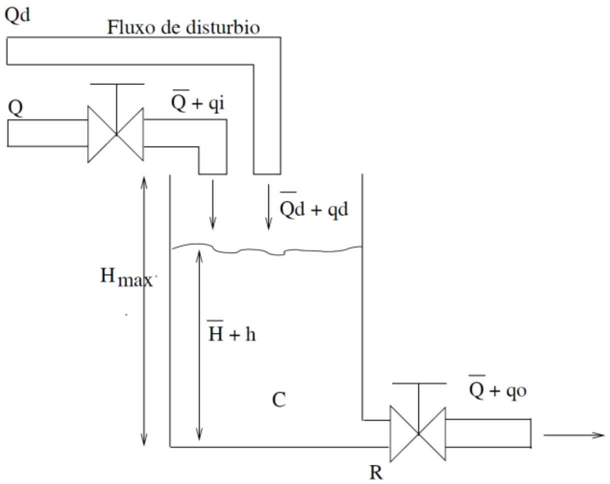
Prova REC PMR – 2360 Controle 1 Profs. Newton Maruyama / Eduardo Aoun Tannuri
Nome_____________________________________NUSP __________________

1) (4,0) Um sistema de controle de nível de líquidos, ilustrado na figura abaixo, é um sistema com características não lineares, onde:



- H é a altura do líquido (m),
- Q é o fluxo de líquido genérico (m^3/s),
- Q_d é o fluxo de líquido de perturbação que não pode ser controlado (m^3/s),
- R é a resistência ao fluxo de líquido e é definida como a variação no nível de líquido H causada pela variação no fluxo Q,
- C é a capacitância do reservatório e é definida a variação no volume de líquido armazenado causada pela variação na altura H (m^3/m).
- q_i é a variação do fluxo de entrada,
- q_oé a variação do fluxo de saída,
- q_d é a variação do fluxo de perturbação,
- h é a variação da altura.

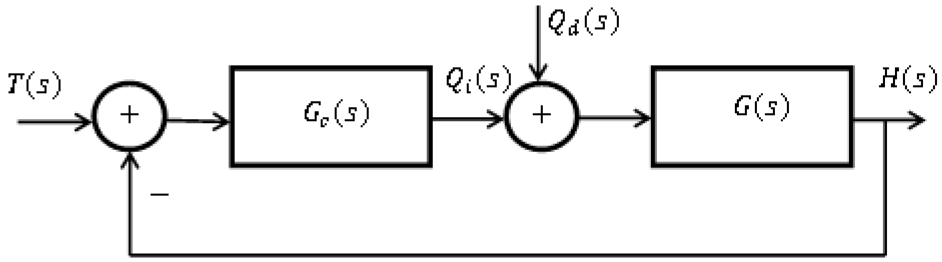
O sistema pode ser representado através de funções de transferência realizando uma linearização do sistema em torno de um ponto de operação nominal estacionário $(\bar{H}, \bar{Q})$.

A equação linearizada que descreve o sistema é dada por:

$$C\frac{dh}{dt} + \frac{1}{R}h = q_i + q_d.$$

Desta forma, a função de transferência de h em função de q_i e q_d são iguais.

Um sistema de controle em malha fechada pode ser representado da seguinte forma:



Para este sistema pergunta-se:

a) Calcule a função de transferência $G(s)$.

b) Caso seja utilizado um controlador proporcional $G_c(s) = K_P$ é possível obter erro estacionário nulo $e_{ss} = 0$ para uma entrada degrau $T(s) = {}^{A}/_{s}$? Argumente matematicamente.

c) Deseja-se projetar um controlador do tipo integral$G_c(s) = K_I/s$. Admitindo que $R = 0.01$ e $C = 300$ para o ponto de operação estático desejado, projete o controlador de tal forma que:

- o sistema nunca transborde mesmo que o sinal de referência $T(s)$ coloque o sistema para operar em H_{max}.
- tempo de assentamento $t_s < 100seg$.

d) O controlador projetado no ítem anterior permite obter erro estacionário nulo $e_{ss} = 0$ para um distúrbio do tipo degrau $Q_d(s) = {}^{B}/_{s}$? Argumente matematicamente.

