Universidade de São Paulo - USP
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" – ESALQ
Departamento de Economia, Administração e Sociologia – LES
Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – CEPEA

ECONOMIA DA COMERCIALIZAÇÃO AGRÍCOLA

Prof. Dr. Geraldo Sant'Ana de Camargo Barros

Piracicaba/SP
Fevereiro-2007

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO À COMERCIALIZAÇÃO

1.1. Conceitos de Comercialização

Diferentes conceitos de comercialização têm sido utilizados, mesmo na literatura especializada. Duas possíveis definições de comercialização são apresentadas a seguir.

Comercialização compreende "o conjunto de atividades realizadas por instituições que se acham empenhadas na transferência de bens e serviços desde o ponto de produção inicial até que eles atinjam o consumidor final..." (PIZA & WELSH, p. 1).

Comercialização é o "processo social através do qual a estrutura de demanda de bens e serviços econômicos é antecipada ou ampliada e satisfeita através da concepção, promoção, intercâmbio e distribuição física de tais bens e serviços"[1].

A comercialização envolve, conforme se depreende das definições apresentadas, uma série de atividades ou funções através das quais bens e serviços são transferidos dos produtores aos consumidores. Essas atividades resultam na transformação dos bens, mediante utilização de recursos produtivos - capital e trabalho - que atuam sobre a matéria-prima agrícola. A comercialização trata-se, portanto, de um processo de produção e como tal pode ser analisada valendo-se dos instrumentos proporcionados pela teoria econômica.

As alterações que as atividades de comercialização exercem sobre a matéria-prima agrícola são de três naturezas: alterações de forma, tempo e espaço. No primeiro caso é mais fácil visualizar o processo de produção envolvido: através do processamento combinam-se recursos produtivos para alterar a forma do bem. Nos outros dois casos também se tem um processo de produção que emprega recursos na criação de serviços de armazenamento (transferência do bem ao longo do tempo) e transporte (transferência do bem no espaço).

A comercialização é um processo social que envolve interações entre agentes econômicos através de instituições apropriadas. Uma importante instituição no sistema de comercialização é o mercado. Este

[1] Statement of the Philosophy of Marketing do corpo docente de comercialização da Universidade do Estado de Ohio, Columbia: Bureau of Business Research, The Ohio State University, 1964; citação encontrada em STEELE, VERA F.º & WELSH, p. 24.

deve ser entendido como o “local” em que operam as forças da oferta e demanda, através de vendedores e compradores, de tal forma que ocorra a transferência de propriedade da mercadoria através de operações de compra e venda. A transferência da posse da mercadoria, mediante sua entrega pelo vendedor ao comprador, pode ser simultânea à mudança de propriedade - mercado à vista (*cash market*) - ou se dar somente após certo período de tempo. Neste último caso, em que se negocia um contrato representando um compromisso de entrega futura da mercadoria, diz-se que há uma operação de mercado a termo. Quando os contratos são padronizados e homogêneos podendo ser negociados publicamente em bolsas organizadas, passa-se a ter operações de mercado de futuros. Em muitos casos, os negócios a futuro se dão sem que haja a entrega da mercadoria, posto que, antes do seu vencimento, o contrato é renegociado mediante operação inversa (por exemplo, o comprador inicial de um contrato o vende de volta antes do vencimento). Para o produtor ou comerciante, a operação a futuro é antes de tudo uma forma de reduzir os riscos de mercado, assegurando um certo preço pelo produto que vai comprar ou vender em algum momento no futuro (LEUTHOLD, JUNKUS & CORDIER, pp. 25-26). Neste livro, trata-se essencialmente do comércio de mercadorias no mercado à vista, com imediata entrega da mercadoria após sua venda. Na verdade, os mercados a termo e futuro derivam-se dos mercados à vista, ou seja, eles se referem a transações de contratos dos mesmos bens e serviços que são transacionados nos mercados à vista. Assim, a compreensão dos fundamentos dos mercados à vista é essencial para a compreensão dos mercados que deles derivam.

O termo “local” usado na definição acima é um tanto abstrato de modo a acomodar os diferentes tipos de mercados existentes. Desse modo, mercado pode tanto se referir a um local específico - como o mercado atacadista de São Paulo - ou a um produto razoavelmente definido - como o mercado do milho. A extensão do mercado depende da dispersão dos consumidores do mesmo. No entanto, para que duas regiões possam ser integradas num só mercado é necessário que haja possibilidade de comunicação de modo que compradores e vendedores em potencial mantenham contato que permita a transferência de propriedade das mercadorias. Para muitos produtos, entretanto, a incorporação de diversas regiões num mesmo mercado é limitada pelo custo de transporte. Isso resulta do fato de que o comércio entre regiões somente ocorrerá se os preços locais nas diferentes regiões diferirem por um valor superior ao custo de transporte. De outro modo, não compensará aos vendedores colocar sua mercadoria na região compradora.

