

**4300255 – Mecânica dos corpos rígidos e Fluidos**  
**1ª Lista de Exercícios, fevereiro de 2019**

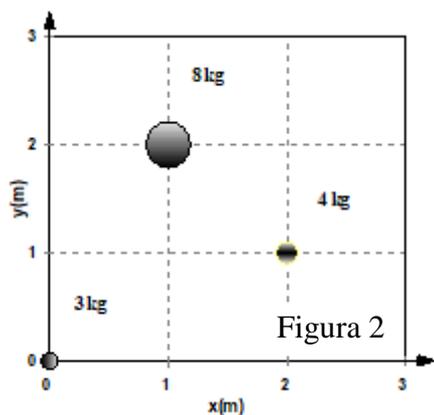


Figura 1

1. Onde está o CM das 3 partículas mostradas na figura 1 ao lado?

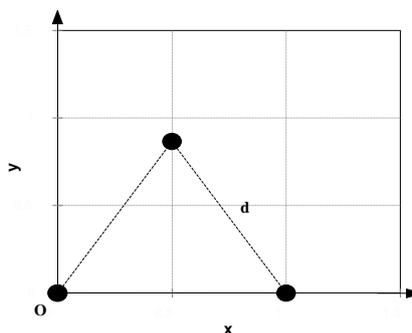


Figura 2

2. Considere 3 corpos iguais de massa  $m$  localizados nos vértices de um triângulo equilátero de lado  $d$ , conforme a figura 2. Calcule as coordenadas do CM desse sistema.

3. Quatro partículas têm as seguintes massas e coordenadas:

$M_a = 5,0 \text{ kg}; x_a = y_a = 0,0 \text{ cm};$

$M_c = 2,0 \text{ kg}; x_c = 3,0; y_c = 0,0 \text{ cm};$

$M_b = 3,0 \text{ kg}; x_b = y_b = 8,0 \text{ cm};$

$M_d = 6,0 \text{ kg}; x_d = -2,0; y_d = -6,0 \text{ cm};$

(a) Represente esses 4 corpos num plano  $x$ - $y$ ;

(b) Determine as coordenadas  $x_{cm}$  e  $y_{cm}$  do centro de massa desse sistema.

4. Encontre as coordenadas do CM de um aro fino semicircular de massa  $M$  e raio  $R$ , centrado na origem do sistema de coordenadas.

5. Encontre as coordenadas do centro de massa de uma placa quadrada de massa  $M$  e lado  $L$ , homogênea exceto pelos 2 buracos circulares conforme mostra a figura 3 ao lado.

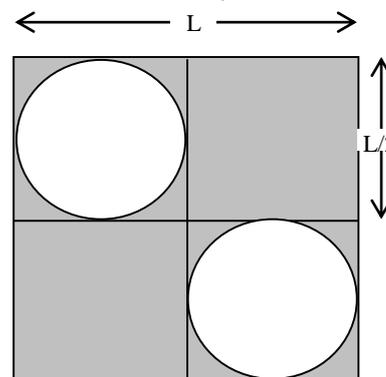


Figura 3

6. a) Calcule a posição do centro de massa de: a) um cone homogêneo. b) uma casca cônica.

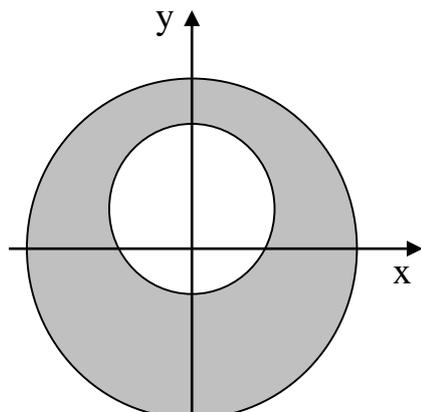


Figura 4

7. Calcule as coordenadas do CM da placa homogênea indicada na figura 4 ao lado. Trata-se de um disco com raio de 1 m, em cujo interior há um buraco circular com raio de 0,5 m. A separação entre os centros dos círculos é de 0,25 m.

8. Um taco de beisebol tem o comprimento  $L$  e a densidade linear de massa dada por  $\lambda = \lambda_0 (1 + x^2/L^2)$ . Localize a coordenada  $X$  do centro de massa em termos de  $L$ .

