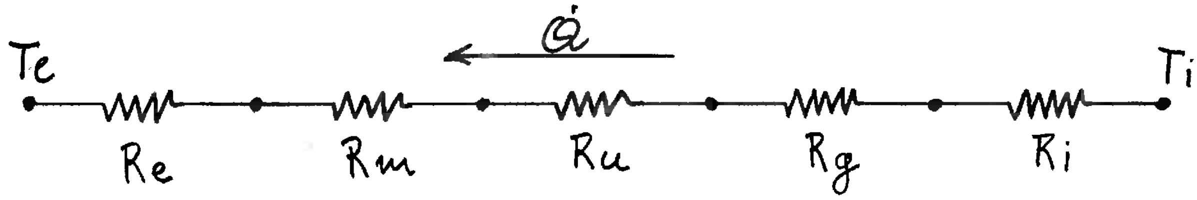
TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E SEM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

As paredes externas de um edifício são compostas por três camadas: uma placa de gesso ($k_g = 0{,}17$ W/(m·K)) com 10 mm de espessura, espuma de uretano ($k_u = 0{,}026$ W/(m·K)) com 50 mm de espessura, e uma madeira macia ($k_m = 0{,}12$ W/(m·K)) com 10 mm de espessura. Em um dia típico de inverno, as temperaturas do ar nos lados externo e interno da parede são de −15 °C e 20 °C, respectivamente., com os correspondentes coeficientes de transferência de calor por convecção iguais a 15 W/(m²·K) e 5 W/(m²·K).

a) Qual a carga de aquecimento necessária para um seção de 1 m² da parede?
b) Qual a carga de aquecimento necessária se a parede composta for substituída por uma janela de vidro ($k_v = 1{,}4$W/(m·K)) com 3 mm de espessura?
c) Qual a carga de aquecimento necessária se a parede composta for substituída por uma janela dupla, com duas lâminas de vidro de 3 mm de espessura separadas por um espaço de 5 mm contendo ar estagnado ($k_a = 0{,}0263$W/(m·K))?

(a)



$$R_{tot} = R_e + R_m + R_u + R_g + R_i$$

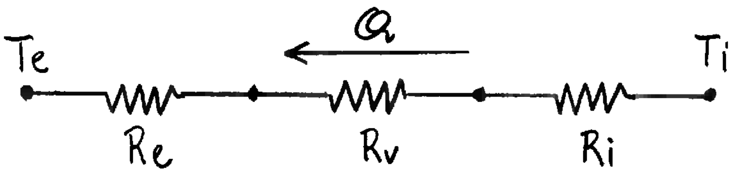
$$R_{tot} = \frac{1}{h_e . A} + \frac{L_m}{K_m . A} + \frac{L_u}{K_u . A} + \frac{L_g}{K_g . A} + \frac{1}{h_i . A}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{1}\left(\frac{1}{15} + \frac{0{,}01}{0{,}12} + \frac{0{,}05}{0{,}026} + \frac{0{,}01}{0{,}17} + \frac{1}{5}\right)$$

$$R_{tot} = 2{,}33 \ K/W$$

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R_{tot}} = \frac{20-(-15)}{2{,}33} \Rightarrow \boxed{\dot{Q} = 15 W}$$

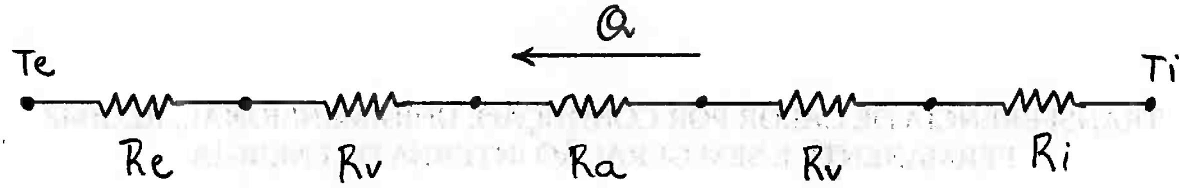
(b)



$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R_{tot}} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{A}\left(\frac{1}{h_e} + \frac{L_v}{K_v} + \frac{1}{h_i}\right)} = \frac{20-(-15)}{\frac{1}{1}\left(\frac{1}{15} + \frac{0{,}003}{1{,}4} + \frac{1}{5}\right)}$$

$$\boxed{\dot{Q} = 130{,}3 W}$$

(C)

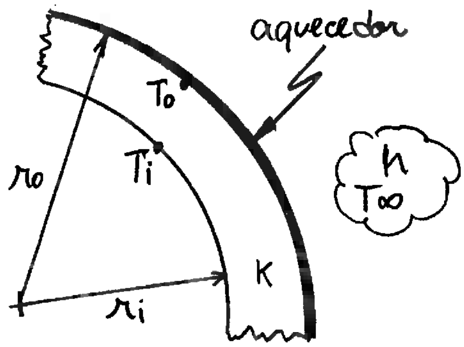


$$R_{tot} = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{he} + \frac{La}{Ka} + 2 \cdot \frac{Lv}{Kv} + \frac{1}{hi}\right)$$

