ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE 3ª PROVA 20/06/2016

Duração: 120 minutos

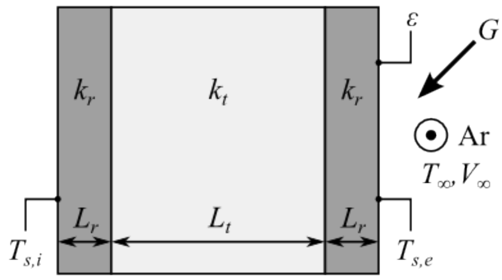
1ª Questão (4,0 pontos)

Uma construção numa área isolada tem uma parede de 3 m de altura e 7 m de largura cuja superfície externa está exposta a uma irradiação ambiental de $G = 900$ W/m^2 e a uma corrente horizontal de ar a $T_\infty = 20$ °C com velocidade $V_\infty = 10$ m/s. Esta superfície externa tem uma pintura tal que pode ser considerada uma superfície cinza e difusa, com emissividade $\varepsilon = 0{,}95$. A parede é composta por três camadas: uma camada de tijolos de concreto [$k_t = 1{,}1$ W/(m·K)] com espessura de $L_t = 20$ cm no meio de duas camadas de reboco [$k_r = 0{,}72$ W/(m·K)] de $L_r = 1$ cm de espessura cada, como mostra a figura. Sabendo que a temperatura na superfície externa é igual a $T_{s,e} = 34$ °C, determine:

(a) O fluxo líquido de radiação na superfície externa da parede; ***(1,0 ponto)***

(b) A taxa de transferência de calor através da parede; ***(2,0 pontos)***

(c) A temperatura na superfície interna da parede, $T_{s,i}$. ***(1,0 ponto)***



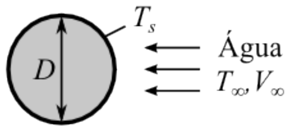
2ª Questão (4,5 pontos)

Um sistema de aquecimento de água é composto por uma série de cilindros maciços de aço inoxidável [$k = 15$ W/(m·K)] que transferem calor ao fluido por efeito Joule. Os cilindros têm diâmetro $D = 10$ mm, resistência por unidade de comprimento igual a $R' = 8{,}785\times10^{-3}$ Ω/m e são alimentados com uma corrente de 850 A quando o equipamento está ligado. Considere o primeiro cilindro do sistema, que é exposto a um escoamento uniforme de água a $T_\infty = 5$ °C e velocidade $V_\infty = 0{,}5$ m/s, como mostrado na figura. Determine:

(a) O calor transferido por metro de cilindro; ***(0,5 ponto)***

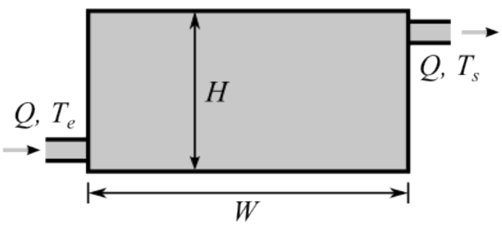
(b) A temperatura na superfície do cilindro, T_s; ***(2,0 pontos)***

(c) A temperatura no centro do cilindro. ***(1,0 ponto)***



Após ser aquecida, uma parte água é direcionada para um radiador vertical instalado na parede de uma sala, cujo interior tem ar a 15 °C. O radiador tem uma superfície exposta de $W = 1$ m de largura por $H = 0{,}5$ m de altura, como mostrado na figura. A água entra no radiador a $T_e = 35$ °C e sai a $T_s = 19$ °C. Admita que a superfície do radiador tenha uma temperatura uniforme e igual à temperatura média da água, e que a aceleração da gravidade no local vale $g = 9{,}8$ m/s^2.

