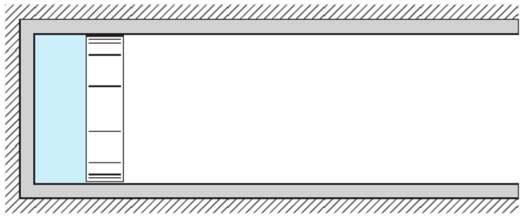
Lista de exercícios resolvidos 06 – 2ª Lei para Sistemas

1- Um quilograma de ar contido em um conjunto cilindro-pistão passa por um processo de um estado inicial, onde T_1 = 300 K e v_1 = 0,8 m^3/kg, até um estado final, onde T_2 = 420 K e v_2 = 0,2 m^3/kg. Este processo pode ocorrer adiabaticamente? Em caso afirmativo, determine o trabalho para um processo adiabático entre esses estados. Em caso negativo, determine o sentido da transferência de calor.

2- O conjunto cilindro–pistão mostrado na figura contém ar. Inicialmente, o volume da câmara é 10 cm³ e o ar apresenta temperatura e pressão iguais a 1380 K e 15 MPa. A área da seção transversal do pistão é 5 cm². O pistão é, então, liberado e quando está na iminência de sair do cilindro, a pressão do ar na câmara é igual a 200 kPa. Admitindo que o conjunto esteja isolado e o processo seja reversível, determine:



a. O comprimento do cilindro;
b. O trabalho realizado pelo ar no processo.

3- Um tanque rígido apresenta uma resistência elétrica no seu interior e contém 2 kg de ar. Inicialmente, a pressão e temperatura a no ar são iguais a 200 kPa e 20 °C. A temperatura do ambiente também é 20 °C. O circuito elétrico da resistência é fechado e esta passa a ser alimentada com uma corrente elétrica. Após certo intervalo de tempo, o trabalho elétrico que cruzou a fronteira definida pelas paredes do tanque é igual a 100 kJ e a temperatura do ar atinge 80 °C. Isto é possível? Justifique sua resposta.

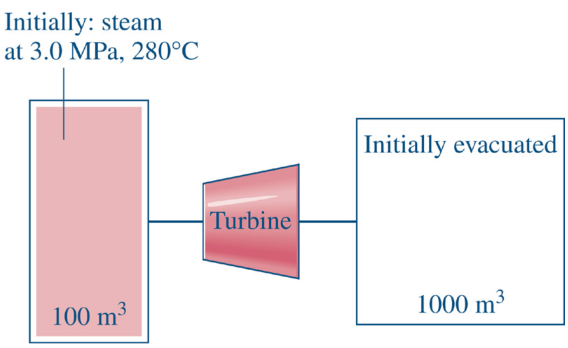
4- Uma barra metálica de comprimento L, massa m e calor específico c, isolada em sua superfície lateral, se encontra em contato em uma de suas extremidades com uma parede à temperatura T_H e na outra extremidade com uma parede à temperatura T_C. A temperatura inicial ao longo da barra varia linearmente com a posição z, de acordo com

$$T(z) = T_H - \left(\frac{T_H - T_C}{L}\right) z$$

A barra tem, então, suas extremidades isoladas e eventualmente atinge um estado final de equilíbrio em que a temperatura é T_f. Determine:

a. A temperatura T_f em termos de T_H e T_C;
b. A quantidade de entropia gerada.

5- Como mostrado na figura, uma turbina está localizada entre dois tanques. Inicialmente o tanque menor contém vapor d’água a 3,0 MPa, 280 °C, e o tanque maior se encontra evacuado. Permite-se que o vapor escoe do tanque menor através da turbina e para o interior do tanque maior até que o equilíbrio seja atingido. Se o calor trocado com a vizinhança pode ser desprezado, determine o trabalho teórico máximo que pode ser produzido.



PME3398 – Fundamentos de Termodinâmica e Transferência de Calor
Professores Bruno Carmo e Antonio Pacífico

Soluções da Lista de Exercícios 06

1) Sistema ($m = 1\,\mathrm{kg}$). Substância: ar (gás ideal, $R = 0{,}287\,\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$, calores específicos variáveis). Variações de energia cinética e potencial desprezíveis.