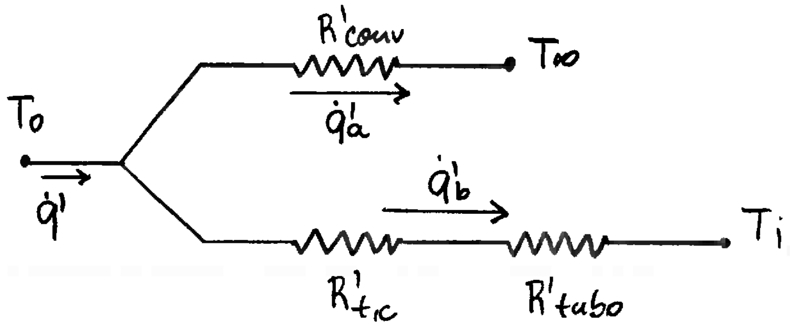
$$R_{tot} = \frac{1}{1}\left(\frac{1}{15} + \frac{0{,}005}{0{,}0263} + 2\,\frac{0{,}003}{1{,}4} + \frac{1}{5}\right) = 0{,}461\ K/W$$

$$\dot{Q} = \frac{Ti - Te}{R_{tot}} = \frac{20-(-15)}{0{,}461} \Rightarrow \boxed{\dot{Q} = 75{,}9\,W}$$

Um aquecedor elétrico delgado é enrolado ao redor da superfície externa de um tubo cilíndrico longo cuja superfície interna é mantida a uma temperatura de 5 °C. A parede do tubo possui raios interno e externo iguais a 25 mm e 75 mm, respectivamente, e condutividade térmica de 10 W/(m·K). A resistência térmica de contato entre o aquecedor e a superfície externa do tubo (por unidade de comprimento do tubo) é de $R'_{t,c} = 0{,}01$ m·K/W. A superfície externa do aquecedor está exposta a um fluido com $T_\infty = -10$ °C e um coeficiente de convecção de $h = 100$ W/(m²·K). Determine a potência do aquecedor, por unidade de comprimento do tubo, requerida para mantê-lo a $T_o = 25$ °C.



$$R_{conv} = \frac{1}{h \cdot A_o} = \frac{1}{h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L} \therefore R'_{conv} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot h}$$



$$R_{tubo} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi L K} \Rightarrow R'_{tubo} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi K}$$

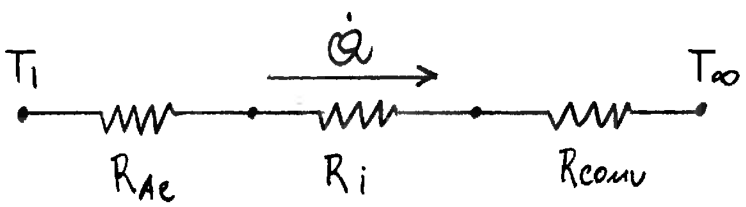
$$\dot{q}' = \dot{q}'_a + \dot{q}'_b = \frac{T_o - T_\infty}{R'_{conv}} + \frac{T_o - T_i}{R'_{t,c} + R'_{tubo}}$$

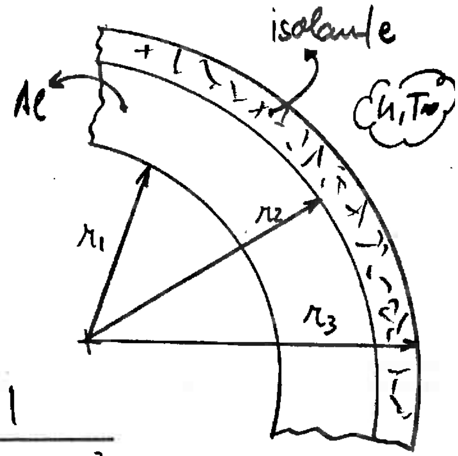
$$\dot{q}' = \frac{25-(-10)}{\dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}075 \cdot 100}} + \frac{25-5}{0{,}01 + \dfrac{\ln(75/25)}{2 \cdot \pi \cdot 10}} = 1649{,}3 + 727{,}7$$

$$\boxed{\dot{q}' = 2377 \text{ W/m}}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E SEM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Uma esfera oca de alumínio, com um aquecedor elétrico no seu centro, é usada em testes para determinar a condutividade térmica de materiais isolantes. Os raios interno e externo da esfera possuem 0,15 m e 0,18 m respectivamente, e o teste é realizado em condições de regime estacionário com a superfície interna do alumínio mantida a 250 °C. Para um teste em particular, uma casca esférica de isolamento térmico é fundida sobre a superfície externa da esfera até uma espessura de 0,12 m. O sistema encontra-se em uma sala na qual a temperatura do ar é de 20 °C e o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do isolamento é de 30 W/(m²·K). Se 80 W são dissipados pelo aquecedor em condições de regime estacionário, qual é a condutividade térmica do isolamento testado? Dado: k_{Al} = 230 W/(m·K).