Gabarito

a-) Função de transferência $H(s) = f(T(s), Qd(s))$

Partindo da equação $C\frac{dh}{dt} + \frac{1}{R}h = q_i + q_d$

$$CsH(s) + \frac{1}{R}H(s) = Qi(s) + Qd(s)$$

$$H(s) = \frac{R}{RCs+1}\left[Qi(s) + Qd(s)\right]$$

Desta forma é possível concluir que $G(s) = \frac{R}{RCs+1}$

b-) $G_c(s) = K_p \quad G(s) = \frac{R}{RCs+1} \quad T(s) = \frac{A}{s}$

$$E(s) = \frac{1}{1+G_c(s)G(s)}T(s) = \frac{1}{1+\frac{K_p.R}{RCs+1}}.T(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s.\frac{1}{1+\frac{K_p.R}{RCs+1}}\cdot\frac{A}{s} = \frac{1}{1+K_pR}$$

não é possível obter $e_{ss} = 0$

c-) $G_c(s) = \frac{K_i}{s} \quad R = 0{,}01 \quad C = 300$

malha aberta $G(s)G_c(s) = \frac{K_i}{s}\cdot\frac{0.01}{3s+1}$

A imposição de que o sistema nunca transborde mesmo que ele opere em Hmax é equivalente a impor que o sistema não permite sobresinal. O que tb é equivalente a dizer que somente pólos de malha fechada reais são permitidos.

A segunda restrição de tempo de assentamento

$t_s < \frac{4}{\zeta\omega_n} < 100\,seg$, como $\sigma = \zeta\omega_n \Rightarrow \sigma > 0{,}04$

Na figura observa-se o Lugar das Raízes do sistema
o sistema possui dois pólos em malha aberta

$s_1 = 0 \quad s_2 = -0.33$

Podemos escolher como solução dos pólos de malha fechada qualquer ponto entre $[-0.04, -0.29]$

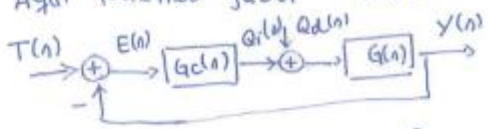
Vamos por exemplo escolher o ponto de amortecimento crítico $(\zeta = 1)$

No gráfico $s = -0.167$

para este ponto $K_i = 8.33$

d-) $e_{ss} = 0$ para $Q_d(s) = B/s$?

Aqui podemos fazer $T(s) \equiv 0$

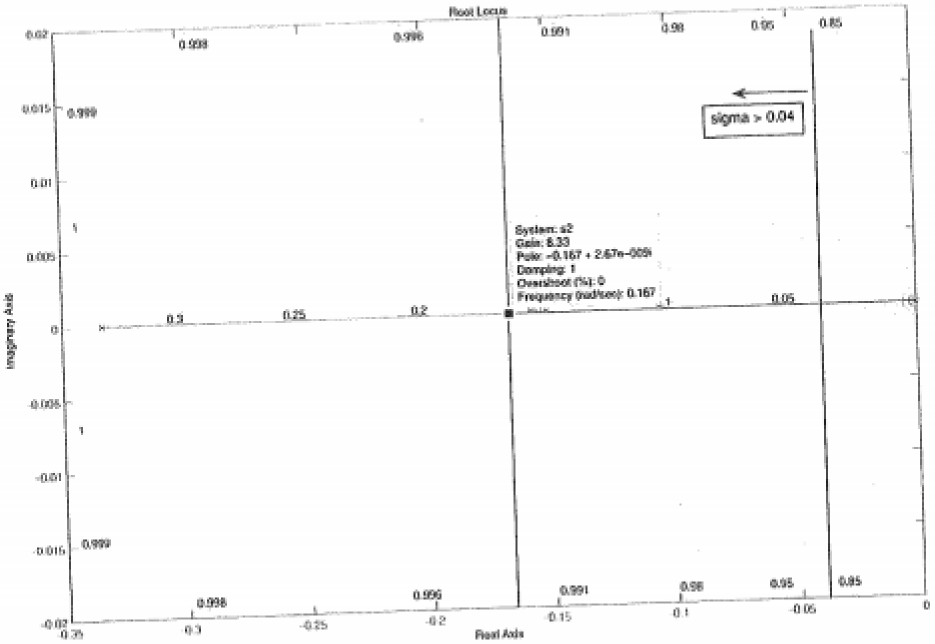


$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \cdot Q_d(s) = \frac{\frac{R}{RCs+1}}{1 + \frac{K_i}{s} \cdot \frac{R}{RCs+1}} \cdot \frac{B}{s}$$

$E(s) = -Y(s)$

$$e_{ss} = -\lim_{s \to 0} s\,Y(s) = -\lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{R s}{s(RCs+1) + K_i R} \cdot \frac{B}{\cancel{s}} = 0$$

sim $\quad e_{ss} = 0$



Root Locus
sigma > 0.04
System: s2
Gain: 8.33
Pole: -0.167 + 2.67e-005i
Damping: 1
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/sec): 0.167
Imaginary Axis
Real Axis