ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE   RECUPERAÇÃO   14/07/2016

Duração: 120 minutos

1ª Questão (3,0 pontos)

Uma equipe de alunos deseja construir um mini foguete para uma competição estudantil. O mini foguete terá 2,5 m de comprimento e atingirá uma velocidade supersônica de 400 m/s. Deseja-se fazer um teste experimental com um modelo 1:20 num túnel transônico da universidade para estimar a força de arrasto sobre o foguete. Sabe-se que, em princípio, a força de arrasto sobre o foguete, F_a, é função da massa específica do ar, ρ, da velocidade do foguete, V, do comprimento do foguete, S, da viscosidade do ar, μ, e da velocidade do som no ar, c.

(a) Obtenha uma relação funcional adimensional apropriada para este estudo. (***1,5 ponto***)

(b) Sendo o foguete um corpo aerodinâmico, a dependência da força de arrasto com a viscosidade do fluido deixa de ser significativa se a camada limite for turbulenta na maior parte da superfície do corpo. É este o caso para o protótipo, considerando que o ar esteja a 300 K? (***0,5 ponto***)

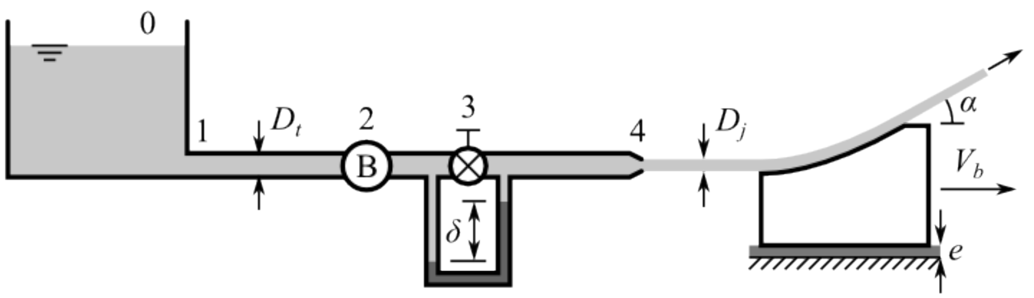
(c) Admitindo que a temperatura do ar no ensaio em túnel de vento também seja de 300 K (o que significa que a velocidade do som é igual para o modelo e para o protótipo, já que ela é função da temperatura), e adotando a hipótese de que a influência da viscosidade na força de arrasto seja de fato desprezível tanto no protótipo quanto no modelo, calcule a velocidade do ar que deve ser imposta no teste em túnel de vento para haver semelhança dinâmica. Nessas condições, a hipótese da influência da viscosidade ser desprezível é mesmo válida para o modelo? Se a força de arrasto medida no modelo foi de 10 N, qual será a força de arrasto no protótipo? (***1,0 ponto***)

2ª Questão (3,5 pontos)

A figura mostra um jato de água ($\rho = 1000$ kg/m^3, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s) de diâmetro $D_j = 20$ mm que sai de um bocal acoplado a uma tubulação e atinge o defletor fixado a um bloco que se movimenta com uma velocidade constante $V_b = 0{,}1$ m/s sobre um filme de óleo de viscosidade $\mu_o = 0{,}2$ Pa·s e espessura $e = 5$ mm. A área de contato entre bloco e filme de óleo é $A_b = 0{,}5$ m^2. A tubulação tem diâmetro interno igual a D_t = 50 mm e é feita de um ferro fundido ($\varepsilon = 0{,}26$ mm). Há uma bomba instalada na tubulação, indicada por B, e uma válvula que tem um manômetro de mercúrio ($DR = 13{,}6$) acoplado, cujo desnível é $\delta = 40$ mm. O comprimento da tubulação, altura do nível do reservatório, coeficiente de perda de carga localizada na entrada e ângulo de saída do jato defletido são dados junto à figura. A gravidade no local vale $g = 9{,}8$ m/s^2, mas seu efeito **sobre o jato** pode ser desprezado. Determine

(a) A vazão de água na tubulação; (***1,5 ponto***)

