

5 Conservação da energia para o $\forall C$

Sistema: $\dot{Q} - \dot{W} = \left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sist}}$ ($\dot{W} > 0$ se o trabalho é realizado pelo $\forall C$.)

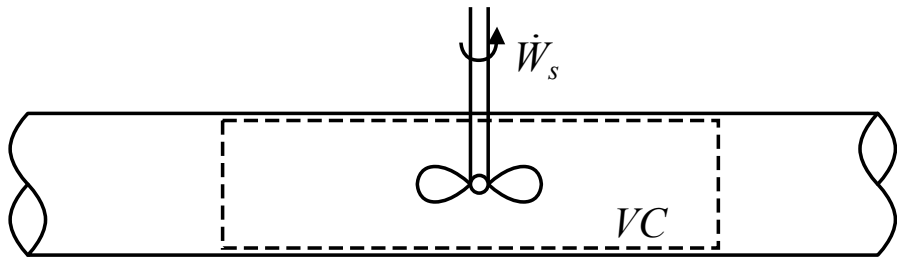
Aplicando o TTR, com $e = \frac{E}{m} = e_i + \frac{V^2}{2} + gz$ (e_i é a energia interna):

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} e \rho \, dV + \int_{SC} e \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA$$

Análise de \dot{W} :

$$\dot{W} = \dot{W}_s + \dot{W}_{\text{normal}} + \dot{W}_{\text{cis}} + \dot{W}_{\text{outros}}$$

a) $\dot{W}_s \Rightarrow$ trabalho de eixo



b) $\dot{W}_{\text{normal}} \Rightarrow$ trabalho realizado pelas tensões normais

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\dot{W} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\delta W}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

$$d\vec{F} \cdot \vec{V} = \sigma_{nn} dA \hat{n} \cdot \vec{V}$$

Este é o trabalho realizado sobre o $\forall C$ (σ_{nn} é a tensão que o meio aplica sobre o $\forall C$). A força que o $\forall C$ aplica sobre o meio é $-\sigma_{nn} dA \hat{n}$

$$\dot{W}_{\text{normal}} = - \int_{SC} \sigma_{nn} \vec{V} \cdot \hat{n} dA \quad (\text{trabalho de escoamento})$$

c) $\dot{W}_{\text{cis}} \Rightarrow$ trabalho realizado pelas tensões de cisalhamento

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{cis}} &= - \int_{SC} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} dA = \\ &= - \int_{A_{\text{eixos}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} dA - \int_{A_{\text{sup. sólida}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} dA - \int_{A_{\text{aberturas}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} dA \end{aligned}$$

$$\int_{A_{\text{eixos}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA \quad \Rightarrow \quad \text{considerado em } \dot{W}_s.$$

$$\int_{A_{\text{sup. s\u00f3lida}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA \quad \Rightarrow \quad \text{nulo para } \forall C \text{ fixo } (\vec{V} = 0 \text{ na parede}).$$

$$\int_{A_{\text{aberturas}}} \tau \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA \quad \Rightarrow \quad \text{nulo se a } SC \text{ \u00e9 perpendicular \u00e0 } \vec{V}.$$

d) $\dot{W}_{\text{outros}} \Rightarrow$ outras contribui\u00e7\u00f5es quaisquer (eletricidade, por ex.)

Rearranjando a eq. da energia:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} e\rho \, dV + \int_{SC} e\rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA - \int_{SC} \sigma_{nn} \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA$$

Na maioria dos casos de interesse $\sigma_{nn} = -p$, assim

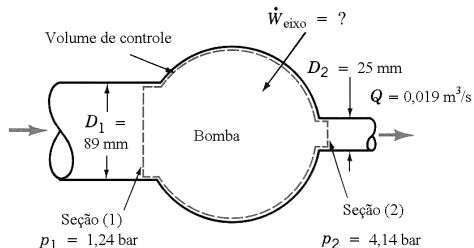
$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} e \rho dV + \int_{SC} e \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dA - \int_{SC} \frac{p}{\rho} \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dA$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} e \rho dV + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dA$$