$$R_{tot} = R_{Al} + R_i + R_{conv}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{4.\pi.k_{Al}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{4.\pi.k_i}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) + \frac{1}{h.4.\pi.r_3^2}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{4.\pi.230}\left(\frac{1}{0{,}15} - \frac{1}{0{,}18}\right) + \frac{1}{4.\pi.k_i}\left(\frac{1}{0{,}18} - \frac{1}{0{,}3}\right) + \frac{1}{30.4.\pi.0{,}3^2}$$

$$R_{tot} = 0{,}0299 + \frac{0{,}1768}{k_i}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{tot}} \Rightarrow \dot{Q}.R_{tot} = T_1 - T_\infty$$

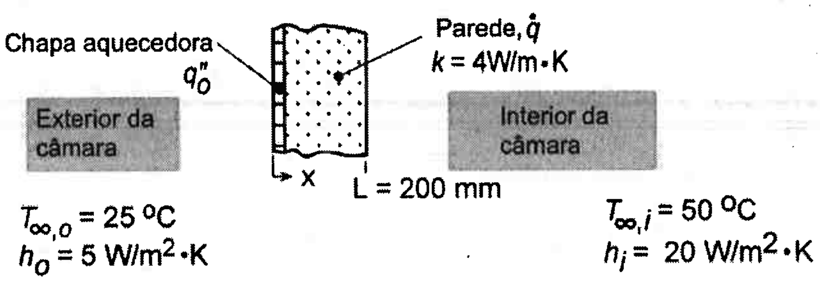
$$80\left(0{,}0299 + \frac{0{,}1768}{k_i}\right) = 250 - 20$$

$$2{,}392 + \frac{14{,}144}{k_i} = 230 \quad \therefore \quad \boxed{k_i = 0{,}062 \text{ W/m.K}}$$

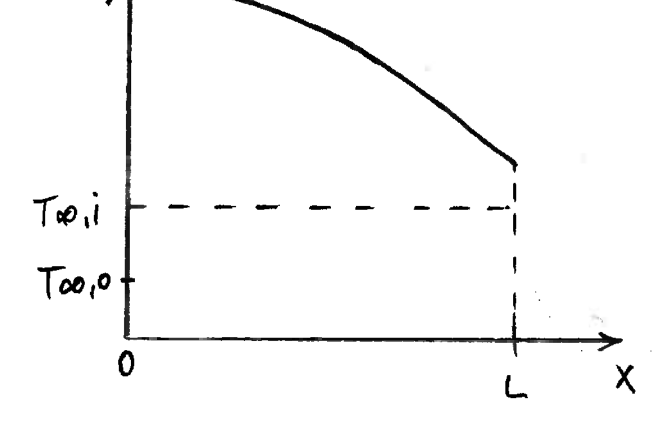
TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Ar no interior de uma câmara a $T_{\infty,i} = 50°C$ é aquecido por convecção, com $h_i = 20\ W/(m^2 \cdot K)$., através de uma parede com 200 mm de espessura, condutividade térmica de 4 W/(m·K) e com geração uniforme de calor a uma taxa de 1000 W/m³. Para evitar que o calor gerado no interior da parede seja perdido para o lado de fora da câmara, a $T_{\infty,o} = 25°C$ e com $h_o = 5W/(m^2 \cdot K)$, um aquecedor elétrico delgado é colocado sobre a superfície externa da parede para fornecer um fluxo térmico uniforme, q''_o.

a) Esboce a distribuição de temperatura na parede, em um sistema de coordenadas T–x, para a condição em que nenhum calor gerado no seu interior é perdido para o lado de fora da câmara.
b) Quais são as temperaturas nas superfícies da parede, $T(0)$ e $T(L)$, para as condições da parte (a)?
c) Determine o valor de q''_o que deve ser fornecido pelo aquecedor elétrico de modo que todo o calor gerado no interior da parede seja transferido para o interior da câmara.
d) Se a geração de calor na parede for interrompida e o fluxo fornecido pelo aquecedor elétrico permanecer constante, qual será a temperatura em regime estacionário, $T(0)$, na superfície externa da parede.



(a) Se nenhum calor gerado no interior da parede é perdido p/o lado de fora da câmara, então o gradiente da temperatura em $x = 0$ é nulo, uma vez que $\dot{q}'''_p$ é cte, a distribuição de temperatura será parabólica com máximo em $x = 0$



(b) Solução geral p/ parede c/ geração de energia cte:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}'''_p \cdot x^2}{2 \cdot k_p} + C_1 \cdot x + C_2$$

CC: i) $\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

ii) $T(x = 0) = T_1$ (simples/e nomeada assim) $\therefore C_2 = T_1$

Assim, $T(x) = -\dfrac{\dot{q}'''_p . x^2}{2 . k_p} + T_1$ (I)

Balanço na parede: $\dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g = 0$, com $\dot{E}_e = 0$, logo

$\left(\dot{Q}_{conv}\right)_{x=L} = \dot{E}_g$; como A é a mesma (parede plana): $\left(\dot{q}''_{conv}\right)_{x=L} = \dot{q}'''_p . L$

