

# Segunda Lei da Termodinâmica para Volumes de Controle

PME3398

*Prof. Antonio Luiz Pacífico*

1º Semestre de 2019

# Conteúdo da Aula

- 1 Taxa de Variação de Entropia para Sistemas
- 2 2ª Lei da Termodinâmica para VC
- 3 Princípio do Aumento da Entropia para VC
- 4 Eficiência de Processos
- 5 Exercícios

## Taxa de Variação de Entropia para Sistemas

Como visto no capítulo anterior, Entropia para Sistemas, a equação da taxa de variação da entropia é dada por:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{sistema} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{T} \cdot \dot{Q} + \dot{\sigma}_{sistema}$$

onde:

- $(dS/dt)_{sistema}$  é a taxa de variação da entropia dentro do sistema. Esse termo é nulo quando a taxa de transferência de calor,  $\dot{Q}$ , não varia com o tempo, caracterizando o que se costuma chamar de *regime permanente*;
- $\sum_{i=1}^n (\dot{Q}/T)_i$  é a taxa de transferência de entropia para ou do sistema;
- $\dot{\sigma} = \dot{S}_{gerada}$  é a taxa de geração de entropia. Nula para processos reversíveis e maior que zero para processos irreversíveis.

## 2ª Lei da Termodinâmica para VC

Para o estabelecimento da equação de balanço de entropia para VC não se usa o Teorema do Transporte de Reynolds, porque entropia não é uma propriedade conservativa. Assim, este balanço é escrito em termos de taxas que entram e saem do VC e sua influência sobre a taxa de variação da entropia dentro do VC, mais as taxas de transferência de entropia devido à transferência de calor e, finalmente, a taxa de geração de entropia. Esta equação é escrita da seguinte forma:

$$\frac{dS_{VC}}{dt} + \int_{SC} s.p. \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{\sigma}_{VC}$$

onde  $n_{stc}$  é o número de superfícies de troca de calor

## 2ª Lei da Termodinâmica para VC

Lembrando que  $\int_{SC} s.p. \vec{V} \cdot d\vec{A}$  diz respeito às taxas de entropia que entram e saem do VC através das superfícies de controle (SC), a equação final do balanço de entropia para VC tem a seguinte forma:

$$\frac{dS_{VC}}{dt} + \sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j \cdot s_j - \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i \cdot s_i = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{\sigma}_{VC}$$

onde  $n_s$  e  $n_e$  são os números de saídas e entradas, respectivamente, através da SC: mesma notação utilizada no capítulo sobre 1ª Lei da Termodinâmica para VC.

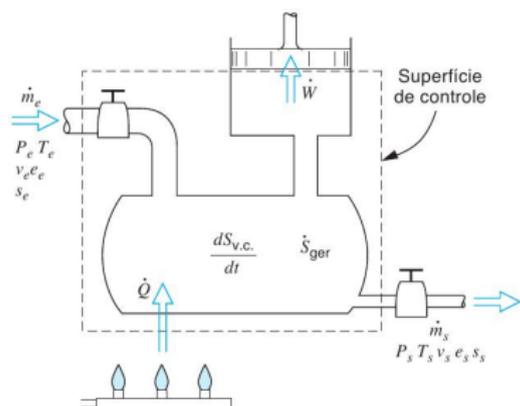
## 2ª Lei da Termodinâmica para VC

No balanço de entropia para VC:

- $dS_{VC}/dt$  é a taxa de variação de entropia no VC (pode ser  $<$ ,  $>$  ou  $= 0$ );
- $\sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j \cdot s_j - \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i \cdot s_i$  são as taxas de transferência de entropia devido aos fluxos de massa que entram e saem através da SC (podem ser  $<$ ,  $>$  ou  $= 0$ );
- $\sum_{k=0}^{n_{stc}} (\dot{Q}_k / T_k)$  são as taxas de transferência de entropia devido às trocas de calor do VC com a vizinhança (podem ser  $<$ ,  $>$  ou  $= 0$ );
- $\dot{\sigma}_{VC}$  é a taxa de geração de entropia no VC (sempre  $\geq 0$ );

## 2ª Lei da Termodinâmica para VC

Uma vez que o termo associado à geração de entropia é sempre positivo ou nulo, o balanço de entropia pode, também, ser escrito na forma de uma inequação:



$$\frac{dS_{VC}}{dt} \geq \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i \cdot s_i - \sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j \cdot s_j + \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

reservando-se a igualdade para processos reversíveis.

