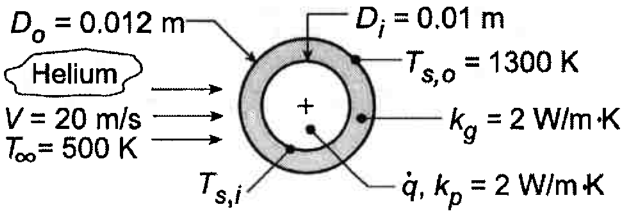
Um reator de gases de alta temperatura possui elementos combustíveis à base de óxido de urânio de formato esférico, nos quais há aquecimento volumétrico uniforme. Cada elemento combustível encontra-se revestido por uma casca esférica de grafite, que é resfriada pelo escoamento de gás hélio a 1 atm. Considere condições de regime estacionário nas quais os efeitos radiantes podem ser desprezados, a velocidade e a temperatura do gás são de $V = 20$ m/s e $T_\infty = 500$ K, os diâmetros da partícula e da casca são de $D_i = 10$ mm e $D_e = 12$ mm, e a temperatura da superfície externa da casca é de $T_{s,e} = 1300$ K. O óxido de urânio e grafite possuem condutividade térmica $k_p = 2$ W/(m·K).



a) Qual é a taxa de transferência de calor para a corrente de gás a partir de uma única partícula?
b) Qual é a taxa volumétrica de geração térmica na partícula e qual é a temperatura na interface entre a partícula e o grafite ($T_{s,i}$)?
c) Obtenha uma expressão para a distribuição radial de temperaturas, $T(r)$, na partícula, apresentando o seu resultado em termos da temperatura no centro da partícula, $T(0)$. Calcule $T(0)$ para as condições especificadas.

(a) $u \equiv$ urânio (óxido); $g \equiv$ grafite

Da tabela A-4, He a $T_\infty = 500$ K, 1 atm: $\nu = 290 \times 10^{-6}$ m²/s; $k = 0{,}22$ W/m.K ; $Pr = 0{,}67$; $\mu = 283 \times 10^{-7}$ Pa.s; $\mu_s (T_{s,o} = 1300\,K) = 592 \times 10^{-7}$ Pa.s (por extrapolação!)

$$Re_D = \frac{U_\infty . D_e}{\nu} = \frac{20 . 0{,}012}{290 \times 10^{-6}} = 828$$

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0{,}4 . Re_D^{1/2} + 0{,}06 . Re_D^{2/3}) . Pr^{0{,}4} . (\mu / \mu_s)^{1/4} = 13{,}9$$

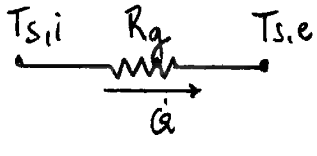
$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_D . k}{D_e} = \frac{13{,}9 . 0{,}22}{0{,}012} = 255 \text{ W/m}^2.\text{K}$$

$$\dot{Q} = \bar{h} . A_s . (T_{s,e} - T_\infty) = 255 . \pi . (0{,}012)^2 . (1300 - 500)$$

$$\boxed{\dot{Q} = 92{,}2 \text{ W}}$$

(b) $$\dot{q}''' = \frac{\dot{Q}}{\forall} = \frac{6 . \dot{Q}}{\pi . D_i^3} = \frac{6 . 92{,}2}{\pi . (0{,}01)^3} \Rightarrow \boxed{\dot{q}''' = 1{,}76 \times 10^8 \text{ W/m}^3}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R_g} \Rightarrow T_{s,i} = T_{s,e} + \frac{\dot{Q}}{4 . \pi . k_g} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right)$$



$$T_{s,i} = 1300 + \frac{92{,}2}{4.\pi.2}\left(\frac{1}{0{,}005} - \frac{1}{0{,}006}\right) \Rightarrow \boxed{T_{s,i} = 1422{,}3\ K}$$

(c) Eq. da difusão do calor (1D, RP): $\frac{k_u}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) + \dot{q}''' = 0$

Integrando 2x: $T(r) = -\frac{\dot{q}'''}{6.k_u}.r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$

$$\text{C.C.} \begin{cases} r = 0 \Rightarrow dT/dr = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \\ r = r_i \Rightarrow T(r) = T_{s,i} \Rightarrow C_2 = T_{s,i} + (\dot{q}'''/6k_u).r_i^2 \end{cases}$$