(b) A potência consumida pela bomba, que tem rendimento de 80%. (***2,0 pontos***)



$L_{1,4} = 20$ m $z_0 = 1{,}5$ m

$K_1 = 0{,}5$ $\alpha = 30°$

3ª Questão (3,5 pontos)

Uma empresa europeia para a qual você está prestando consultoria está considerando mudar seus escritórios para um prédio mais moderno e pede para que você faça uma estimativa dos custos fixos que a empresa teria neste novo local. Um dos itens é o sistema de aquecimento, já que a empresa se situa numa cidade de invernos rigorosos e o prédio considerado tem a fachada toda em vidro de espessura de 15 mm e condutividade térmica de 1,4 W/(m·K). O escritório padrão neste novo prédio tem uma lateral envidraçada de 10 m de comprimento por 2,8 m de altura. Num dia típico de inverno, a temperatura do ar externo é de −5 °C e os ventos horizontais sopram a uma velocidade de 40 km/h, paralelamente à fachada do prédio. Calcule a carga térmica necessária, em kW, para manter o ar do ambiente interno a 20 °C, sabendo que as trocas térmicas que ocorrem nas demais paredes, teto e chão do escritório são desprezíveis frente à troca que acontece pela fachada envidraçada. Despreze também trocas por radiação e considere escoamento turbulento do vento sobre o vidro.

Formulário geral

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho \mathrm{d}\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\mathrm{d}A = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\vec{V}\rho \mathrm{d}\forall + \int_{SC}\vec{V}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\mathrm{d}A = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \qquad \tau_{yx} = \mu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \qquad p_1 = \gamma h + p_2$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1\overline{V}_1^2}{2g}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2\overline{V}_2^2}{2g}+z_2\right)-h_m = h_{L_T} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2g} \qquad h_s = K\frac{\overline{V}^2}{2g} \qquad h_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}+\frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \qquad f = \frac{64}{Re} \qquad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \qquad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p$$

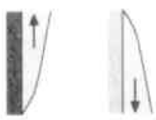
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q''' = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \qquad q''_{\text{cond}} = -k\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA}$$

$$q''_{\text{conv}} = h(T_\infty - T_s) \qquad R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA} \qquad Nu_L = \frac{hL}{k} \qquad Re_L = \frac{VL}{\nu} \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Convecção forçada – escoamento externo

Geometria	**Condições**	**Correlação**
Placa plana	Laminar; local; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$Nu_x = 0{,}332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; local; fluxo uniforme; T_f; $Pr \ge 0{,}6$	$Nu_x = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; médio; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$\overline{Nu}_L = 0{,}664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; fluxo uniforme; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = 0{,}037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$
	Mista; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = \left(0{,}037 Re_L^{4/5} - 871\right) Pr^{1/3}$

Convecção natural

Geometria	**Correlação**	**Restrições**
Placas verticais 	$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	Nenhuma

PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2016 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Prova de Recuperação

1ª Questão (3,0 pontos)

(a) Parâmetros envolvidos: F_a, ρ, V, S, μ, c. Conjunto de dimensões fundamentais: MLt.

$$F_a \doteq \frac{ML}{t^2}, \qquad \rho \doteq \frac{M}{L^3}, \qquad V \doteq \frac{L}{t}, \qquad S \doteq L, \qquad \mu \doteq \frac{M}{Lt}, \qquad c \doteq \frac{L}{t}$$

Matriz dimensional:

	F_a	ρ	V	S	μ	c
M	1	1	0	0	1	0
L	1	-3	1	1	-1	1
t	-2	0	-1	0	-1	-1

Parâmetros repetentes:
ρ, V, S

$6 - 3 = 3$ equações dimensionais

$$\Pi_1 = F_a \rho^a V^b S^c \quad \Rightarrow \quad (MLt^{-2})(ML^{-3})^a (Lt^{-1})^b (L)^c = M^0 L^0 t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & 1 + a = 0 & \Rightarrow \quad a = -1 \\ [L]: & 1 - 3a + b + c = 0 & \Rightarrow \quad c = -2 \\ [t]: & -2 - b = 0 & \Rightarrow \quad b = -2 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_1 = \frac{F_a}{\rho V^2 S^2}} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\Pi_2 = \mu \rho^a V^b S^c \quad \Rightarrow \quad (ML^{-1}t^{-1})(ML^{-3})^a (Lt^{-1})^b (L)^c = M^0 L^0 t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & 1 + a = 0 & \Rightarrow \quad a = -1 \\ [L]: & -1 - 3a + b + c = 0 & \Rightarrow \quad c = -1 \\ [t]: & -1 - b = 0 & \Rightarrow \quad b = -1 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V S}} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\Pi_3 = c \rho^a V^b S^c \quad \Rightarrow \quad (Lt^{-1})(ML^{-3})^a (Lt^{-1})^b (L)^c = M^0 L^0 t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & a = 0 & \\ [L]: & 1 - 3a + b + c = 0 & \Rightarrow \quad c = 0 \\ [t]: & -1 - b = 0 & \Rightarrow \quad b = -1 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_3 = \frac{c}{V}} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\frac{F_a}{\rho V^2 S^2} = \phi_1 \left(\frac{\mu}{\rho V S}, \frac{c}{V} \right) \qquad \text{em termos mais familiares:} \quad \frac{F_a}{\rho V^2 S^2} = \phi \left(\frac{\rho V S}{\mu}, \frac{V}{c} \right) = \phi(Re_S, Ma)$$

(b) A camada limite é turbulenta quando $Re_x \geq Re_c = 5 \times 10^5$. As propriedades do ar a $T = 300\,\mathrm{K}$ e pressão atmosférica são $\rho = 1{,}1614\,\mathrm{kg/m^3}$ e $\mu = 1{,}846 \times 10^{-5}\,\mathrm{N \cdot s/m^2}$. Sendo assim,

$$x_c = Re_c \frac{\mu}{\rho V} = 5 \times 10^5 \times \frac{1{,}846 \times 10^{-5}}{1{,}1614 \times 400} = 0{,}0198\,\mathrm{m}.$$

Isso significa que $(2{,}5 - 0{,}0198)/2{,}5 = 99{,}2\%$ da superfície do foguete tem camada limite turbulenta. Portanto, esta afirmação é verdadeira para o protótipo. $\boxed{\textbf{0,5 pt}}$

(c) Se a viscosidade não for importante para a determinação da força de arrasto, então

$$\frac{F_a}{\rho V^2 S^2} = \phi_2\left(\frac{V}{c}\right).$$

Sendo assim, determinamos a velocidade do ensaio igualando os números de Mach. Como as velocidades do som são iguais no modelo e no protótipo, as velocidades do ensaio deverá ser igual àquela do protótipo, ou seja, $V_m = 400\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$.

Para esta velocidade, o ponto de transição da camada limite é aquele calculado no item anterior. Consequentemente, como o modelo tem $2{,}5/20 = 0{,}125\,\mathrm{m}$ de comprimento, $(0{,}125 - 0{,}0198)/0{,}125 = 84{,}2\%$ da sua superfície terá camada limite turbulenta, e a hipótese também é válida para o modelo. $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

A força de arrasto no protótipo pode então ser estimada igualando-se os coeficientes de arrasto:

$$\frac{F_{ap}}{\cancel{\rho_p}\cancel{V_p^2}S_p^2} = \frac{F_{am}}{\cancel{\rho_m}\cancel{V_m^2}S_m^2} \quad \Rightarrow \quad F_{ap} = F_{am}\frac{S_p^2}{S_m^2} = 10 \times 20^2 = 4000\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

2ª Questão (3,5 pontos)

(a) Equação da quantidade de movimento na direção x: $\cancel{\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho u\,\mathrm{d}\forall} + \int_{SC}\rho u\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A = F_x$