9. Considere 3 barras com 1 m de comprimento, cilíndricas e homogêneas, posicionadas em arestas de um cubo conforme mostra a figura 5. Determine o centro de massa deste conjunto no sistema de coordenadas indicado na mesma.

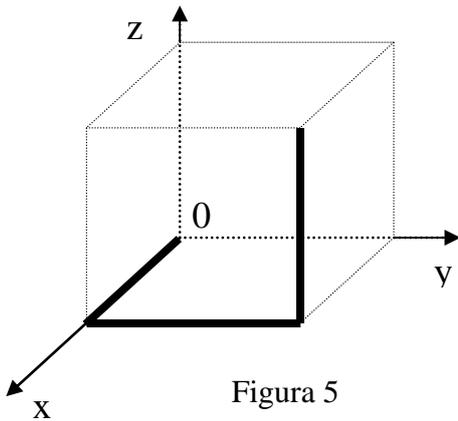


Figura 5

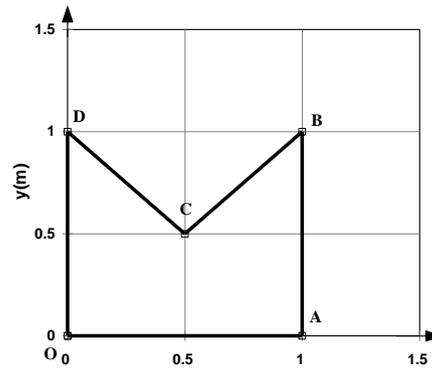
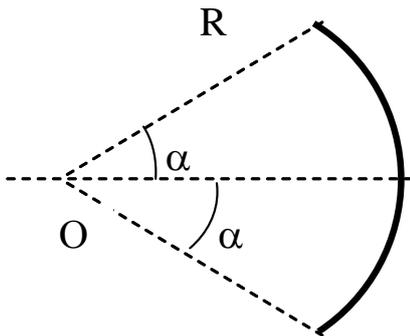


Figura 6

10. Considere a placa homogênea OABCD ilustrada na figura 6.

- Encontre as coordenadas do centro de massa, considerando que a placa é formada por 3 triângulos iguais.
- Mostre que o mesmo resultado é obtido calculando-se o centro de massa do quadrado OABD e removendo-se o triângulo BCD.



11. Determine o centro de massa do arco de circunferência mostrado na figura 7 ao lado (note que não é um setor circular mas um pedaço de um anel, com comprimento  $2\alpha R$  onde  $\alpha$  está em radian $_{\text{cm}}$ ).

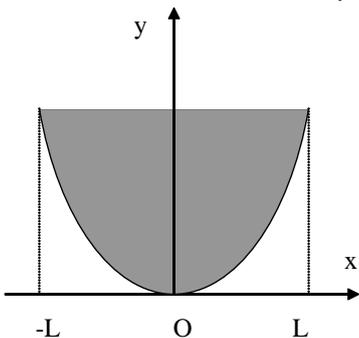


Figura 8.a

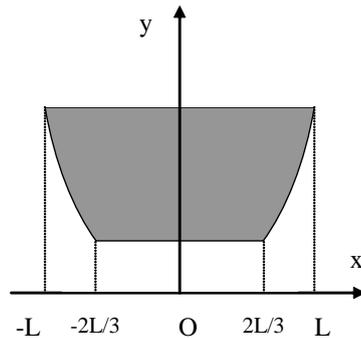


Figura 8.b

- Calcule o centro de massa de uma placa homogênea com a forma da figura 8.a ao lado, limitada pela parábola  $y = \alpha x^2$  e a reta  $y = \alpha L^2$ .
- Calcule o centro de massa de uma placa homogênea com a forma da figura 8.b, usando o resultado do item a) e decompondo a figura do 8.a num pedaço idêntico ao da figura 8.b e noutro em que você possa usar o resultado do item a) para calcular o centro de massa.

### Sistemas de duas partículas

13. Um utilitário com 2000 kg de massa move-se ao longo de uma estrada reta a 90 km/h. Inicialmente, ele é seguido por um gol com 900 kg de massa a 60 km/h.