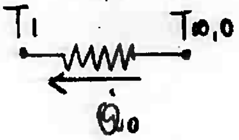
$$h_i . \left[T(x=L) - T_{\infty,i}\right] = \dot{q}'''_p . L \Rightarrow T(x=L) = T_2 = T_{\infty,i} + \frac{\dot{q}'''_p . L}{h_i} \quad (II)$$

Da eq. (II): $T_2 = 50 + \dfrac{1000 . 0{,}2}{20} \Rightarrow \boxed{T_2 = T(x=L) = 60°C}$

Da eq. (I) p/ $x = L$, i.e., $T(x=L) = T_2$:

$$60 = -\frac{1000 . (0{,}2)^2}{2 . 4} + T_1 \Rightarrow \boxed{T_1 = T(x=0) = 65°C}$$

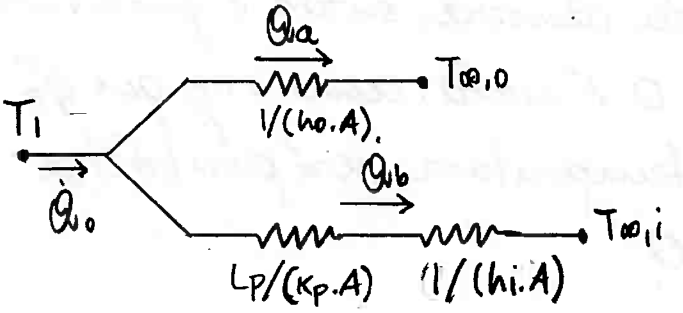
(c) A pergunta agora é: qual o fluxo de calor que, então, deve ser dissipado em $x = 0$ p/ manter T_1?



$$\dot{Q}_0 = \frac{T_1 - T_{\infty,0}}{R_{conv,0}} \Rightarrow \dot{q}''_0 = \frac{T_1 - T_{\infty,0}}{R''_{conv,0}} = \frac{65 - 25}{(1/5)}$$

$$\boxed{\dot{q}''_0 = 200 \text{ W/m}^2}$$

(d)



$\dot{Q}_0 = \dot{Q}_a + \dot{Q}_b$ ∴

$\dot{q}''_0 = \dot{q}''_a + \dot{q}''_b$

$$\dot{q}''_0 = \frac{T_1 - T_{\infty,0}}{(1/h_0)} + \frac{T_1 - T_{\infty,i}}{(L_p/k_p) + (1/h_i)} \Rightarrow 200 = \frac{T_1 - 25}{(1/5)} + \frac{T_1 - 50}{(0{,}2/4) + (1/20)}$$

$$200 = 5 . T_1 - 125 + 10 . T_1 - 500 \Rightarrow \boxed{T_1 = 55°C}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Um cabo de cobre, com 30 mm de diâmetro e resistência elétrica de 5×10^{-3} Ω/m, conduz uma corrente elétrica de 250 A. O cabo está exposto ao ar ambiente a 20 °C, onde o coeficiente de transferência de calor por convecção é 25 W/(m²·K). Quais são as temperaturas na superfície e no centro do cabo de cobre?

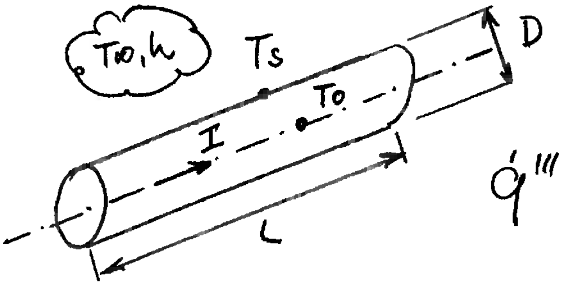


Tabela A-1: $K_{cu} = 401$ W/m.K a 300 K.

$$\dot{q}''' = \frac{\dot{Q}}{A \cdot L} = \frac{I^2 \cdot R_{el}}{\frac{\pi}{4} D^2 L} = \frac{4 \cdot I^2}{\pi \cdot D^2} \cdot \frac{R_{el}}{L}$$

$$\dot{q}''' = \frac{4 \cdot 250^2}{\pi \cdot (0{,}03)^2} \cdot 5\times10^{-3} = 4{,}42 \times 10^5 \ W/m^3$$

Para sistemas radiais cilíndricos e maciços:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}''' \cdot r_e}{2 \cdot h} = 20 + \frac{4{,}42\times10^5 \cdot (0{,}03/2)}{2 \cdot 25}$$