Para qualquer mercadoria, pode-se falar em diferentes níveis de mercado. Assim, no caso de produtos agropecuários costuma-se referir ao mercado do produtor, mercado atacadista e mercado varejista. O mercado do produtor é aquele em que os produtores oferecem sua produção aos intermediários. O mercado atacadista refere-se aquele segmento do mercado onde as transações mais volumosas têm lugar. Nesse nível ocorrem fundamentalmente transações entre intermediários - atacadistas e varejistas -, sendo pequena a participação de produtores e consumidores. O mercado varejista é aquele onde os consumidores adquirem suas mercadorias. Os vendedores são chamados varejistas que, colocando a mercadoria no momento, na forma e no lugar desejados pelos consumidores, constituem o último elo da cadeia de intermediários envolvidos na comercialização.

Através de diferentes níveis de mercado, cria-se um fluxo organizado de bens e serviços, ao longo do qual três tipos de utilidade são produzidas: forma, tempo e lugar. De um modo geral, aquele fluxo tende a passar por três fases (Figura 1.1): concentração, equilíbrio e dispersão (PIZA & WELSH). A partir dos produtores, tem início um processo de convergência que leva a produção aos mercados centrais (atacadistas). Dispersão refere-se a transferência da produção desses mercados centrais em lotes cada vez menores, até quando são finalmente levados aos consumidores finais (através dos varejistas).

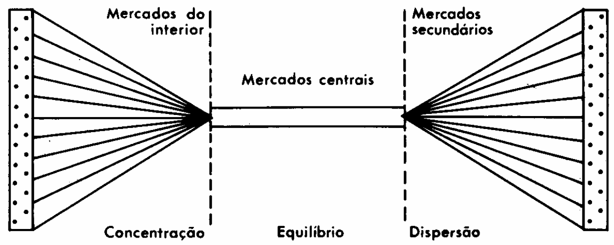

Figura 1.1. O processo de comercialização agrícola.
FONTE: PISA & WELSH, p. 11.

Numa fase intermediária - equilíbrio - ocorre o ajustamento do fluxo de produção às condições de oferta e procura. É no mercado atacadista central, portanto, que ocorre o balanceamento entre a demanda e oferta, na medida em que a produção é estocada e distribuída de modo a fazer face às necessidades dos consumidores.

Em todo esse processo opera um grande número de intermediários que se especializam na execução de funções relacionadas à compra e venda de bens[2].

Varejistas e Atacadistas adquirem o título de propriedade dos bens com os quais trabalham e obtêm seu lucro da compra e venda de mercadorias. O varejista compra produtos para revendê-los diretamente aos consumidores. Inclui-se aqui uma gama de situações: desde as quitandas, mercearias, armazéns, até os grandes supermercados e hipermercados. Os atacadistas vendem a varejistas, a outros atacadistas e às indústrias de transformação. Suas vendas são, em geral, volumosas.

Em outros casos, os intermediários são simples representantes de seus clientes e não adquirem o título de propriedade dos produtos que manuseiam. Recebem suas rendas na base de comissões e salários. Os comissários recebem amplos poderes daqueles que lhes mandam mercadoria em consignação. Têm autorização para manuseio físico do produto, discutir termos de venda, coletar ou deduzir taxas, remetendo, finalmente, ao proprietário, o saldo líquido da operação. Os corretores, normalmente, não têm sequer o controle físico da mercadoria; sua função resume-se apenas em aproximar compradores e vendedores potenciais.

As indústrias de transformação, paralelamente a sua atividade industrial ou de processamento, atuam com seus próprios agentes de compra nas zonas de produção. Cada vez mais, este grupo faz as vendas por atacado de seus produtos diretamente aos varejistas. Muitas indústrias têm propaganda

[2] As explanações apresentadas foram obtidas em PIZA & WELSH, pp. 10-13.

organizada com a finalidade de atingir seus consumidores. A industrialização é apenas parte de suas atividades.