- Faça um esboço que represente a situação e marque o Centro de Massa (CM) do sistema.
- Qual é a velocidade do centro de massa dos dois carros que estão se movendo?
- A situação se inverte e, na mesma estrada reta, o gol está se movendo a 90 km/h e é seguido pelo utilitário, a 60 km/h. Qual é a velocidade do centro de massa dos dois carros que estão se movendo, nessa nova situação?
- Interprete a diferença entre as respostas aos itens b) e c).

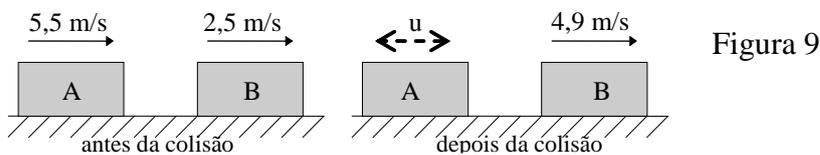
14. (HRK E 7.5) Duas partículas  $P$  e  $Q$  estão inicialmente em repouso, separadas de 1,64 m.  $P$  tem 1,43 kg de massa e  $Q$ , 4,29 kg;  $P$  e  $Q$  atraem-se com uma força constante de módulo  $1,79 \cdot 10^{-2}$  N. Nenhuma força externa atua no sistema.

- Descreva o movimento do centro de massa.
- A que distância da posição original de  $P$  as partículas irão colidir?

### Conservação da quantidade de movimento

15. Um projétil de 10 g (= 0,010 kg) é disparado contra um alvo de 1,2 kg que está sobre uma mesa sem atrito. O projétil atravessa o alvo e sai com velocidade de 100 m/s pelo outro lado. O alvo adquire a velocidade de 4,0 m/s. Calcule a velocidade inicial do projétil.

16. (RHK E 6.20 re-escrito) Na figura abaixo, os blocos deslizam sem atrito. As massas de A e B são 1,6 e 2,4 kg, respectivamente. a) Calcule a velocidade do centro de massa. b) Qual a velocidade  $u$  do bloco A após a colisão? c) Calcule a velocidade de cada bloco em relação ao centro de massa após a colisão. d) A colisão é elástica? Justifique sua resposta.



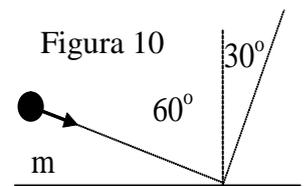
17. Uma bala de 5,0 g incide sobre um pêndulo balístico de massa igual a 2,0 kg com velocidade de 400 m/s, atravessa-o e emerge do outro lado a uma velocidade de 100 m/s. Calcule a velocidade do pêndulo logo após a bala atravessá-lo.

18. (RHK E 6.17) Um homem de 75,2 kg está dirigindo um carrinho de 38,6 kg que viaja à velocidade de 2,33 m/s. Ele salta do carrinho e ao interagir com o chão, a componente horizontal da sua velocidade é nula. Encontre a variação da velocidade do carrinho.

19. Em um jogo de bilhar, uma bola atinge outra bola com igual massa que está inicialmente em repouso. Após a colisão, a primeira bola move-se com 3,50 m/s ao longo de uma linha que faz um ângulo de  $65,0^\circ$  com a direção do seu movimento original. A segunda bola adquire uma velocidade de 6,75 m/s. Usando a conservação da quantidade de movimento, encontre: a) o ângulo entre a direção do movimento da segunda bola e a direção do movimento original da primeira bola, b) a velocidade original da primeira bola e c) calcule a velocidade do centro de massa  $v_{CM}$  antes e depois da colisão.

20. Um objeto de 5,0 kg, à velocidade de 30 m/s, bate numa placa de aço num ângulo de  $60^\circ$  com a perpendicular à placa e é refletida em um ângulo de  $30^\circ$  com velocidade do mesmo módulo, conforme figura ao lado.

- Calcule o vetor variação da quantidade de movimento do objeto.
- Sendo  $1,0 \text{ ms}$  (= 0,0010 s) o tempo de colisão, determine a força média do objeto sobre a placa. Faça um esboço da placa e represente o vetor força, identificando o ângulo da força em relação à placa.



21. Um objeto A cuja massa é 2,0 kg e está a uma velocidade  $v_A = v$  choca-se elasticamente com um objeto B que está parado; o objeto A continua a se mover no sentido original, mas com velocidade reduzida a  $u_A = v/4$ .