$$\boxed{T_s = 152{,}6 °C}$$

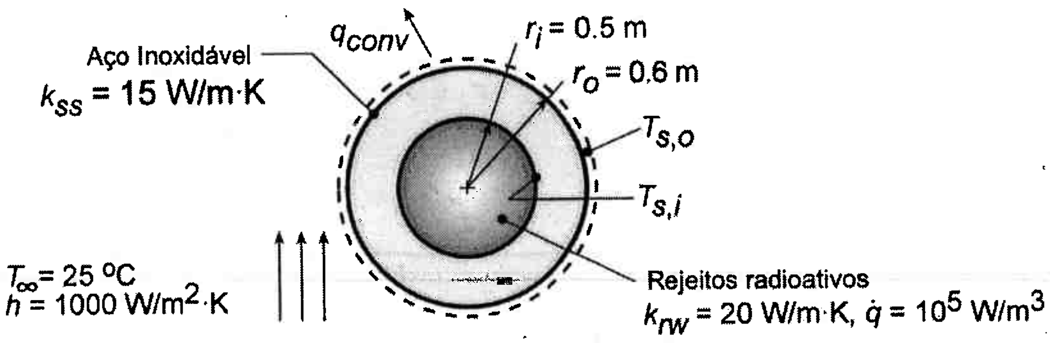
$$T(r) = \frac{\dot{q}''' \cdot r_e}{4 \cdot k}\left(1 - \frac{r^2}{r_e^2}\right) + T_s$$ que, p/ $r = 0 \Rightarrow T_0 = \frac{\dot{q}''' \cdot r_e^2}{4 \cdot k} + T_s$

$$T_0 = \frac{4{,}42\times10^5 \cdot (0{,}03/2)^2}{4 \cdot 401} + 152{,}6 \Rightarrow \boxed{T_0 = 152{,}7 °C}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Rejeitos radioativos (k_{rw} = 20 W/(m·K)) são armazenados em um recipiente esférico de aço inoxidável (k_{ss} = 15 W/(m·K)), com raios interno e externo iguais a r_i = 0,5 m e r_o = 0,6 m. Calor é gerado no interior dos rejeitos a uma taxa volumétrica uniforme de $\dot{q} = 10^5$ W/m³, e a superfície externa do recipiente está exposta a uma corrente de água na qual h = 1000 W/(m²·K) e T_∞ = 25 °C.

a) Calcule a temperatura da superfície externa do recipiente, $T_{s,o}$, em condições de regime estacionário.
b) Calcule a temperatura da superfície interna do recipiente, $T_{s,i}$, em condições de regime estacionário.
c) Obtenha uma expressão para a distribuição e temperatura, $T(r)$, nos rejeitos radioativos. Represente o seu resultado em termos de r_i, $T_{s,i}$, k_{rw} e $\dot{q}$. Calcule a temperatura em r=0.



(a) p/ um VC que inclua rejeitos + casca de aço: $\dot{E}_g = \dot{E}_s$

Assim, $\dot{q}''' \cdot \forall = \dot{Q}_{conv}$

$$\dot{q}''' \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_i^3 = h \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_o^2 \, (T_{s,o} - T_\infty)$$

$$\frac{10^5 \cdot (0,5)^3}{3} = 1000 \cdot (0,6)^2 \cdot (T_{s,o} - 25) \therefore T_{s,o} = 36,57\,°C \Rightarrow \boxed{T_{s,o} = 36,6\,°C}$$

(b) Para casca esférica (em aço): $\dot{E}_e = \dot{E}_s \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_{conv}$

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot k_{ss} \cdot (T_{s,i} - T_{s,o})}{(1/r_i) - (1/r_o)} = h \cdot 4 \cdot \pi \cdot r_o^2 \, (T_{s,o} - T_\infty)$$

$$\frac{15 \cdot (T_{s,i} - 36,57)}{(1/0,5) - (1/0,6)} = 1000 \cdot (0,6)^2 \cdot (36,57 - 25)$$

$$T_{s,i} = 129,13\,°C \Rightarrow \boxed{T_{s,i} = 129,1\,°C}$$

(c) A eq. da difusão do calor em coord. esféricas 1D, RP, $k = cte$, é:

$$k_{rw} \cdot \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) + \dot{q}''' \cdot r^2 = 0$$, que resolvendo, resulta:

$$r^2 \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}''' \cdot r^3}{3 \cdot k_{rw}} + C_1 \Rightarrow T(r) = -\frac{\dot{q}''' r^2}{6 \cdot k_{rw}} - \frac{C_1}{r} + C_2$$

CC: i) $\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

ii) $T(r = r_i) = T_{s,i} \Rightarrow C_2 = T_{s,i} + \frac{\dot{q}''' \cdot r_i^2}{6 \cdot k_{rw}}$

Assim,

$$\boxed{T(r) = T_{s,i} + \frac{\dot{q}'''}{6 \cdot k_{rw}} \cdot (r_i^2 - r^2)}$$

P/ $r = 0$: $T(r=0) = T_{s,i} + \frac{\dot{q}''' \cdot r_i^2}{6 \cdot k_{rw}}$

$$T(r=0) = 129{,}13 + \frac{10^5 \cdot 0{,}5^2}{6 \cdot 20}$$

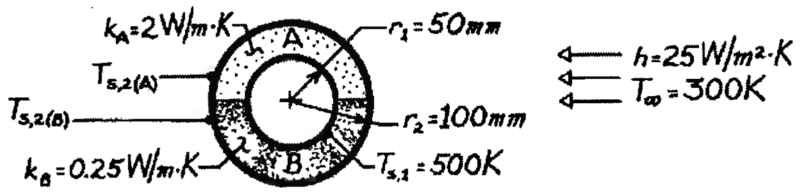
$$T(r=0) = 337{,}46°C \Rightarrow \boxed{T(r=0) = 337{,}5°C}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E SEM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