**Figura:** Balanço de entropia em um VC.

## Processo em Regime Permanente

Para processos em regime permanente a entropia, em qualquer ponto do VC, não varia com o tempo. Assim,  $dS_{VC}/dt = 0$ . Logo,

$$\sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j \cdot s_j - \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i \cdot s_i = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{\sigma}_{VC}$$

Simplificando, para VC's mais comuns, com uma entrada e uma saída:

$$\dot{m} \cdot (s_s - s_e) = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{\sigma}_{VC}$$

ou em termos específicos

$$s_s - s_e = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{q_k}{T_k} + \left( \frac{\dot{\sigma}}{\dot{m}} \right)_{VC}$$

# Calor e Trabalho em Processos Internamente Reversíveis em Regime Permanente

Calor transferido, por unidade de massa, para processos internamente reversíveis em regime permanente:

$$\left(\frac{\dot{Q}_{VC}}{\dot{m}}\right)_{int\_rev} = \int_1^2 T \cdot ds \rightarrow \text{via balanço de entropia para VC}$$

Trabalho, por unidade de massa, para as mesmas condições:

$$\left(\frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}}\right)_{int\_rev} = \frac{\dot{Q}_{VC}}{\dot{m}} + (h_1 - h_2) + \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2}\right) + g \cdot (z_1 - z_2)$$

$$\left(\frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}}\right)_{int\_rev} = \int_1^2 T \cdot ds + (h_1 - h_2) + \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2}\right) + g \cdot (z_1 - z_2)$$

# Calor e Trabalho em Processos Internamente Reversíveis em Regime Permanente

Relação  $T.ds$ :  $T.ds = dh - v.dp$ . Na forma integral:

$$\int_1^2 T.ds = (h_2 - h_1) - \int_1^2 v.dp$$

Assim,

$$\left( \frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}} \right)_{int.rev} = - \int_1^2 v.dp + \left( \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} \right) + g.(z_1 - z_2)$$

Aplicação, por exemplo, em processos de bombeamento de fluidos incompressíveis, com variações de energias cinética e potencial desprezíveis:

# Calor e Trabalho em Processos Internamente Reversíveis em Regime Permanente

$$\left( \frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}} \right)_{int\_rev} = -v \cdot (p_2 - p_1)$$

Note que, se  $\dot{W}_{VC} = 0$ , chega-se à conhecida Equação de Bernoulli:

$$0 = -v \cdot (p_2 - p_1) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + g \cdot (z_1 - z_2)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho V_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho V_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

# Calor e Trabalho em Processos Irreversíveis em Regime Permanente

Na dedução anterior, caso haja irreversibilidades presentes no processo, basta acrescentar um termo relativo a este fenômeno e a equação final é:

$$\frac{\dot{W}_{VC}}{\dot{m}} = - \int_1^2 v \cdot dp + \left( \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} \right) + g \cdot (z_1 - z_2) - \int_1^2 T \cdot \delta\sigma$$

Note que o último termo acrescentado é sempre a subtração de um termo positivo, uma vez que  $T > 0$  e  $\delta\sigma \geq 0$ , significando, portanto, que para um processo irreversível haverá uma redução na quantidade de trabalho produzida em função das irreversibilidades presentes

## Processo em Regime Uniforme

O procedimento para determinação do balanço de entropia para VC em regime uniforme (transiente) é o mesmo adotado no equacionamento da 1ª Lei da Termodinâmica para VC. Parte-se da equação geral do balanço de entropia para VC e faz-se a integração num intervalo de tempo genérico:  $t_{inicial} = t_1 = 0$  e  $t_{final} = t_2 = t$ .

O balanço de entropia para VC pode ser escrito como<sup>1</sup>:

$$\frac{d(m.s)_{VC}}{dt} + \sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j \cdot s_j - \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i \cdot s_i = \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{\sigma}_{VC}$$

---

<sup>1</sup>Lembrando que  $dS_{VC}/dt = d(m.s)_{VC}/dt$ .