$$e_i + \frac{p}{\rho} = \text{entalpia}$$

Exercício 1

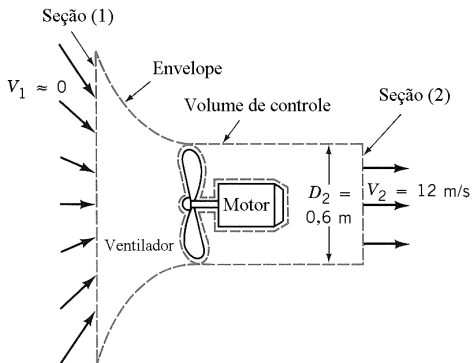
A figura mostra o esquema de uma bomba d'água que apresenta vazão, em regime permanente, igual a $0,019 \text{ m}^3/\text{s}$. A pressão na seção (1) da bomba – seção de alimentação da bomba – é 124 kPa e o diâmetro do tubo de alimentação é igual a 89 mm . A seção de descarga apresenta diâmetro igual a 25 mm e a pressão neste local é 414 kPa . A variação de elevação entre os centros das seções (1) e (2) é nula e o aumento de energia interna específica da água associada com o aumento de temperatura do fluido é igual a 279 J/kg . Determine a potência necessária para operar a bomba admitindo que esta opere de modo adiabático e que a massa específica da água seja 1000 kg/m^3 .



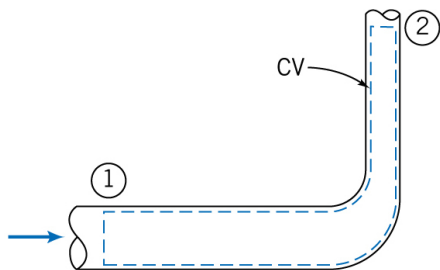
Exercício 2

A figura mostra o esquema de um ventilador axial que é acionado por um motor que transfere $0,4 \text{ kW}$ para as pás do ventilador. O escoamento a jusante do ventilador pode ser modelado como cilíndrico (diâmetro igual a $0,6 \text{ m}$) e o ar nesta região apresenta velocidade igual a 12 m/s .

O escoamento a montante do ventilador apresenta velocidade desprezível. Sabendo que a massa específica do ar no local é $1,23 \text{ kg/m}^3$, determine o trabalho transferido ao ar e que é convertido num aumento na energia disponível (potencial, cinética e de pressão) e estime a eficiência mecânica deste ventilador.



5.1 Considerações de energia no escoamento em tubos



Considerações:

- (1) $\dot{W}_{\text{outros}} = \dot{W}_{\text{cis}} = 0$
- (2) Regime permanente
- (3) Escoamento incompressível
- (4) Energia interna e pressão uniformes nas seções de entrada e saída

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \cancel{\dot{W}_{\text{cis}}} - \cancel{\dot{W}_{\text{outros}}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{VC}} e \rho \, dV + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, dA$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \left[(e_{i_2} - e_{i_1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1) \right] + \\ + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 \, dA - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 \, dA$$

5.1.1 Coeficiente de energia cinética (α)

$$\int_A \frac{V^2}{2} \rho V \, dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2} \rho V \, dA = \alpha \dot{m} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\int_A \rho V^3 \, dA}{\dot{m} \bar{V}^2}$$

$$\text{Valores típicos: } \begin{cases} \alpha = 2,0 & \text{p/ escoamento laminar} \\ \alpha \approx 1,0 & \text{p/ escoamento turbulento} \end{cases}$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \left[(e_{i_2} - e_{i_1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2} - \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2} \right) \right]$$

5.1.2 Perda de carga

Rearranjando a eq. acima:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) - \frac{\dot{W}_s}{\dot{m}} = (e_{i_2} - e_{i_1}) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$$

$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2} + gz \right) \Rightarrow$ energia mecânica por unidade de massa na seção transversal

$(e_{i_2} - e_{i_1}) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \Rightarrow$ perdas, sendo

$(e_{i_2} - e_{i_1}) \Rightarrow$ conversão irreversível de energia mecânica em
térmica não desejada

$-\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \Rightarrow$ perda de energia por transferência de calor

Dividindo a equação pela aceleração da gravidade, g , lembrando que
 $\gamma = \rho g$:

$$\boxed{\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - \frac{\dot{W}_s}{\gamma Q} = h_{LT}}$$

$h_{LT} \Rightarrow$ **perda de carga**

$h_s = \frac{\dot{W}_s}{\gamma Q} \Rightarrow$ carga da máquina, positiva para turbinas e negativa
para bombas.

Termos tem unidade de comprimento (energia / peso).

Exercício 3

A vazão da bomba d'água indicada na figura é igual a $0,056 \text{ m}^3/\text{s}$ e o equipamento transfere $7,46 \text{ kW}$ para a água que escoar na bomba. Sabendo que a diferença entre as cotas das superfícies dos reservatórios indicados na figura é $9,1 \text{ m}$, determine as perdas de carga e de potência no escoamento de água. Admita que a água tem peso específico $\gamma = 9800 \text{ N/m}^3$.