Lembrando que numa colisão elástica  $v_{A(B)} = -u_{A(B)}$  onde  $v_{A(B)}$  e  $u_{A(B)}$  representam as velocidades de A em relação a B antes e após a colisão, respectivamente, determine a massa do objeto que estava parado.

22. (RHK E 6.25) Dois objetos A e B se chocam. A massa de A é 2,0 kg e a de B é 3,0 kg. Suas velocidades antes da colisão eram respectivamente  $\vec{v}_{iA} = 15\vec{i} + 30\vec{j}$  e  $\vec{v}_{iB} = -10\vec{i} + 5\vec{j}$ . Após a colisão,  $\vec{v}_{fA} = -6\vec{i} + 30\vec{j}$ . Todas as velocidades estão em m/s. Qual a velocidade final de B ?

23. (RHK P 6.12) Duas bolas A e B, de massas diferentes e desconhecidas, se chocam. A está inicialmente em repouso e o módulo da velocidade de B é  $v$ . Depois do choque, B tem velocidade cujo módulo é  $v/2$  e se move perpendicularmente à sua direção original. a) Determine a direção em que a bola A se move após a colisão. b) Você pode determinar a velocidade de A com a informação dada? Explique.

24. Uma granada, de 400 g, é lançada do solo com uma velocidade de 20 m/s, inclinada  $45^\circ$  com relação à horizontal. Ao atingir o ponto mais alto da trajetória a granada explode em duas partes, sendo a menor com 100 g. Sabendo-se que esse pedaço menor desce verticalmente do ponto da explosão e que os dois pedaços batem no solo no mesmo instante. a) A que distância do ponto de lançamento caiu o outro pedaço? b) Qual a velocidade de cada pedaço ao atingir o solo?

25. Um núcleo de massa  $2m$  e velocidade  $\vec{v}$  colide com um núcleo estacionário de massa  $10m$ . Após a colisão, observa-se que o núcleo de massa  $2m$  tem uma velocidade  $\vec{v}_1$  cuja direção é perpendicular à que ele tinha antes da colisão e o núcleo de massa  $10m$  tem velocidade  $\vec{v}_2$  cuja direção faz um ângulo  $\theta$  com a direção de  $\vec{v}$  tal que  $\sin \theta = 3/5$ . Quais as magnitudes de  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  ?

26. Uma pessoa com  $m = 70$  kg está a bordo de um balão de  $M = 180$  kg. Na massa  $M$  estão incluídos o balão propriamente dito, a cesta e demais equipamentos de bordo. Do balão pende uma longa escada de corda, de massa desprezível, cujos degraus distam 40 cm um do outro. A pessoa então desce 50 degraus pela escada. Nesse instante, estando parada *tanto em relação ao balão quanto em relação ao solo*, olha para baixo e percebe que a extremidade inferior da escada está justo tocando a terra e que entre ela (a pessoa) e o solo existem exatos 100 degraus. Descrevendo de modo conciso o raciocínio usado na resolução, calcule:

- a) quantos degraus a pessoa deve descer para chegar ao solo?  
 Se, ao contrário, a pessoa resolve voltar ao balão:  
 b) que pedaço da corda ficará deitado no chão no fim de seu movimento?

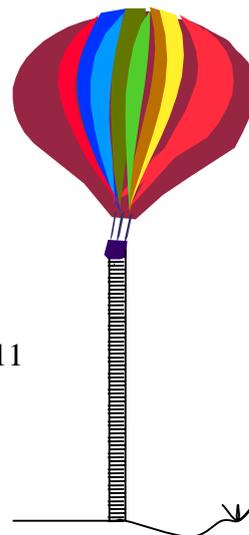
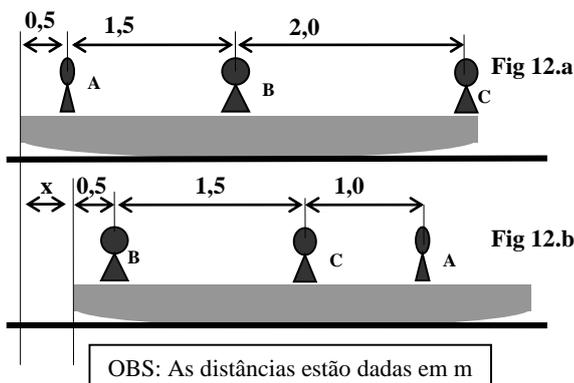