## Processo em Regime Uniforme

Integrando termo a termo, conforme especificado:

$$\int_0^t \left[ \frac{d(m.s)_{VC}}{dt} \right] .dt = (m_2.s_2 - m_1.s_1)_{VC}$$

$$\int_0^t \left( \sum_{j=0}^{n_s} \dot{m}_j . s_j \right) .dt = \sum_{j=0}^{n_s} m_j . s_j$$

$$\int_0^t \left( \sum_{i=0}^{n_e} \dot{m}_i . s_i \right) .dt = \sum_{i=0}^{n_e} m_i . s_i$$

$$\int_0^t \left( \sum_{k=0}^{n_{stc}} \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \right) .dt = \int_0^t \left( \frac{\dot{Q}_{VC}}{T} \right) .dt$$

## Processo em Regime Uniforme

$$\int_0^t \dot{\sigma}_{VC} \cdot dt = {}_1\sigma_2 = ({}_1S_2)_{gerada}$$

Agrupando os termos,

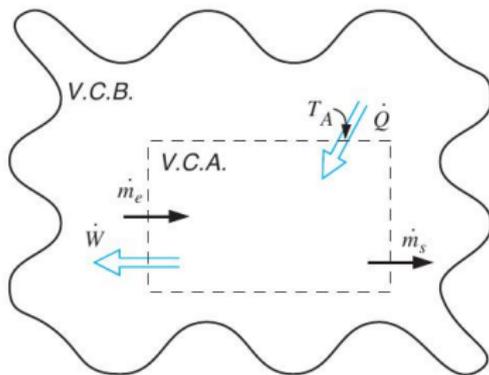
$$(m_2 \cdot s_2 - m_1 \cdot s_1)_{VC} + \sum_{j=0}^{n_s} m_j \cdot s_j - \sum_{i=0}^{n_e} m_i \cdot s_i = \int_0^t \left( \frac{\dot{Q}_{VC}}{T} \right) \cdot dt + {}_1\sigma_2$$

Na grande maioria dos casos, o termo da transferência de entropia devido a troca de calor será dado por:

$$\int_0^t \left( \frac{\dot{Q}_{VC}}{T} \right) \cdot dt = \frac{Q_{VC}}{T}$$

ou seja, toda a SC considerada à uma única temperatura T.

# Princípio do Aumento da Entropia para VC



**Figura:**  $\Delta S$  em um VC e suas vizinhanças. **Atenção:** O que é saída para um VC torna-se entrada para o outro e vice-versa.

Os balanços de entropia para os dois VC's são:

$$\frac{dS_{VC,A}}{dt} + \dot{m}_s \cdot s_s - \dot{m}_e \cdot s_e \geq \frac{\dot{Q}}{T_A}$$

$$\frac{dS_{VC,B}}{dt} = -\dot{m}_e \cdot s_e + \dot{m}_s \cdot s_s - \frac{\dot{Q}}{T_B}$$

com  $T_B > T_A$ , e  $B$  é um VC extremamente maior que  $A$  tal que pode ser considerado como meio, ou vizinhança de  $A$ .

A taxa de variação de entropia total (do universo) será dada pela soma das duas taxas acima.

# Princípio do Aumento da Entropia para VC

$$\frac{dS_{liq}}{dt} = \frac{dS_{VC,A}}{dt} + \frac{dS_{VC,B}}{dt}$$

$$\frac{dS_{liq}}{dt} \geq \dot{m}_e \cdot s_e - \dot{m}_s \cdot s_s + \frac{\dot{Q}}{T_A} - \dot{m}_e \cdot s_e + \dot{m}_s \cdot s_s - \frac{\dot{Q}}{T_B}$$