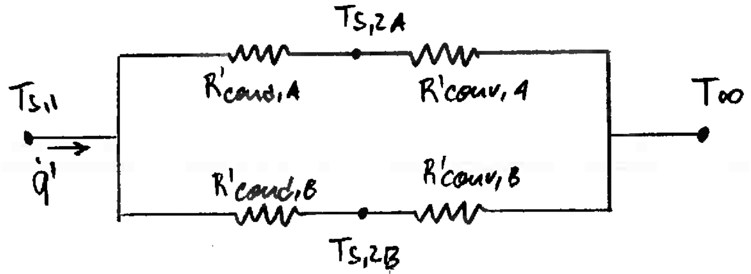
Vapor escoando em um tubo longo, com paredes delgadas, mantém a sua parede a uma temperatura uniforme de 500 K. O tubo é coberto por uma manta de isolamento térmico composto por dois materiais diferentes, A e B. Suponha existir na interface entre os dois materiais uma resistência térmica de contato infinita. A superfície externa está exposta ao ar, onde $T_\infty = 300$ K e $h = 25$ W/(m²·K).

a) Esboce o circuito térmico para o sistema.

b) Para as condições fornecidas, qual é a perda de calor total para o ambiente? Quais são as temperaturas na superfície externa, $T_{s,2(A)}$ e $T_{s,2(B)}$?



(a)



$$R'_{conv,A} = R'_{conv,B} = \frac{1}{h \cdot \pi r_2}$$

$$R'_{cond,A} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{\pi \cdot k_A}$$

$$R'_{cond,B} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{\pi \cdot k_B}$$

(b) $$R'_{conv} = \frac{1}{25 \cdot \pi \cdot 0,1} = 0,1273 \text{ m.K/W}$$

$$R'_{cond,A} = \frac{\ln(0,1/0,05)}{\pi \cdot 2} = 0,1103 \text{ m.K/W}$$

$$R'_{cond,B} = \frac{\ln(0,1/0,05)}{\pi \cdot 0,25} = 0,8825 \text{ m.K/W}$$

$$\dot{q}' = \frac{T_{s,1} - T_\infty}{R'_{cond,A} + R'_{conv}} + \frac{T_{s,1} - T_\infty}{R'_{cond,B} + R'_{conv}} = \frac{500-300}{0,1103+0,1273} + \frac{500-300}{0,8825+0,1273}$$

$$\dot{q}' = 842 + 198 \Rightarrow \boxed{\dot{q}' = 1040 \text{ W/m}}$$

$$T_{s,2A} = T_{s,1} - \dot{q}'_A \cdot R'_{cond,A} = 500 - 842 \cdot 0,1103 \Rightarrow \boxed{T_{s,2A} = 407 \text{ K}}$$

$$T_{s,2B} = T_{s,1} - \dot{q}'_B \cdot R'_{cond,B} = 500 - 198 \cdot 0,8825 \Rightarrow \boxed{T_{s,2B} = 325 \text{ K}}$$

Obs: $R'_{tot} = 0,1923$ m.K/W $\Rightarrow \dot{q}' = (500-300)/0,1923 = 1040$ W/m.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Considere uma parede plana de espessura L = 0,05 m. A superfície da parede em x = 0 é isolada, enquanto a superfície em x = L é mantida a uma temperatura de 30 °C. A condutividade térmica da parede vale k = 30 W/(m.K) e calor é gerado à uma taxa de $\dot{q}''' = \dot{q}_0''' . e^{-0,5.x/L}$ W/m³, sendo $\dot{q}_0''' = 8\times10^6$ W/m³. Assumindo que a transferência de calor é unidimensional e em regime permanente:

(a) expresse a equação diferencial e as condições de contorno para a condução de calor através da parede;

(b) obtenha a equação para a distribuição de temperatura na parede, $T(x)$;

(c) determine a temperatura da superfície isolada da parede.

A Figura mostra um desenho esquemático do problema proposto.

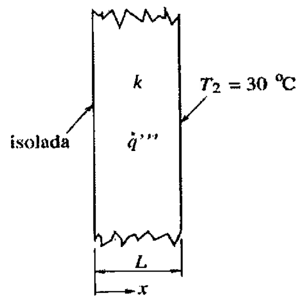


FIGURA – Desenho esquemático para o exercício

a. Para parede plana com geração de energia, 1D e regime permanente:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_0'''.e^{-0,5.x/L}}{k} = 0$$

onde $\dot{q}_0''' = 8 \times 10^6$ W/m^3 e as condições de contorno são:

1. parede isolada em $x = 0$: $(dT/dx)_{x=0} = 0$;
2. temperatura especificada em $x = L$: $T(x = L) = T_2 = 30\,°\mathrm{C}$.