Portanto,

$$T(r) = T_{s,i} + \frac{\dot{q}'''}{6.k_u}(r_i^2 - r^2) \quad (I)$$

$$T(0) = T(r=0) = T_0 = T_{s,i} + \frac{\dot{q}'''}{6.k_u}.r_i^2 \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I)

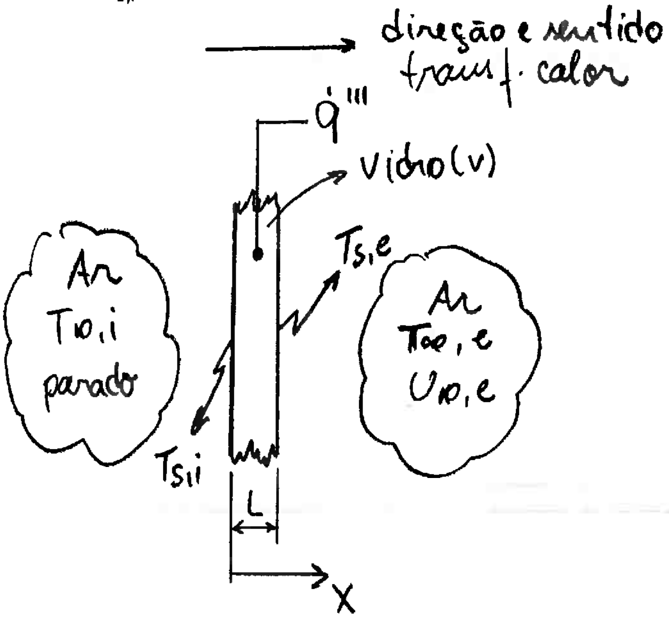
$$\boxed{T(r) = T_0 - \frac{\dot{q}'''}{6.k_u}.r^2}$$

Usando (II):

$$T_0 = 1422{,}3 + \frac{1{,}76\times10^8}{6.2}.(0{,}005)^2$$

$$\boxed{T_0 = 1789\ K}$$

A janela traseira vertical de um automóvel é quadrada com lado $H = 0{,}5$ m e possui uma espessura $L = 8$ mm. O vidro contém fios aquecedores formando uma malha fina que podem induzir um aquecimento volumétrico praticamente uniforme. Considere condições de regime estacionário, nas quais a superfície interna da janela está exposta ao ar quiescente a 10 °C, enquanto a superfície externa está exposta ao ar ambiente a –10 °C, movendo-se paralelamente à superfície com uma velocidade de 20 m/s. Determine a taxa volumétrica de aquecimento necessária para manter a superfície interna da janela a uma temperatura de $T_{s,i} = 15$ °C.



p/ vidro a 300 K: $K_v = 1{,}4\ W/m.K$

p/ ar interno: $T_{f,i} = \dfrac{T_{\infty,i} + T_{s,i}}{2} = 12{,}5\,°C$

$\nu_i = 14{,}6 \times 10^{-6}\ m^2/s$; $k_i = 2{,}51 \times 10^{-2}\ W/m.K$

$\alpha_i = 20{,}59 \times 10^{-6}\ m^2/s$; $\beta_i = 1/T_{f,i} = 3{,}503 \times 10^{-3}\ K^{-1}$

$Pr_i = 0{,}711$

p/ ar externo: $T_f \approx 0\,°C$

$\nu_e = 13{,}49 \times 10^{-6}\ m^2/s$; $k_e = 2{,}41 \times 10^{-2}\ W/m.K$

$Pr_e = 0{,}714$

A solução p/ trans. cal. 1D, RP, c/ geração é:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}'''}{2.K_v}.x^2 + C_1.x + C_2$$

p/ $x = 0 \Rightarrow T(x) = T_{s,i} \Rightarrow C_2 = T_{s,i}$

p/ $x = 0 \Rightarrow -K_v.\left.\dfrac{dT}{dx}\right)_{x=0} = \bar{h}_i.(T_{\infty,i} - T_{s,i}) \therefore C_2 = -\dfrac{\bar{h}_i}{K_v}(T_{\infty,i} - T_{s,i})$

Assim, $$T(x) = -\frac{\dot{q}'''}{2.K_v}.x^2 - \frac{\bar{h}_i}{K_v}.(T_{\infty,i} - T_{s,i}).x + T_{s,i} \qquad (I)$$

Na parede externa: $-K_v\left.\dfrac{dT}{dx}\right)_{x=L} = \bar{h}_e.(T_{s,e} - T_{\infty,e})$, assim, de (I):

$$-K_v\left.\frac{dT}{dx}\right)_{x=L} = -K_v.\left[-\frac{\dot{q}'''.L}{K_v} - \frac{\bar{h}_i.(T_{\infty,i} - T_{s,i})}{K_v}\right] = \dot{q}'''.L + \bar{h}_i.(T_{\infty,i} - T_{s,i})$$