Figura 11



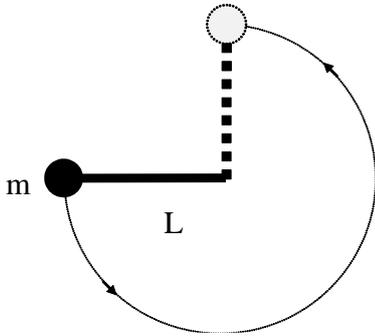
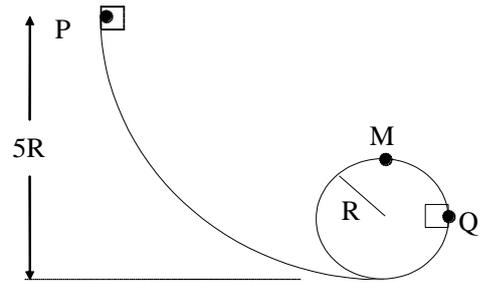
27. A jovem A, o capitão B e o marinheiro C, possuem massas de 50, 85 e 68 kg, respectivamente, e estão sentados em um bote com 40 kg de massa, que está em repouso em águas paradas, conforme a figura 12.a. Despreze qualquer resistência ao movimento oferecida pela água. Se as três pessoas mudam suas posições como mostrado na figura 9.b,

- a) determine a distância  $x$ .  
 b) A sequência ou duração da troca de posições afeta o resultado final? Justifique sua resposta.  
 c) Qual deveria ser o deslocamento para que a distância  $x$  fosse máxima? Justifique sua resposta.

**Conservação da energia mecânica – Energia potencial gravitacional**

28. Um pequeno bloco de massa  $m$  escorrega ao longo de uma pista sem atrito em forma de aro, como mostra a figura ao lado.

- Se o bloco parte do repouso no ponto P, qual é a força resultante que atua no bloco em Q?
- Qual a menor altura do ponto P que permite ao bloco passar pelo ponto M sem descolar da pista?



29. (RHK 12-P.2). Uma bola de massa  $m$  está amarrada a uma das extremidades de uma haste muito leve de comprimento  $L$ . A outra extremidade da haste está apoiada num pino, de modo que a haste pode mover-se num plano vertical. A haste é colocada horizontalmente, conforme a figura ao lado, e empurrada para baixo, de modo que gira em torno do pino e alcança a posição vertical com velocidade zero. Qual a velocidade inicial transmitida à bola?

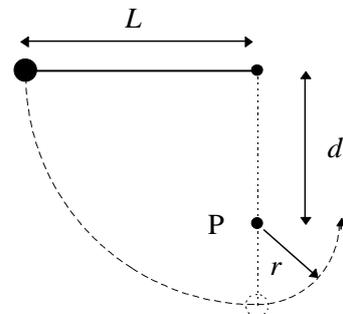
30. Um bumerangue com 125 g é arremessado de uma altura de 1,06 m acima do solo com velocidade igual a 12,3 m/s. Quando ele alcança a altura de 2,32 m, sua velocidade é 9,57 m/s.

- Qual é o trabalho realizado sobre o bumerangue pela força da gravidade?
- Quanta energia cinética foi perdida devido à resistência do ar? Ignore o giro do bumerangue.

31. (RHK 12-E.6, ligeiramente modificado) Um homem de 110 kg pula sobre uma rede de salvamento situada 10 m abaixo e a rede estica 1,3 m antes de parar e jogá-lo no ar. Qual a energia potencial da rede esticada, supondo não haver dissipação de energia por forças não-conservativas?

32. (RHK 12-P.8) O fio da figura tem comprimento  $L=120$  cm e a distância  $d$  ao pino fixo P é 75,0 cm. Quando se abandona a bola a partir do repouso na posição mostrada, ela oscilará ao longo do arco tracejado. Qual será sua velocidade:

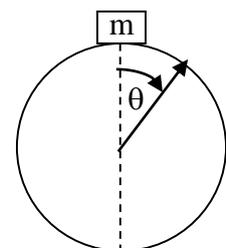
- quando alcançar o ponto mais baixo do movimento?
- quando alcançar o ponto mais elevado depois que o fio encostar-se no pino?



