Análise Dimensional

Teorema Π *de Buckingham:*

"Dada uma relação entre n parâmetros da forma $g(q_1, q_2, \ldots, q_n) = 0$, então os n parâmetros podem ser agrupados em $n - m$ razões independentes adimensionais, ou parâmetros Π, que podem ser expressos em forma funcional por

$$G(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_{n-m}) = 0$$

$$\text{ou} \qquad \Pi_1 = G_1(\Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_{n-m}).$$

O número m é usualmente, mas nem sempre, igual ao número mínimo r de dimensões independentes necessárias para especificar as dimensões de todos os parâmetros $q_1, q_2, \ldots, q_n$."

Este teorema é baseado no conceito de homogeneidade dimensional. O teorema não prevê a forma de G ou G_1, que deve ser determinada experimentalmente.

Determinação dos grupos Π*:*

1. **Liste os parâmetros envolvidos.**

   O número de parâmetros envolvidos é igual a n.

2. **Selecione um conjunto de dimensões fundamentais (primárias).**

   Normalmente, as dimensões primárias são MLt (massa, comprimento e tempo) ou FLt (força, comprimento e tempo). O número de dimensões fundamentais é r.

3. **Liste as dimensões dos parâmetros em termos das dimensões primárias, forme a *matriz dimensional*.**

   Para formar a matriz dimensional, faz-se uma tabela onde cada linha corresponde a uma dimensão primária e cada coluna a um parâmetro envolvido. Preenche-se esta tabela com os expoentes de cada dimensão primária (linha) na expressão dimensional de cada parâmetro (coluna).

4. **Selecione da lista um número m de parâmetros, chamados de *repetentes*, que, em conjunto, incluam todas as dimensões primárias. Não selecione o parâmetro dependente.**

   O número m é igual ao *posto* da matriz dimensional. O posto de uma matriz A é a ordem da maior submatriz de A que tem determinante não nulo.

5. **Estabeleça equações dimensionais combinando os parâmetros repetentes com cada um dos remanescentes.**

   O número de equações será $n - m$. Cada equação consiste em fazer um produto um parâmetro remanescente com os parâmetros repetentes elevados expoentes incógnitos. Impondo a condição de que este produto seja adimensional, obtêm-se um sistema algébrico de equações que permite determinar os expoentes. Cada adimensional é o produto do parâmetro remanescente com os parâmetros repetentes elevados aos expoentes calculados.

6. **Verifique se cada grupo obtido é adimensional.**