A força externa aplicada é devido à tensão viscosa no contato do bloco com o óleo:

$$F_x = -F_v = -\tau A_b = -\mu_o\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}A_b = -\mu_o\frac{V_b}{e}A_b = -0{,}2\times\frac{0{,}1}{0{,}005}\times 0{,}5 = -2\,\mathrm{N} \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

A integral de fluxo é, chamando a velocidade do jato relativa ao bloco de V_j',

$$\int_{SC}\rho u\vec{V}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A = \rho\frac{\pi D_j^2}{4}\left(-V_j'^2 + V_j'^2\cos\alpha\right) = \rho\frac{\pi D_j^2}{4}V_j'^2(\cos\alpha - 1) \quad \boxed{0{,}6\text{ pt}}$$

Substituindo na equação da quantidade de movimento, podemos obter V_j'.

$$V_j' = \sqrt{\frac{F_v}{\rho\frac{\pi D_j^2}{4}(\cos\alpha-1)}} = \sqrt{\frac{-2}{1000\times\frac{\pi\times 0{,}02^2}{4}\times(\cos 30^\circ - 1)}} = 6{,}893\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{0{,}2\text{ pt}}$$

A velocidade absoluta do jato é $V_j = V_j' + V_b = 6{,}993\,\mathrm{m/s}$.

A vazão na tubulação é $Q = V_j\dfrac{\pi D_j^2}{4} = 6{,}993\times\dfrac{\pi\times 0{,}02^2}{4} = 2{,}197\times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}$ $\boxed{0{,}2\text{ pt}}$

(b) Equação da energia entre as seções 0 e 4, onde h_b é a carga fornecida pela bomba, h_v a perda de carga na válvula e $\bar{V}_t$ a velocidade média da água na tubulação:

$$\left(\cancel{\frac{p_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_0\bar{V}_0^2}{2g}} + z_0\right) - \left(\cancel{\frac{p_4}{\gamma}} + \frac{\alpha_4\bar{V}_4^2}{2g} + \cancel{z_4}\right) + h_b = h_{L_T} = f\frac{L_{1,4}}{D_t}\frac{\bar{V}_t^2}{2g} + K_1\frac{\bar{V}_t^2}{2g} + h_v$$

Rearranjando, e sabendo que $\bar{V}_4 = V_j$: $\quad h_b = \dfrac{V_j^2}{2g} - z_0 + \left(f\dfrac{L_{1,4}}{D_t} + K_1\right)\dfrac{\bar{V}_t^2}{2g} + h_v$

$$h_v = \frac{\Delta p_3}{\gamma} = \frac{\cancel{\gamma}(DR-1)\delta}{\cancel{\gamma}} = (13{,}6-1)\times 0{,}04 = 0{,}504\,\mathrm{m} \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

$$\bar{V}_t = \frac{D_j^2}{D_t^2}V_j^2 = \frac{0{,}02^2}{0{,}05^2}\times 6{,}993 = 1{,}119\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{0{,}2\text{ pt}}$$

$$Re = \frac{\bar{V}_t D_t}{\nu} = \frac{1{,}119\times 0{,}05}{10^{-6}} = 5{,}595\times 10^4 \qquad \frac{\varepsilon}{D_t} = \frac{0{,}00026}{0{,}05} = 0{,}00520$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D_t}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad\Rightarrow\quad f = 0{,}0323 \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

$$\therefore h_b = \frac{6{,}993^2}{2\times 9{,}8} - 1{,}5 + \left(0{,}0323\times\frac{20}{0{,}05} + 0{,}5\right)\times\frac{1{,}119^2}{2\times 9{,}8} + 0{,}504 = 2{,}287\,\mathrm{m} \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

$$W_c = \frac{\gamma Q h_b}{\eta} = \frac{1000\times 9{,}8\times 2{,}197\times 10^{-3}\times 2{,}287}{0{,}8} = 61{,}5\,\mathrm{W} \quad \boxed{0{,}3\text{ pt}}$$

3^a Questão (3,5 pontos)

Para calcular a carga térmica necessária, consideramos o fluxo unidimensional através da janela. O calor flui do ambiente interno por convecção natural para a superfície interna do vidro, daí por condução para a superfície externa do vidro e então por convecção forçada para o ar externo. Utilizando o conceito de circuito térmico, a taxa de transferência será dada por:

$$q_x = \frac{(L \times H)(T_{\infty,i} - T_{\infty,e})}{\frac{1}{h_i} + \frac{e}{k_v} + \frac{1}{h_e}} \quad \boxed{\mathbf{0{,}8\ pt}} \tag{1}$$

É preciso determinar os coeficientes de película h_i (convecção natural) e h_e (convecção forçada).