b. Partindo da equação diferencial do item anterior e resolvendo-a:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_0'''}{k}\cdot e^{-0,5.x/L} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_0'''}{k}\cdot\frac{e^{-0,5.x/L}}{-0,5/L} + C_1 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{2.\dot{q}_0'''.L}{k}\cdot e^{-0,5.x/L} + C_1$$

Integrando uma segunda vez, resulta:

$$T(x) = \frac{2.\dot{q}_0'''.L}{k}\cdot\frac{e^{-0,5.x/L}}{-0,5/L} + C_1.x + C_2 \Rightarrow T(x) = -\frac{4.\dot{q}_0'''.L^2}{k}\cdot e^{-0,5.x/L} + C_1.x + C_2$$

Aplicando a CC 1:

$$\frac{dT(x=0)}{dx} = 0 = \frac{2.\dot{q}_0'''.L}{k}\cdot e^{-0,5.0/L} + C_1 \Rightarrow C_1 = -\frac{2.\dot{q}_0'''.L}{k}$$

Aplicando a CC 2:

$$T(x = L) = T_2 = -\frac{4.\dot{q}_0'''.L^2}{k}\cdot e^{-0,5.L/L} + C_1.L + C_2 \Rightarrow C_2 = T_2 + \frac{4.\dot{q}_0'''.L^2}{k}\cdot e^{-0,5} + \frac{2.\dot{q}_0'''.L^2}{k}$$

Substituindo as constantes C_1 e C_2 obtidas na equação da distribuição de temperatura, resulta,

$$\boxed{T(x) = T_2 + \frac{\dot{q}_0'''.L^2}{k}\cdot\left[4\cdot\left(e^{-0,5} - e^{-0,5.x/L}\right) + 2\cdot\left(1 - \frac{x}{L}\right)\right]}$$

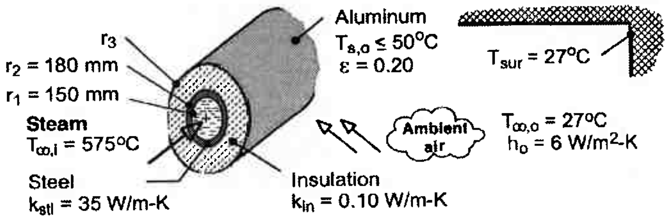
c. A temperatura pedida é para a posição $x = 0$. Assim,

$$T(x = 0) = T_2 + \frac{\dot{q}_0'''.L^2}{k}\cdot\left[4\cdot\left(e^{-0,5} - e^{-0,5.0/L}\right) + 2\cdot\left(1 - \frac{0}{L}\right)\right]$$

$$T(x = 0) = 30 + \frac{8\times10^6.0,05^2}{30}\cdot[4\cdot(e^{-0,5} - 1) + 2\cdot(1 - 0)] = \boxed{314,1\,°\mathrm{C}}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR: MODOS COMBINADOS

Vapor d'água superaquecido a 575 °C é conduzido de uma caldeira para a turbina de uma usina de geração de potência elétrica através de tubos de aço [k = 35 W/(m.K)], com diâmetro interno igual a 300 mm e 30 mm de espessura de parede. Para reduzir a perda térmica para a vizinhança e para manter a temperatura externa segura para o toque, uma camada de isolante de silicato de cálcio [k = 0,10 W/(m.K)] é aplicada nos tubos. A degradação do isolante é reduzida ao cobri-lo com uma folha fina de alumínio que possui uma emissividade ε = 0,20. A temperatura do ar e das paredes da planta de potência é igual a 27 °C. Considerando que a temperatura da superfície interna do tubo de aço seja igual à do vapor e que o coeficiente convectivo externo à folha de alumínio seja igual a 6 W/(m².K), qual é a espessura mínima de isolante necessária para garantir que a temperatura do alumínio não seja superior a 50 °C? Qual é a perda de calor correspondente, por metro de comprimento de tubo?



Na superfície externa:

$$\underbrace{q'_{cond}}_{\text{Chegada}} = \underbrace{q'_{conv} + q'_{rad}}_{\text{partida}}$$

Admite-se $T_1 = T_{vapor}$ e $T_{s,o} = T_3 \leq 50°C$

$$\frac{T_1 - T_3}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi K_{ste}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi K_{in}}} = 2\pi r_3 \left[h_0 (T_3 - T_{\infty,0}) + \varepsilon.\sigma.(T_3^4 - T_{sur}^4)\right]$$

$$\frac{2\pi(848 - 323)}{\frac{\ln(0,18/0,15)}{35} + \frac{\ln(r_3/0,18)}{0,1}} = 2\pi r_3 \left[6(323-300) + 0,2 . 5,67\times10^{-8}(323^4 - 300^4)\right]$$

$$r_3 = \exp\left(\frac{0,3096}{r_3} - 1,715\right) \Rightarrow r_3 = 0,3945 \text{ m}$$

$$t = \text{espessura de isolante} \rightarrow t_{mín} = r_3 - r_2 \Rightarrow \boxed{t_{mín} = 0,2145 \text{ m}}$$

$$q' = \frac{2\pi(848 - 323)}{\frac{\ln(0,18/0,15)}{35} + \frac{\ln(0,3945/0,18)}{0,1}} \Rightarrow \boxed{q' = 420,1 \text{ W/m}}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO: UNIDIMENSIONAL, REGIME PERMANENTE E COM GERAÇÃO INTERNA DE ENERGIA