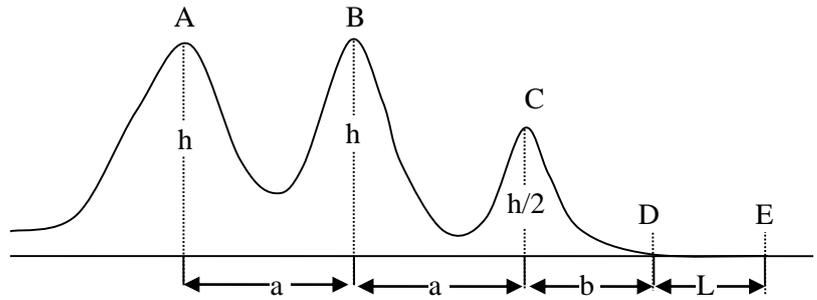
33. (RHK 12-P.9) Mostre que a condição para a bolinha do pêndulo do exercício anterior completar uma volta inteira ao redor do pino é  $d > 3L/5$ . Dica: Determine que velocidade a bolinha deve ter no alto da trajetória para que o fio não afrouxe.

34. Uma massa puntiforme  $m$  parte do repouso e desliza sobre a superfície de uma esfera, sem atrito, de raio  $r$ . Meça os ângulos a partir da vertical e a energia potencial a partir do topo. Ache:

- a variação de energia potencial da massa com o ângulo.
- a energia cinética como função do ângulo.
- as acelerações radial e tangencial em função do ângulo.
- o ângulo  $\theta_a$  em que a massa desencosta da esfera.



**35. (RHK 12-E.9)** Um carro de montanha russa, de massa  $m$ , inicia seu movimento no ponto A com velocidade  $v_0$ , como mostra a figura, movendo-se sem atrito com a pista e com o ar. Suponha que ele possa ser considerado como uma partícula e que permaneça sempre sobre o trilho.



a) Qual será a velocidade do carro nos pontos B e C?

b) Que desaceleração constante é necessária para detê-lo no ponto E se ele começar a ser freado no ponto D?

**36.** Uma bolinha amarrada a um fio de comprimento  $l = 1,00$  m gira num plano vertical, de modo que passa pelo ponto mais alto com velocidade  $v_{\min}$  igual à mínima necessária para descrever o círculo completo. Despreze efeitos de atrito ao responder as questões abaixo.

a) Esboce o diagrama de corpo livre da bolinha no ponto mais alto da trajetória.

b) Determine a relação de  $v_{\min}$  com o comprimento do fio e a aceleração da gravidade e justifique porque  $v_{\min}$  não depende da massa da bolinha.

c) Determine a massa da bolinha se o módulo da tração no fio no ponto mais baixo é  $4,5$  N maior que no ponto que fica à mesma altura do centro do círculo.

**37.** Um pêndulo é formado por um corpo de massa  $m = 1,0$  kg pendurado no teto por um fio de comprimento  $1,0$  m. O corpo é deslocado da posição de equilíbrio até que o fio fique esticado na direção horizontal. O corpo é abandonado dessa posição. Calcule:

a) o trabalho da força de tração do fio sobre o corpo, do início do movimento até o ponto mais baixo da trajetória.

b) o trabalho da força peso, do início do movimento até o ponto mais baixo da trajetória.

c) de qual posição angular (medida em relação à vertical), o corpo deve ser abandonado de forma a atingir o ponto mais baixo da trajetória com velocidade  $v = 2,0$  m/s.

### Conservação da quantidade de movimento em um sistema de partículas

**38.** Um barco em repouso explode, partindo-se em três pedaços. Dois deles, um com o dobro da massa do outro, têm velocidades de módulo igual a  $31$  m/s e são perpendiculares entre si. A massa do terceiro pedaço é o triplo da massa do mais leve de todos. Determine o módulo e a direção da velocidade do pedaço mais pesado imediatamente após a explosão. (Especifique a direção dando o ângulo em relação à velocidade do pedaço mais leve.)