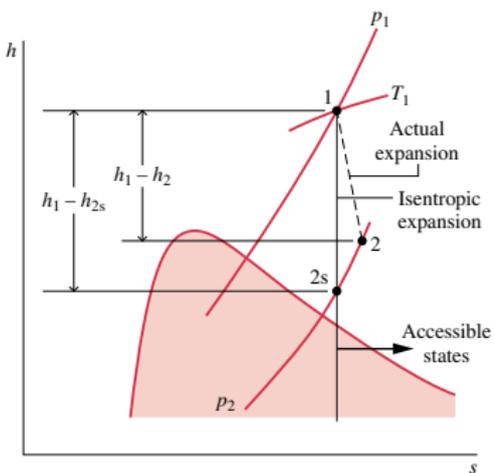
$$\frac{dS_{liq}}{dt} \geq \dot{Q} \cdot \left( \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right)$$

Como  $T_A < T_B$  segue-se que:

$$\frac{dS_{liq}}{dt} = \frac{dS_{universo}}{dt} \geq 0$$

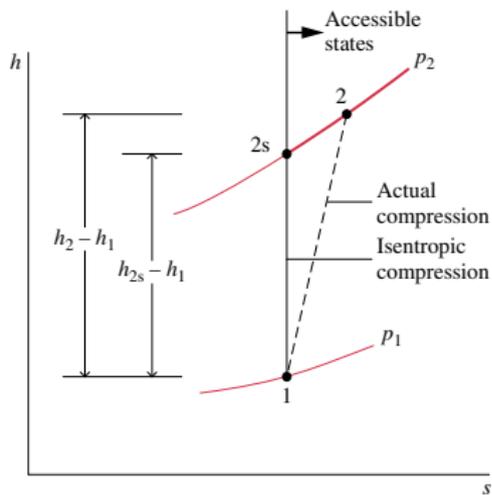
# Eficiências Isoentrópicas

## Turbina



$$\eta_t = \frac{(\dot{W}_{VC}/\dot{m})_{real}}{(\dot{W}_{VC}/\dot{m})_{isoen}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}}$$

## Compressor



$$\eta_c = \frac{(-\dot{W}_{VC}/\dot{m})_{isoen}}{(-\dot{W}_{VC}/\dot{m})_{real}} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2}$$

## Eficiências Isoentrópicas

Para bombas a eficiência isoentrópica é calculada da mesma forma que para compressores.

Para bocais é dada por:

$$\eta_{bocal} = \left( \frac{V_s}{V_{s_s}} \right)^2$$

onde  $V_s$  é a velocidade à saída do bocal na condição real (com irreversibilidades presentes) e  $V_{s_s}$  é a velocidade à saída do bocal na condição ideal: processo isoentrópico.

# Exercício de Aula 1

**Enunciado:** Vapor expande-se isentropicamente através de uma turbina de 6 MPa e 600 °C para 10 kPa. Calcule a potência se a vazão de massa for de 2 kg/s.

## Exercício de Aula 2

**Enunciado:** Um recipiente com volume interno de  $0,2 \text{ m}^3$  inicialmente está vazio. O recipiente então é carregado com He proveniente de uma linha onde o fluido escoia a  $500 \text{ K}$  e  $1 \text{ MPa}$ . O processo de carga termina quando a pressão no recipiente atinge  $1 \text{ MPa}$  e é bastante rápido (pode ser considerado adiabático). Determine a massa e a temperatura finais do He no recipiente e a entropia total gerada neste processo.

## Exercício de Aula 3

**Enunciado:** Um tanque rígido, com volume interno de  $1 \text{ m}^3$ , contém  $100 \text{ kg}$  de R-134a a temperatura ambiente ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Uma válvula situada no topo do tanque é, então, aberta, e vapor saturado é estrangulado até  $100 \text{ kPa}$  e descarregado num coletor. Durante esse processo, a temperatura interna do tanque permanece constante e igual a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . A válvula é fechada quando não existe mais líquido no tanque. Nestas condições, determine o calor transferido ao tanque e a geração de entropia no processo.

## Exercício de Aula 4

**Enunciado:** Uma turbina é alimentada com um escoamento de ar a 1500 K e 1 MPa. A pressão na seção de descarga do equipamento é 100 kPa e a eficiência isentrópica da turbina igual a 0,85. Determine a temperatura na seção de descarga da turbina e o aumento na entropia específica no escoamento através da turbina, considerando que o processo seja adiabático.