(d) Determine a vazão de água no radiador, Q, em L/s. ***(1,0 ponto)***



3ª Questão (1,5 ponto)

Devido a um acidente, rejeitos de mineração são despejados em um lago cujo volume é de $1{,}5\times10^7$ m^3. Poucos dias após o acidente, é medida no lago uma concentração de arsênio de 2,63 mg/L. Sabendo que o lago é alimentado por lençóis freáticos e que seu conteúdo escoa por um canal a uma vazão de 2 m^3/s, estime após quantos dias após a medição a concentração de arsênio no lago atingirá o nível considerado adequado, de 0,01 mg/L. Considere que a distribuição de arsênio seja homogênea no lago e que não haja degradação deste elemento.

Formulário geral

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q''' = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \qquad q''_{\text{cond}} = -k\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q''' = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL}$$

$$q''_{\text{conv}} = h(T_\infty - T_s) \qquad R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA} \qquad Nu_L = \frac{hL}{k} \qquad Re_L = \frac{VL}{\nu} \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \qquad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

$$E_{cn} = \sigma T^4 \qquad q''_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_{\text{viz}}^4 - T_s^4) \qquad \sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)$$

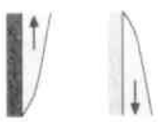
$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall\text{C}} C_\text{A}\,\mathrm{d}\forall + \int_{\text{SC}} C_\text{A}\vec{V}_\text{A}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}A = \int_{\forall\text{C}} \dot{C}_\text{A}\,\mathrm{d}\forall \qquad J''_\text{A} = -D_\text{AB}\frac{\partial C_\text{A}}{\partial x} \qquad \frac{\partial C_\text{A}}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)C_\text{A} = D_\text{AB}\nabla^2 C_\text{A} + \dot{C}_\text{A}$$

$$J''_\text{A} = h_m\left(C_{\text{A},s} - C_{\text{A},\infty}\right) \qquad C_{\text{A},s} = \frac{p_{\text{sat}}(T_s)}{\bar{R}T_s} \qquad Sh = \frac{h_m L}{D_\text{AB}} \qquad Sc = \frac{\nu}{D_\text{AB}}$$

Convecção forçada – escoamento externo

Geometria	**Condições**	**Correlação**
Placa plana	Laminar; local; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$Nu_x = 0{,}332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; local; fluxo uniforme; T_f; $Pr \ge 0{,}6$	$Nu_x = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; médio; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$\overline{Nu_L} = 0{,}664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; fluxo uniforme; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu_L} = 0{,}037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$
	Mista; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu_L} = \left(0{,}037 Re_L^{4/5} - 871\right) Pr^{1/3}$
Cilindro	Médio; isotérmico; T_f; $Re_D\,Pr > 0{,}2$	$\overline{Nu_D} = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1+\left(0{,}4/Pr\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$

Convecção natural

Geometria	**Correlação**	**Restrições**
Placas verticais 	$\overline{Nu_L} = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	Nenhuma

PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2016 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Prova 3

1ª Questão (4,0 pontos)

(a) $q''_{\text{rad}} = G - J$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$ $\qquad q''_{\text{rad}} = G_{\text{abs}} + G_{\text{ref}} - G_{\text{ref}} - E = G_{\text{abs}} - E$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

$q''_{\text{rad}} = \alpha G - \varepsilon\sigma T_{s,e}^4$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$ $\qquad \varepsilon = \alpha$ (superfície cinza e difusa) $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

$q''_{\text{rad}} = 0{,}95 \times 900 - 0{,}95 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times 307^4 = 376{,}5\,\text{W/m}^2$ (–0,2 para erro de conta)

(b) Balanço de energia: $q_{\text{cond}} = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = A_p(q''_{\text{conv}} + q''_{\text{rad}})$, $\qquad q''_{\text{conv}} = \bar{h}(T_\infty - T_{s,e})$

Propriedades do ar a $T_f = \dfrac{T_{s,e} + T_\infty}{2} = 27\,°\text{C} = 300\,\text{K}$:

$$\nu = 1{,}589 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}; \qquad Pr = 0{,}707; \qquad k_f = 2{,}63 \times 10^{-2}\,\text{W/(m}\cdot\text{K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{10 \times 7}{1{,}589 \times 10^{-5}} = 4{,}405 \times 10^6 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \quad \Rightarrow \quad \text{camada limite mista}$$