Logo, $$\dot{q}'''.L + \bar{h}_i(T_{\infty,i} - T_{s,i}) = \bar{h}_e.(T_{s,e} - T_{\infty,e}) \qquad (II)$$

$$T_{s,e} = T(x=L) = -\frac{\dot{q}'''.L^2}{2.k_v} - \frac{\bar{h}_i.(T_{\infty,i}-T_{s,i}).L}{k_v} + T_{s,i} \quad (\mathrm{III})$$

Avaliando $\bar{h}_i$ e $\bar{h}_e$:

$$Ra_H = \frac{g.\beta_i.(T_{s,i}-T_{\infty,i}).H^3}{\nu_i.\alpha_i} = 7{,}137\times 10^7$$

$$\overline{Nu}_H = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387.Ra_H^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr_i)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 56$$

$$\bar{h}_i = \frac{\overline{Nu}_H.k_i}{H} = \frac{56.0{,}0251}{0{,}5} = 2{,}81\ W/m^2.K$$

$$Re_H = \frac{u_\infty.H}{\nu_e} = \frac{20.0{,}5}{13{,}49\times 10^{-6}} = 7{,}413\times 10^5$$

CL Mista

$$\overline{Nu}_H = (0{,}037.Re_H^{4/5} - 871).Pr^{1/3} = 864$$

$$\bar{h}_e = \frac{864.0{,}0241}{0{,}5} = 41{,}6\ W/m^2.K$$

Resolvendo (III):

$$T_{s,e} = -\frac{\dot{q}'''.(0{,}008)^2}{2.1{,}4} - \frac{2{,}81.(10-15)}{1{,}4}.0{,}008 + 15$$

$$T_{s,e} = -2{,}2857\times 10^{-5}.\dot{q}''' + 15{,}0803 \quad (\mathrm{IV})$$

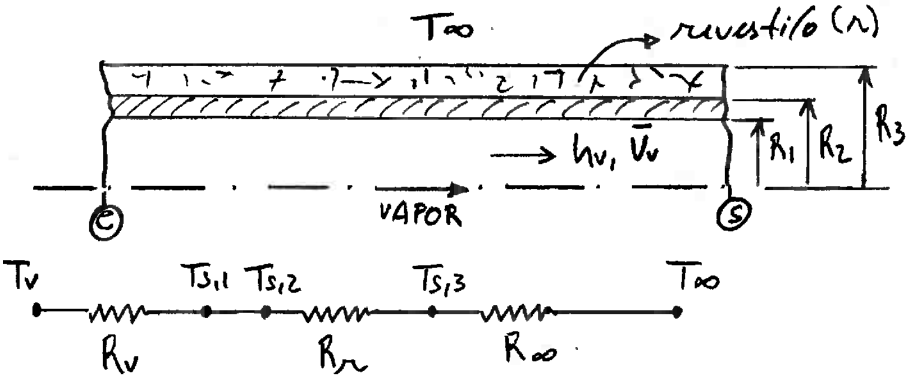
Substituindo (IV) em (II):

$$\dot{q}'''.0{,}008 + 2{,}81.(10-15) = 41{,}6.\left[-2{,}2857\times 10^{-5}.\dot{q}''' + 15{,}0803 - (-10)\right]$$

$$\therefore \boxed{\dot{q}''' = 118{,}1\ kW/m^3}$$

obs: $T_{s,e} = 12{,}4°C$ o que faz $T_{f,e} \approx 0$ quase certo. Talvez + uma iteração baste.

Vapor d'água saturado, a uma pressão absoluta de 4 bar e uma velocidade média de 3 m/s, escoa através de uma tubulação horizontal cujos diâmetros interno e externo são de 55 mm e 65 mm, respectivamente. O coeficiente de transferência de calor para o escoamento do vapor é de 11000 W/(m²·K). Se a tubulação está coberta por uma camada de isolamento térmico de magnésia a 85% com 25 mm de espessura e encontra-se exposta ao ar atmosférico a 25 °C, determine a taxa de transferência de calor por convecção natural para a sala por unidade de comprimento da tubulação. Se o vapor está saturado na entrada da tubulação, estime a sua qualidade (título) na saída de uma tubulação com 30 m de comprimento.



