4 Conservação da quantidade de movimento para o $\forall C$

Segunda lei de Newton, aplicada num referencial inercial.

Sistema: $$\left.\frac{\mathrm{D}(m\vec{V})}{\mathrm{D}t}\right|_{\text{sis}} = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\int_{\text{sis}} \vec{V}\rho\,\mathrm{d}\forall = \sum \vec{F}$$

Aplicando o TTR ($B = m\vec{V}$ e $b = \vec{V}$):

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V}\rho\,\mathrm{d}\forall + \int_{SC} \vec{V}\rho\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A = \sum \vec{F}}$$

As forças externas podem ser de superfície e/ou de corpo.

Para um $\cancel{V}C$ indeformável transladando em linha reta, o TTR fornece:

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\int_{\text{sis}} \vec{V}\rho\,\mathrm{d}\cancel{V} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} \vec{V}\rho\,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} \vec{V}\rho\vec{V}_r\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A = \sum \vec{F}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} (\vec{V}_{\cancel{V}C} + \vec{V}_r)\rho\,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} (\vec{V}_{\cancel{V}C} + \vec{V}_r)\rho\vec{V}_r\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A = \sum \vec{F}$$

Como $\vec{V}_{\cancel{V}C}$ é função apenas do tempo,

$$\left(\frac{\partial \vec{V}_{\cancel{V}C}}{\partial t}\right)\int_{\cancel{V}C} \rho\,\mathrm{d}\cancel{V} + \vec{V}_{\cancel{V}C}\underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} \rho\,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} \rho\vec{V}_r\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A\right)}_{0\,\text{(Continuidade)}} +$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} \vec{V}_r\rho\,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} \vec{V}_r\rho\vec{V}_r\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A = \sum \vec{F}$$

Assim:

$$m_{\forall C}\vec{a}_{\forall C} + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V}_r \rho \, \mathrm{d}\forall + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A = \sum \vec{F}$$

Para $\vec{V}_{\forall C}$ constante:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V}_r \rho \, \mathrm{d}\forall + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A = \sum \vec{F}$$