2ª Lei: $S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0$ (processo adiabático)

Estado 1: $T_1 = 300\,\mathrm{K}$: $s_1^0 = 6{,}86926\,\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$; $v_1 = 0{,}8\,\mathrm{m^3/kg}$

$$p_1 = \frac{RT_1}{v_1} = \frac{0{,}287 \times 300}{0{,}8} = 107{,}6\,\mathrm{kPa}$$

Estado 2: $T_2 = 420\,\mathrm{K}$: $s_2^0 = 7{,}20875\,\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$; $v_2 = 0{,}2\,\mathrm{m^3/kg}$:

$$p_2 = \frac{R.T_2}{v_2} = \frac{0{,}287 \times 420}{0{,}2} = 607{,}7\,\mathrm{kPa}$$

$$S_2 - S_1 = m\left[s_2^0 - s_1^0 - R\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right] = 1 \times \left[7{,}20875 - 6{,}86926 - 0{,}287 \times \ln\left(\frac{602{,}7}{107{,}6}\right)\right]$$

$$S_2 - S_1 = -0{,}155\,\mathrm{kJ/K} \rightarrow \textbf{impossível!}$$

Para que o processo possa ocorrer: $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \leq -0{,}155\,\mathrm{kJ/K}$, ou seja, δQ tem que ser negativo. Assim,

Calor deve ser transferido do sistema, $\delta Q < 0$

2) Sistema. Substância: ar (gás ideal, $R = 0{,}287\,\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$, calores específicos variáveis). Variações de energia cinética e potencial desprezíveis.

Do enunciado: sistema isolado $\Rightarrow {}_1Q_2 = 0$; processo reversível + adiabático (sistema isolado) $\Rightarrow$ processo isentrópico ($s_2 = s_1$).

Estado 1: $T_1 = 1380\,\mathrm{K}$, $p_1 = 15\,\mathrm{MPa}$

Interpolando na tabela A.7: $u_1 = 1095{,}2\,\mathrm{kJ/kg}$ e $p_{r1} = 341{,}27$.

$$m = \frac{p_1\cancel{V}_1}{RT_1} = \frac{15000 \times 10 \times 10^{-6}}{0{,}287 \times 1380} = 3{,}787 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg}$$

Estado 2: $p_2 = 200\,\mathrm{kPa}$

Como o processo é isentrópico: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{p_{r2}}{p_{r1}} \quad \Rightarrow \quad p_{r2} = \dfrac{p_2}{p_1}p_{r1} = \dfrac{200}{15000} \times 341{,}27 = 4{,}5503$

Interpolando na tabela, encontramos $T_2 = 447{,}1\,\mathrm{K}$ e $u_2 = 320{,}85\,\mathrm{kJ/kg}$.

$$\cancel{V}_2 = \cancel{V}_1\frac{T_2p_1}{T_1p_2} = 10 \times \frac{447{,}1 \times 15000}{1380 \times 200} = 242{,}99\,\mathrm{cm^3}$$

Respondendo às perguntas:

a. No estado 2 o comprimento do cilindro, L_2, pode ser calculado por,

$$L_2 = \frac{\cancel{V}_2}{A_p} = \frac{242{,}99}{5} = 48{,}6\,\text{cm}$$

b. Da 1^a Lei da Termodinâmica para sistemas, $U_2 - U_1 = {}_1Q_2 - {}_1W_2$. Com ${}_1Q_2 = 0$, segue que:

$${}_1W_2 = m\,(u_1 - u_2) = 3{,}787 \times 10^{-4} \times (1095{,}2 - 320{,}85) = 0{,}2932\,\text{kJ} = 293{,}2\,\text{J}$$

3) Considera-se a resistência com massa desprezível e, assim, o sistema constituído pela massa de ar somente.

Sistema. Substância: ar (gás ideal, $R = 0{,}287\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, calores específicos variáveis). Variações de energia cinética e potencial desprezíveis.

<u>Estado 1</u>: $p_1 = 200\,\text{kPa}$, $T_1 = 20\,°\text{C} = 293\,\text{K}$: $u_1 = 209{,}236\,\text{kJ/kg}$, $s^0_{T_1} = 6{,}845458\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$.

<u>Estado 2</u>: $T_2 = 80\,°\text{C} = 353\,\text{K}$: $u_2 = 252{,}483\,\text{kJ/kg}$, $s^0_{T_2} = 7{,}032597\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$.