O enunciado não falou sobre o material do tubo. Assim, considera-se que seja bom condutor de calor com resistência térmica desprezível ⇒ $T_{s,1} = T_{s,2}$.

$$R_v' = \frac{1}{\pi . D_1 . h_v} \ ; \ R_r' = \frac{\ln(D_3/D_2)}{2.\pi.K_r}$$

$$R_\infty' = \frac{1}{\pi . D_3 . h_\infty}$$

Tabelas de vapor: $p_v = 4$ bar ⇒ $v_v = 0,46246\ m^3/kg$

$T_{sat} = 143,63°C$; $h_v = 2738,53\ kJ/kg$

$h_e = 604,73\ kJ/kg$.

Magnésia (revestilo) 85% ⇒ $K_r = 0,051\ W/m.K$ (a 310 K)

Assumindo $T_{s,3} = 60°C$ ⇒ $T_f = (60+25)/2 = 42,5°C$; $Pr_\infty = 0,705$;

$\nu_\infty = 17,4 \times 10^{-6}\ m^2/s$; $K_\infty = 0,0274\ W/m.K$; $\alpha_\infty = 24,7 \times 10^{-6}\ m^2/s$;

$\beta_\infty = 1/T_f = 3,17 \times 10^{-3}\ K^{-1}$

$$R_v' = \frac{1}{\pi . 0,055 . 11000} = 5,261 \times 10^{-4}\ m.K/W$$

$$R_r' = \frac{\ln[(65+2.25)/65]}{2.\pi.0,051} = 1,78\ m.K/W$$

$$Ra_{D_3} = \frac{g.\beta_\infty.(T_{s,3} - T_\infty).D_3^3}{\alpha_\infty . \nu_\infty} = 3,85 \times 10^6$$

$$\overline{Nu}_{D_3} = \left\{ 0,6 + \frac{0,387.(Ra_{D_3})^{1/6}}{[1+(0,559/Pr_\infty)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 21,4$$

$$h_\infty = \frac{\overline{Nu}_{D_3} \cdot k_\infty}{D_3} = \frac{21,4 \cdot 0,0274}{0,115} = 5,09\ W/m^2 \cdot K$$

$$R'_\infty = \frac{1}{\pi \cdot 0,115 \cdot 5,09} = 0,5438\ m \cdot K/W$$

$$R'_{tot} = R'_v + R'_r + R'_\infty = 2,3243\ m \cdot K/W$$

$$\dot{q}' = \frac{T_v - T_\infty}{R'_{tot}} = \frac{143,63 - 25}{2,3243} \Rightarrow \boxed{\dot{q}' = 51\ W/m}$$

$$T_{s,3} = T_\infty + \frac{\dot{q}'}{h_\infty \cdot \pi \cdot D_3} = 53°C \neq \text{"chute" inicial} \Rightarrow \text{reiterar!}$$

$$\dot{m}_v = \frac{\overline{V}_v \cdot A_1}{v_v} = \frac{3 \cdot (\pi/4) \cdot (0,055)^2}{0,46246} = 0,0154\ kg/s$$

$$\dot{q}' \cdot L = \dot{m}(h_s - h_e) \Rightarrow -51 \cdot 30 = 0,0154(h_s - 2738,53 \times 10^3)$$

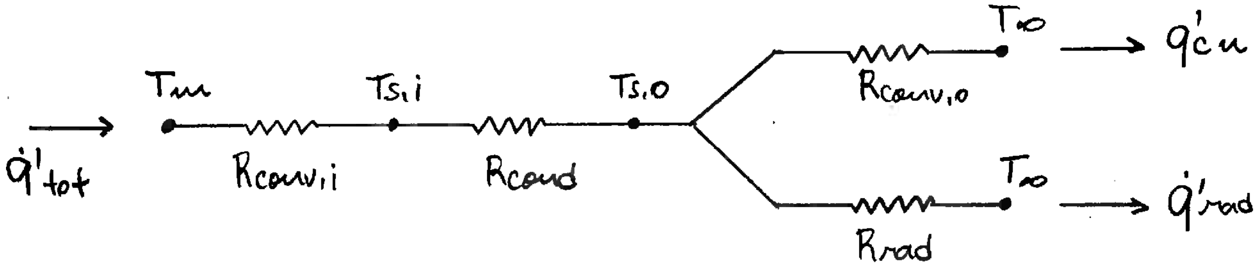
$$h_s = 2639,18\ kJ/kg$$

$$X_s = \frac{h_s - h_e}{h_v - h_e} = \frac{2639,18 - 604,73}{2738,53 - 604,73} \Rightarrow \boxed{X_s = 0,953}$$

Obs: desconsiderou-se a perda de carga na tubulação.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR: MODOS COMBINADOS

Calcule a taxa de perda de calor por metro numa tubulação metálica de pequena espessura e 10 cm de diâmetro interno por onde escoa água líquida a 200 °C a uma velocidade de 3 m/s. A tubulação está coberta por uma camada de 5 cm de espessura de isolamento de magnésia 85%, cuja superfície externa tem emissividade de 0,5. O calor é transferido para a área circundante a 20 °C por convecção natural e radiação.