**39. (HRK E 7.18)** Um vagão de trem está se movendo ao longo de um trilho sem atrito a uma velocidade com intensidade de  $45,0$  m/s. Montado sobre o vagão e apontando para a frente, está um canhão que dispara balas com  $65,0$  kg com uma velocidade de disparo com intensidade de  $625$  m/s em relação ao canhão. A massa total do vagão, do canhão e do grande suprimento de munição é de  $3500$  kg. Quantas balas devem ser disparadas para que o vagão seja trazido o mais próximo possível do seu repouso?

**40.** Um garoto de massa  $30$  kg, correndo a  $2,5$  m/s salta sobre um carrinho de massa  $10$  kg, que estava parado, permanecendo sobre ele.

a) Determine a velocidade do conjunto carrinho+garoto depois que ambos estiverem andando juntos.

b) Em seguida, o garoto começa a andar sobre o carrinho com velocidade de  $0,5$  m/s, relativa ao carrinho, dirigindo-se para a frente do mesmo. Qual a nova velocidade do carrinho?

c) Quando o garoto chega a extremidade do carrinho, ele pula para a frente, com velocidade de  $1,0$  m/s em relação ao carrinho. Com que velocidade fica o carrinho depois disso?

**Desafio:** Se a velocidade do carrinho for  $u$  m/s para a direita e o garoto de massa  $m$  kg saltar para a esquerda com velocidade, em relação ao carrinho,  $v$  m/s, qual será a variação de velocidade do carrinho?

Suponha que o carrinho esteja inicialmente em repouso e sobre ele existam  $n$  garotos. Se cada garoto saltar sucessivamente com velocidade  $v$  m/s, eles transmitiriam ao carrinho maior velocidade do que seria transmitida se todos saltassem ao mesmo tempo? Justifique.

**41.** Um canhão montado sobre uma carreta, apontado numa direção que forma um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal, atira uma bala de 50 kg, cuja velocidade na boca do canhão é 300 m/s. A massa total do canhão e da carreta é 5 toneladas.

a) Calcule a componente horizontal da velocidade inicial de recuo da carreta.

b) Se o coeficiente de atrito cinético é 0,7, de que distância a carreta recua?

**42.** Um corpo de 3 kg move-se para a direita, a 5 m/s, e outro, de 3 kg, move-se para a esquerda a 2 m/s. a) Calcule a energia cinética total do sistema dos dois corpos no referencial mencionado.

b) Calcule a velocidade do centro de massa do sistema dos dois corpos. c) Calcule as velocidades dos dois corpos em relação ao centro de massa. d) Calcule a energia cinética do movimento dos dois corpos em relação ao centro de massa. e) Mostre que a resposta da parte a) é maior do que a resposta da parte d) e que a diferença entre elas é a energia cinética do centro de massa.

**43.** Um projétil de massa  $m = 3$  kg, é disparado com a velocidade inicial de 120 m/s, sob um ângulo de  $30^\circ$ . No topo da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas 1 kg e 2 kg. Este fragmento de 2 kg chega ao solo na vertical do ponto da explosão, 3,6 s depois da fragmentação.

a) Determine a velocidade do fragmento de 1 kg imediatamente depois da explosão. b) Calcule a distância entre o ponto de disparo e o ponto de chegada do fragmento de 1 kg ao solo. c) Determine a energia liberada na explosão.

**44.** Uma garota de 55 kg pula para fora de uma canoa de 75 kg que está flutuando em repouso. Se a velocidade do pulo para a direita for de 2,5 m/s, qual a velocidade da canoa imediatamente depois do pulo?

**45.** Uma bomba de massa  $m$  e velocidade  $v$  explode no ar dividindo-se em dois fragmentos iguais. No instante da explosão a velocidade da bomba era horizontal em relação à Terra, e logo depois da explosão um dos fragmentos tinha velocidade de módulo  $v$ , dirigida na vertical. Determine a velocidade  $v'$  do outro fragmento.

**46.** Uma corrente de contas de vidro, cada qual com a massa de 0,5 g, é disparada por um tubo horizontal à taxa de 100 por segundo (figura 13). As contas caem 0,5 m sobre o prato de uma balança e quicam até a altura inicial. Que massa deve ser colocada no outro prato da balança para manter o equilíbrio?