Convecção natural – superfície interna:

Estimando que a temperatura da superfície interna do vidro seja $T_{s,i} = 277\,\mathrm{K}$, teremos uma temperatura de filme $T_{f,i} = 285\,\mathrm{K}$. As propriedades do ar a esta temperatura são:

$$\nu = 1{,}456 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad k = 2{,}51 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/(m \cdot K)} \qquad Pr = 0{,}711$$

$$\alpha = 2{,}05 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{f,i}} = 3{,}51 \times 10^{-3}\,\mathrm{K^{-1}} \qquad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Calculando os adimensionais:

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_{\infty,i} - T_{s,i})H^3}{\nu\alpha} = 4{,}04 \times 10^{10} \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

$$\overline{Nu_H} = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_H^{1/6}}{[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 393 \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Portanto:

$$h_i = \frac{\overline{Nu_H} k}{H} = 3{,}53\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Convecção forçada – superfície externa:

Estimando que a temperatura da superfície externa do vidro seja $T_{s,e} = 272\,\mathrm{K}$, teremos uma temperatura de filme $T_{f,e} = 270\,\mathrm{K}$. As propriedades do ar a esta temperatura são:

$$\nu = 1{,}322 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad k = 2{,}39 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/(m \cdot K)} \qquad Pr = 0{,}715 \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Calculando os adimensionais:

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = 8{,}405 \times 10^6 \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}} \qquad \overline{Nu_L} = 0{,}037 Re^{4/5} Pr^{1/3} = 11461 \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Portanto:

$$h_e = \frac{\overline{Nu_L} k}{L} = 27{,}39\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}25\ pt}}$$

Substituindo na eq. 1, temos $q_x = 2116\,\mathrm{W}$ $\boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$.

Verificando as estimativas das superfícies interna e externa: $T_{s,i} = 272\,\mathrm{K}$ e $T_{s,e} = 271\,\mathrm{K}$. Vamos recalcular os coeficientes de película com estas temperaturas.

Convecção natural – superfície interna:

As propriedades do ar à temperatura de filme $T_{f,i} = 282{,}5\,\mathrm{K}$ são:

$$\nu = 1{,}433 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad k = 2{,}49 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/(m \cdot K)} \qquad Pr = 0{,}712$$
$$\alpha = 2{,}02 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad \beta = 3{,}54 \times 10^{-3}\,\mathrm{K^{-1}}$$

Calculando os adimensionais: $Ra_H = 5{,}53 \times 10^{10}$ e $\overline{Nu_H} = 435$. Portanto, $h_i = 3{,}87\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$.

Convecção forçada – superfície externa:

As propriedades do ar à temperatura de filme $T_{f,e} = 269{,}5\,\mathrm{K}$ são:

$$\nu = 1{,}318 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s} \qquad k = 2{,}39 \times 10^{-2}\,\mathrm{W/(m \cdot K)} \qquad Pr = 0{,}715$$

Calculando os adimensionais: $Re_L = 8{,}433 \times 10^6$ e $\overline{Nu_L} = 11493$. Portanto, $h_e = 27{,}42\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$.

Substituindo na eq. 1, temos $q_x = 2289\,\mathrm{W}$. Verificando as estimativas das superfícies interna e externa: $T_{s,i} = 272\,\mathrm{K}$ e $T_{s,e} = 271\,\mathrm{K}$, portanto os cálculos convergiram e a resposta final é

$$\boxed{q_x = 2289\,\mathrm{W}} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$