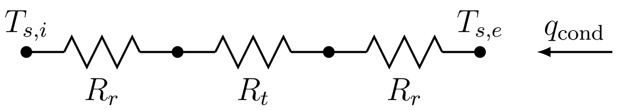
$$\overline{Nu}_L = (0{,}037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} = 6035 \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L k_f}{L} = 22{,}67\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$q''_{\text{conv}} = 22{,}67 \times (20 - 34) = -317{,}4\,\text{W/m}^2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$q_{\text{cond}} = 3 \times 7 \times (-317{,}4 + 375{,}6) = 1221\,\text{W} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

(c) Circuito térmico:



$\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

As resistências térmicas são: $\quad R_r = \dfrac{L_r}{k_r A_p}$, $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$ $\qquad R_t = \dfrac{L_t}{k_t A_p}$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

$$T_{s,i} = T_{s,e} - q_{\text{cond}} \left(2\frac{L_r}{k_r A_p} + \frac{L_t}{k_t A_p} \right)$$

$$T_{s,i} = 34 - 1221 \times \left(2 \times \frac{0{,}01}{0{,}71 \times 21} + \frac{0{,}2}{1{,}1 \times 21} \right) = 21{,}8\,°\text{C} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

2ª Questão (4,5 pontos)

(a) $q = RI^2 \quad \Rightarrow \quad q' = R'I^2 = 8{,}785 \times 10^{-3} \times 850^2 = 6347\,\mathrm{W/m}$ $\boxed{\textbf{0,5 pt}}$

(b) $q' = \bar{h}\pi D(T_s - T_\infty)$. É preciso estimar T_f para calcular $\bar{h}$ posteriormente verificar se o valor de T_s encontrado é consistente com a estimativa.

Usando $T_f = 305\,\mathrm{K}$ ($T_s = 332\,\mathrm{K} = 59\,°\mathrm{C}$), as propriedades da água são:

$$\rho = 1/v = 995\,\mathrm{kg/m^3}; \qquad \mu = 7{,}69 \times 10^{-4}\,\mathrm{N \cdot s/m^2};$$

$$Pr = 5{,}20; \qquad k_f = 0{,}620\,\mathrm{W/(m \cdot K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$Re_D = \frac{\rho V_\infty D}{\mu} = \frac{995 \times 0{,}5 \times 0{,}01}{7{,}69 \times 10^{-4}} = 6469 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 89{,}39 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_D k_f}{D} = 5542\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad T_s = T_\infty + \frac{q'}{\bar{h}\pi D} = 41{,}4\,°\mathrm{C} = 315\,\mathrm{K} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Como a diferença com a estimativa inicial é maior que 5%, refaço os cálculos usando $T_f = 296\,\mathrm{K}$:

$$\rho = 997{,}8\,\mathrm{kg/m^3}; \qquad \mu = 9{,}38 \times 10^{-4}\,\mathrm{N \cdot s/m^2}; \qquad Pr = 6{,}462; \qquad k_f = 0{,}607\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$$

$$Re_D = 5319; \qquad \overline{Nu}_D = 86{,}90; \qquad \bar{h} = 5275\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}; \qquad T_s = 43{,}3\,°\mathrm{C} = 316\,\mathrm{K} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(c) Equação do calor 1d para cilindro com geração: $\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) + \dfrac{q'''}{k} = 0$

Integrando: $\quad r\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\dfrac{q'''}{2k}r^2 + C_1 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\dfrac{q'''}{2k}r + \dfrac{C_1}{r}$