$\dot{q}'_{tot} = \dot{q}'_{cn} + \dot{q}'_{rad}$ (cn ≡ convecção natural)

$$\frac{T_m - T_{s,o}}{\dfrac{1}{h_i.\pi.D_i} + \dfrac{\ln(D_o/D_i)}{2.\pi.K_{iso}}} = h_o.\pi.D_o(T_{s,o} - T_\infty) + \varepsilon.\sigma.\pi.D_o.(T_{s,o}^4 - T_\infty^4) \quad (I)$$

Em (I) são desconhecidos: h_i, h_o e $T_{s,o}$.

Convecção interna: água líquida, $T_m = 200°C = 473\,K$

$\rho = 864{,}7\ Kg/m^3$; $K = 0{,}6649\ W/m.K$; $\mu = 1{,}339 \times 10^{-4}\ Pa.s$; $Pr = 0{,}911$

$$Re = \frac{\rho\,\bar{V}.D}{\mu} = \frac{864{,}7\ 3.0{,}1}{1{,}339 \times 10^{-4}} = 1{,}937 \times 10^6 \text{ (turbulento)}$$

$$Nu_D = 0{,}023.Re^{0{,}8}.Pr^{0{,}3} = 2395$$

$$h_i = \frac{Nu_D.K}{D} = \frac{2395.0{,}6649}{0{,}1} \Rightarrow h_i = 15926\ W/m^2.K$$

Convecção externa natural: Estima-se $T_f = 300\,K$ (assim assumia-se $T_{s,o} = 307\,K = 34°C$):

$\beta = 1/T_f = 3{,}333 \times 10^{-3}\ K^{-1}$; $\alpha = 2{,}25 \times 10^{-5}\ m^2/s$; $\nu = 1{,}589 \times 10^{-5}\ m^2/s$;
$K = 0{,}0263\ W/m.K$; $Pr = 0{,}707$

$$\overline{Nu}_D = \left\{0{,}6 + \frac{0{,}387 \cdot Ra_D^{1/6}}{\left[1+(0{,}559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 28{,}43$$

com $Ra_D = \dfrac{g \cdot \beta \cdot (T_{s,o} - T_\infty) D_o^3}{\nu \cdot \alpha} = 1{,}023 \times 10^7 \quad (D_o = 0{,}2\ m)$

$$h_o = \frac{\overline{Nu}_D \cdot k}{D_o} = 3{,}739\ W/m^2 \cdot K$$

$k_{iso} = 0{,}058\ W/m \cdot K$ (tabela p/ 390K, temp média entre T_m e $T_{s,o}$ estimado).

Voltando à Eq. (I):

$$\frac{473 - T_{s,o}}{\dfrac{1}{15926 \cdot \pi \cdot 0{,}1} + \dfrac{\ln(0{,}2/0{,}1)}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}058}} = 3{,}739 \cdot \pi \cdot 0{,}2 \cdot (T_{s,o} - 293) + 0{,}5 \cdot 5{,}67 \times 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0{,}2 \cdot (T_{s,o}^4 - 293^4)$$

$$\therefore 6{,}195 \times 10^{-9} \cdot T_{s,o}^4 + T_{s,o} - 371{,}6 = 0 \Rightarrow T_{s,o} = 312{,}5\ K$$

Este novo valor de $T_{s,o}$ difere em 1,6% do inicial/e estimado (307 K). O que, portanto, pode-se assumir como definitivo. Assim:

$$\dot{q}'_{tot} = \frac{T_m - T_{s,o}}{\dfrac{1}{h_i \cdot \pi \cdot D_i} + \dfrac{\ln(D_o/D_i)}{2 \cdot \pi \cdot k_{iso}}} = \frac{473 - 312{,}5}{\dfrac{1}{15926 \cdot \pi \cdot 0{,}1} + \dfrac{\ln(0{,}2/0{,}1)}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}058}}$$

$$\boxed{\dot{q}'_{tot} = 84{,}4\ W/m}$$