Como $\cancel{V}_1 = \cancel{V}_2$: $\quad \dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad p_2 = \dfrac{p_1 T_2}{T_1} = \dfrac{200 \times 353}{293} = 241\,\text{kPa}$

Da 1^a Lei: $\quad {}_1Q_2 = m\,(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = 2 \times (252{,}483 - 209{,}236) - 100 = -13{,}506\,\text{kJ}$

Variação da entropia específica do ar:

$$s_2 - s_1 = s^0_2 - s^0_1 - R\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 7{,}0322597 - 6{,}845458 - 0{,}287 \times \ln\left(\frac{241}{200}\right) = 0{,}133619\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$$

Balanço de entropia:

$$S_2 - S_1 = \frac{{}_1Q_2}{T_{amb}} + {}_1\sigma_2 \quad \Rightarrow \quad {}_1\sigma_2 = m\,(s_2 - s_1) - \frac{{}_1Q_2}{T_{amb}}$$

$${}_1\sigma_2 = S_{ger} = 2 \times 0{,}133619 - \frac{(-13{,}506)}{293} = 0{,}313\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} > 0 \quad \Rightarrow \quad \textbf{O processo é possível!}$$

4) Sistema. Substância: sólido com calor específico c. Efeitos de energia cinética e potencial desprezíveis.

1ª Lei: $\cancel{{}_1Q_2} - \cancel{{}_1W_2} = U_2 - U_1 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta U = 0$

2ª Lei: $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\cancel{\delta Q}}{T} + {}_1\sigma_2 \qquad \Rightarrow \qquad {}_1\sigma_2 = \Delta S$

a. Cada elemento infinitesimal da barra dz muda sua temperatura de $T(z)$ para T_f, contribuindo assim para a mudança da energia interna total

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}m\,c[T_f - T(z)] = (\rho A \mathrm{d}z)c[T_f - T(z)]$$

Integrando para toda a barra:

$$\Delta U = \int_0^L (\rho A \mathrm{d}z) c [T_f - T(z)] = \rho A c \int_0^L \left[T_f - T_H + \left(\frac{T_H - T_C}{L} \right) z \right] \mathrm{d}z$$

$$\Delta U = \rho A c \left[(T_f - T_H) z + \left(\frac{T_H - T_C}{L} \right) \frac{z^2}{2} \right]_0^L = \rho A c L \left[(T_f - T_H) + \left(\frac{T_H - T_C}{2} \right) \right]$$

Como, pela 1ª Lei, $\Delta U = 0$, então

$$\left[(T_f - T_H) + \left(\frac{T_H - T_C}{2} \right) \right] = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T_f = \frac{(T_H + T_C)}{2}$$

b. A variação de entropia devida a cada elemento infinitesimal da barra dz é

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}m\, c \ln \left(\frac{T_f}{T(z)} \right) = (\rho A \mathrm{d}z) c \ln \left(\frac{T_f}{T(z)} \right)$$

Integrando para toda a barra:

$$\Delta S = \rho A c \int_0^L [\ln T_f - \ln T(z)]\ \mathrm{d}z = \rho A c \left\{ (\ln T_f) L - \int_0^L [\ln T(z)]\ \mathrm{d}z \right\}$$

Usando a distribuição de temperatura dada, podemos fazer uma mudança de variável para a integração:

$$\mathrm{d}T = -\left(\frac{T_H - T_C}{L} \right) \mathrm{d}z \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{d}z = -\left(\frac{L}{T_H - T_C} \right) \mathrm{d}T$$

Calculando a integral:

$$\int_0^L [\ln T(z)]\, \mathrm{d}z = \int_{T_H}^{T_C} (\ln T) \left(\frac{-L}{T_H - T_C} \right) \mathrm{d}T = \frac{L}{(T_H - T_C)} \int_{T_C}^{T_H} \ln T\, \mathrm{d}T = \frac{L}{(T_H - T_C)} [T \ln T - T]_{T_C}^{T_H}$$

$$\int_0^L [\ln T(z)]\, \mathrm{d}z = \frac{L}{(T_H - T_C)} [(T_H \ln T_H - T_H) - (T_C \ln T_C - T_C)] = L \left[\frac{T_H \ln T_H}{T_H - T_C} - \frac{T_C \ln T_C}{T_H - T_C} - 1 \right]$$

Assim:

$$_1\sigma_2 = \Delta S = \rho A c \left\{ (\ln T_f) L - L \left[\frac{T_H \ln T_H}{T_H - T_C} - \frac{T_C \ln T_C}{T_H - T_C} - 1 \right] \right\}$$

$$_1\sigma_2 = m c \left[1 + \ln \left(\frac{T_H + T_C}{2} \right) + \frac{T_C \ln T_C}{T_H - T_C} - \frac{T_H \ln T_H}{T_H - T_C} \right]$$

5) Sistema (tanque da esquerda + tanque da direita + turbina). Substância: água (tabelas). Efeitos de energia cinética e potencial desprezíveis. Volume da tubulação e da turbina desprezíveis frente ao volume dos tanques.