Integrando novamente: $T(r) = -\dfrac{q'''}{4k}r^2 + C_1 \ln(r) + C_2$ $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

$$\text{Condições de contorno}: \begin{cases} \bullet \left.\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right|_{r=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0 \quad \text{(simetria)} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}} \\ \bullet\, T(D/2) = T_s \quad \Rightarrow \quad T_s = -\dfrac{q'''}{4k}\dfrac{D^2}{4} + C_2 \;\Rightarrow\; C_2 = T_s + \dfrac{q'''}{16k}D^2 \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}} \end{cases}$$

$$q''' = \frac{q'}{A} = \frac{4q'}{\pi D^2} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}} \qquad \therefore T(r) = \frac{q'}{\pi D^2 k}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) + T_s$$

$$T(r=0) = C_2 = T_s + \frac{q'}{4\pi k} = 43{,}3 + \frac{6347}{4\pi \times 15} = 77{,}0\,°\mathrm{C} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

(d) Balanço de energia: $q_{\text{conv}} = \dot{m} c_p (T_e - T_s)$

A temperatura média da água é $T_m = \dfrac{35+19}{2} = 27\,°\text{C} = 300\,\text{K}$. Nessa temperatura, as propriedades da água são $c_p = 4179\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$ e $v = 1{,}003 \times 10^{-3}\,\text{m}^3/\text{kg}$.

Na superfície do radiador ocorre convecção natural em placa vertical, $q_{\text{conv}} = \bar{h} A_r (T_m - T_{\text{ar}})$.

Propriedades do ar a $T_f = \dfrac{27+15}{2} = 21\,°\text{C} = 294\,\text{K}$:

$$\beta = 1/T_f = 3{,}401 \times 10^{-3}\,\text{K}^{-1}; \qquad \nu = 1{,}536 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}; \qquad \alpha = 2{,}17 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0{,}707; \qquad k_f = 2{,}58 \times 10^{-2}\,\text{W/(m}\cdot\text{K)} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_m - T_{\text{ar}})H^3}{\nu\alpha} = \frac{9{,}8 \times 3{,}401 \times 10^{-3} \times (27-15) \times 0{,}5^3}{1{,}536 \times 10^{-5} \times 2{,}17 \times 10^{-5}} = 1{,}500 \times 10^8 \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

$$\overline{Nu}_H = \left\{ 0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_H^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2 = 68{,}90 \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_H k_f}{H} = 3{,}56\,\text{W/(m}^2\cdot\text{K)} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

$$q_{\text{conv}} = 3{,}56 \times 1 \times 0{,}5 \times (27-15) = 21{,}3\,\text{W} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

$$\dot{m} = \frac{q_{\text{conv}}}{c_p(T_e - T_s)} = \frac{21{,}3}{4179 \times (35-19)} = 3{,}19 \times 10^{-4}\,\text{kg/s} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

$$Q = \dot{m} v = 3{,}20 \times 10^{-7}\,\text{m}^3/\text{s} = 3{,}20 \times 10^{-4}\,\text{L/s} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

3ª Questão (1,5 ponto)

Equação da conservação da massa de Arsênio (As) para volume de controle (lago):

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho_{\text{As}}\,\text{d}\forall + \int_{SC} \rho_{\text{As}} \vec{V}_{\text{As}} \cdot \vec{n}\,\text{d}A = \int_{\forall C} \cancel{\dot{\rho}_{\text{As}}}\,\text{d}\forall \quad \Rightarrow \quad \frac{\text{d}\rho_{\text{As}}}{\text{d}t} = -\frac{Q}{\forall}\rho_{\text{As}} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Integrando por separação de variáveis:

$$\int_{\rho_{\text{As},i}}^{\rho_{\text{As},f}} \frac{\text{d}\rho_{\text{As}}}{\rho_{\text{As}}} = -\frac{Q}{\forall}\int_0^{t_f} \text{d}t \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{\rho_{\text{As},f}}{\rho_{\text{As},i}}\right) = -\frac{Q}{\forall} t_f \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$t_f = -\ln\left(\frac{0{,}01}{2{,}63}\right) \times \frac{1{,}5 \times 10^7}{2} = 41791155\,\text{s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad t_f = 484\,\text{dias} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$