Um aquecedor elétrico, capaz de gerar 10 kW, deve ser projetado. O elemento de aquecimento deve ser um fio de aço inoxidável apresentando resistividade elétrica de $80 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot$cm. A temperatura operacional do aço inoxidável não deve exceder 1260 °C. O coeficiente mínimo de transferência de calor previsto na superfície externa é de 1720 W/(m$^2\cdot$K), em um meio cuja temperatura máxima será de 93 °C. Um transformador capaz de libertar corrente elétrica a 12 V está disponível. Determine o tamanho adequado do fio e a corrente necessária. *Sugestão:* demonstre primeiro que a queda de temperatura entre o centro e a superfície do fio é independente do seu diâmetro e determine o seu valor.

Chamando P a potência dissipada pelo aquecedor: $P = 10\,kW$, e a geração (taxa) de energia será $\dot{q}''' = P/\forall$.

Eq. difusão: $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0 \quad \left(r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}'''.r^2}{2k} + C_1\right)$

Integrando 2x: $T(r) = -\frac{\dot{q}'''.r^2}{4.k} + C_1.\ln r + C_2$

CC: i) $\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0} = 0 \Rightarrow C_1 = \emptyset$

obs: r_0 = raio aquecedor cilíndrico

ii) $-k\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_0} = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow \frac{\dot{q}'''.r_0}{2} = h(T_s - T_\infty)$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}'''.r_0}{2.h} \quad (I)$$

$$T(r=r_0) = T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}'''.r_0}{2h} = -\frac{\dot{q}'''.r_0^2}{4k} + C_2 \therefore C_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}'''.r_0}{2}\left(\frac{1}{h} + \frac{r_0}{2k}\right)$$

$$\therefore T(r) = -\frac{\dot{q}'''.r^2}{4k} + \frac{\dot{q}'''.r_0}{2}\left(\frac{1}{h} + \frac{r_0}{2k}\right) + T_\infty$$

$$T_{máx} = T(r=0) \Rightarrow T_{máx} = \frac{\dot{q}'''.r_0}{2}\left(\frac{1}{h} + \frac{r_0}{2k}\right) + T_\infty = C_2 \quad (II)$$

Fazendo (2) - (1), resulta

$$T_{máx} - T_s = \frac{\dot{q}'''.r_0}{2h} + \frac{\dot{q}'''.r_0^2}{4k} + T_\infty - T_\infty - \frac{\dot{q}'''.r_0}{2h} \Rightarrow T_{máx} - T_s = \frac{\dot{q}'''.r_0^2}{4.k}$$

$$\dot{q}''' = \frac{P}{\forall} = \frac{P}{\pi . r_o^2 . L} \therefore T_{máx} - T_s = \frac{P}{\pi . r_o^2 . L} . \frac{r_o^2}{4K} \Rightarrow T_{máx} - T_s = \frac{P}{4\pi K L} \quad (III)$$

Na superfície: $P = \dot{Q} = h . 2 . \pi . r_o . L . (T_s - T_\infty) \quad (IV)$

Substituindo (III) em (IV): $P = 2\pi h \left(T_{máx} - \frac{P}{4\pi K L} - T_\infty \right) r_o . L$

$$\frac{P}{2\pi h} = (T_{máx} - T_\infty) . r_o . L - \frac{P . r_o}{4\pi K} \quad (V)$$

$$\text{Mas } P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\frac{\rho . L}{A}} = \frac{U^2}{\frac{\rho . L}{\pi r_o^2}} \Rightarrow L = \frac{U^2 . \pi . r_o^2}{P . \rho} \quad (VI)$$

resistivill

Substituindo (VI) em (V):

$$\frac{(T_{máx} - T_\infty) . U^2 . \pi . r_o^3}{P . \rho} - \frac{P . r_o}{4\pi K} - \frac{P}{2\pi h} = 0 \qquad (K = 25 \, W/m.K)$$

$$\frac{(1260 - 93) . 12^2 . \pi . r_o^3}{10^4 . 8 \times 10^{-7}} - \frac{10^4 . r_o}{4\pi . 25} - \frac{10^4}{2 . \pi . 1720} = 0$$

$$65992295 \, r_o^3 - 31{,}83099 . r_o - 0{,}9253194 = 0$$

$$\therefore r_o = 2{,}478 \, mm \Rightarrow \boxed{r_o = 2{,}48 \, mm}$$

$$\text{De (VI)}: L = \frac{12^2 . \pi . (2{,}478 \times 10^{-3})^2}{10^4 . 8 \times 10^{-7}} = 0{,}3472 \, m \Rightarrow \boxed{L = 34{,}7 \, cm}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10^4}{12} = 833{,}33 \, A \Rightarrow \boxed{I = 833{,}3 \, A}$$