1ª Lei: $\cancel{_1Q_2} - {_1W_2} = U_2 - U_1 \qquad \Rightarrow \qquad {_1W_2} = m(u_1 - u_2)$

2ª Lei: $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\cancel{\delta Q}}{T} + {_1\sigma_2} \qquad \Rightarrow \qquad {_1\sigma_2} = m(s_2 - s_1)$

Estado 1: $p_1 = 3\,\text{MPa}$, $\cancel{V}_1 = \cancel{V}_{\text{esq}} = 100\,\text{m}^3$, $T_1 = 280\,°\text{C} \rightarrow$ vapor superaquecido.

tabelas: $v_1 = 0{,}07692\,\text{m}^3/\text{kg}$, $u_1 = 2707{,}63\,\text{kJ/kg}$, $s_1 = 6{,}4382\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$

$$m = \frac{\cancel{V}_1}{v_1} = \frac{100}{0{,}07692} = 1300\,\text{kg}$$

Estado 2: $\cancel{V}_2 = \cancel{V}_{\text{esq}} + \cancel{V}_{\text{dir}} = 100 + 1000 = 1100\,\text{m}^3$, $v_2 = \cancel{V}_2/m = 1100/1300 = 0{,}8461\,\text{m}^3/\text{kg}$

Olhando a expressão da 1ª Lei, verificamos que maximizar ${}_1W_2$ implica em minimizar u_2. Como um aumento de s significa um aumento de u (a entropia aumenta com o aumento da energia interna), minimizar u_2 significa minimizar s_2. Olhando a expressão da 2ª Lei, $s_2 = \frac{{}_1\sigma_2}{m} + s_1$, ou seja, o valor mínimo de s_2 acontece para o valor mínimo de ${}_1\sigma_2$, que é uma grandeza não negativa e portanto tem valor mínimo ${}_1\sigma_2 = 0$. Assim, $s_2 = s_1 = 6{,}4382\,\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$.

Como temos duas propriedades termodinâmicas independentes para o estado final (v_2 e s_2) é possível determinar u_2. Entretanto, dada a forma como os dados estão dispostos na tabela esta não é uma tarefa simples. Primeiramente é preciso determinar a fase da substância. Por meio de uma inspeção geral nos dados da tabela, verifica-se que o estado é de saturação e a temperatura necessariamente menor do que 120 °C. Para achar a temperatura exata, é preciso que os valores de título calculados com o volume específico e com a entropia sejam iguais, isto é,

$$\frac{v_2 - v_l}{v_{lv}} = \frac{s_2 - s_l}{s_{lv}}$$

Tentando $T_2 = 120\,°\text{C}$:

$$\frac{v_2 - v_l}{v_{lv}} = \frac{0{,}8461 - 0{,}001060}{0{,}890800} = 0{,}949 \qquad \frac{s_2 - s_l}{s_{lv}} = \frac{6{,}4382 - 1{,}5275}{5{,}6020} = 0{,}877$$

Tentando $T_2 = 115\,°\text{C}$:

$$\frac{v_2 - v_l}{v_{lv}} = \frac{0{,}8461 - 0{,}001056}{1{,}035524} = 0{,}816 \qquad \frac{s_2 - s_l}{s_{lv}} = \frac{6{,}4382 - 1{,}4733}{5{,}7100} = 0{,}870$$

Como para 120 °C o título calculado com o volume específico é maior do que aquele calculado com a entropia e para 115 °C esta situação se inverte, concluímos que $115\,°\text{C} < T_2 < 120\,°\text{C}$. Fazemos então interpolações lineares para os valores de v_l, v_{lv}, s_l e s_{lv} para achar a temperatura que daria os títulos iguais. Chamando $y = \Delta T/5$:

$$\frac{0{,}8461 - [0{,}001056 + y(0{,}001060 - 0{,}001056)]}{1{,}035524 + y(0{,}890800 - 1{,}035524)} = \frac{6{,}4382 - [1{,}4733 + y(1{,}5275 - 1{,}4733)]}{5{,}7100 + y(5{,}6020 - 5{,}7100)}$$

Resolvendo para y (equação de 2º grau), sabendo que $0 \leq y \leq 1$,

$$y = 0{,}465429 \qquad \Rightarrow \qquad T_2 = 117{,}33\,°\text{C}, \qquad x_2 = 0{,}873$$

Para esta temperatura, $u_l = 492{,}16\,\text{kJ/kg}$ e $u_{lv} = 2034{,}13\,\text{kJ/kg}$. Calculando u_2:

$$u_2 = 492{,}16 + 0{,}873 \times 2034{,}13 = 2267{,}96\,\text{kJ/kg}$$

O trabalho teórico máximo é, então: ${}_1W_2 = 1300 \times (2707{,}63 - 2267{,}96) = 571{,}57\,\text{MJ}$