É comum observar-se casos em que os próprios produtores se encarregam de realizar ao menos parte das atividades de comercialização. Quando se reunem em associações ou cooperativas, buscam ganhar eficiência técnica e econômica, assim como aumentar seu poder de barganha nos mercados em que atuam. Nesses casos, operam como intermediários atacadistas.

Organizações auxiliares públicas e privadas, tais como instituições de regulação de mercados, órgãos de pesquisa, bolsas de mercadorias, entre outros, ajudam os diversos intermediários e produtores na realização de suas funções. Estabelecem regras, avaliam e disseminam informação e fazem pesquisa.

1.2. Margens de Comercialização

Comumente se apontam a oferta dos produtores e a demanda dos consumidores como sendo os determinantes do preço de mercado. Como já se mostrou, no entanto, consumidores e produtores estão separados por muitos intermediários (transportadores, processadores e armazenadores) que se encarregam da condução da produção agrícola da região produtora até os consumidores finais. Na verdade, o contato direto entre produtores e consumidores só ocorre significativamente em economias primárias. Em economias modernas, produção e consumo estão separados no espaço e no tempo tornando, assim, necessário que os intermediários transportem, armazenem e transformem o produto antes que o consumidor final tenha acesso a ele. Dessas atividades dos intermediários resulta um custo de comercialização que será incorporado ao preço do produto para o consumidor.

No Capítulo 2 será apresentado um modelo econômico mostrando as relações entre os preços em diferentes níveis de mercado. Neste capítulo, tratar-se-á apenas da definição e medida de um dos mais usados conceitos da área de comercialização: a margem.

Margem e custo de comercialização são dois conceitos interrelacionados e, por isso, às vezes, confundidos entre si.

À execução das funções de comercialização corresponde um custo incorrido pelos comerciantes na forma de salários, aluguéis, insumos diversos, depreciações, juros, impostos, etc. A determinação do custo de comercialização envolve o levantamento desses vários itens, o que é, sem dúvida, mais difícil do que o levantamento dos preços dos produtos nos diversos níveis de mercado. A partir desses preços é que se determina a margem de comercialização.

A margem corresponde às despesas cobradas ao consumidor pela realização das atividades de comercialização. É fácil, pois, constatar que:

$$M = C + L$$

onde M é a margem, C é o custo e L o lucro ou prejuízo dos intermediários.

A margem é dada pela diferença entre o preço pelo qual um intermediário (ou um conjunto de intermediários) vende uma unidade de produto e o pagamento que ele faz pela quantidade equivalente que precisa comprar para vender essa unidade (JUNQUEIRA & CANTO). Perdas devido ao amassamento, podridão, processamento fazem com que as unidades de venda e compra difiram entre si. A ocorrência de subprodutos deve ser levada em devida conta no cômputo da margem, conforme será ilustrado a seguir.

A Margem Total (MT) procura medir as despesas do consumidor devidas a todo o processo de comercialização. Corresponde, pois, à diferença entre preço do varejo (P_v) de um produto qualquer e o pagamento recebido pelo produtor pela quantidade equivalente na fazenda (P_p) (após ajuste para os subprodutos). Assim,

$$MT = P_v - P_p$$

que corresponde a margem total absoluta. A margem total relativa é expressa como proporção do preço no varejo, ou seja:

$$MT' = (P_v - P_p) / P_v$$

A margem pode ainda se referir a níveis específicos de mercado. Assim, a margem absoluta do varejista (M_v) será a diferença:

$$M_v = P_v - P_a$$

onde P_a é o preço no atacado da quantidade equivalente à unidade vendida no varejo. A margem relativa do varejo será:

$$M_v' = (P_v - P_a) / P_v$$

Fala-se também em margens absoluta e relativa do atacadista, que são, respectivamente,

$$M_a = P_a - P_p$$

$$M_a' = (P_a - P_p) / P_v$$

Como alternativa à margem é freqüente o emprego do conceito de "markup". Em termos absolutos, ele não difere da margem. Em termos relativos, no entanto, o "markup" refere-se sempre à margem absoluta como proporção do preço de compra em cada nível de mercado. Por exemplo, o "markup" relativo do varejista seria:

$$M_v'' = (P_v - P_a) / P_a$$

1.3. Mensuração da Margem e seu Significado

Os critérios para mensuração da margem de comercialização a serem apresentados são aqueles desenvolvidos no Instituto de Economia Agrícola da Secretaria da Agricultura do Estado de São Paulo (JUNQUEIRA & CANTO).

O procedimento apresentado por Junqueira e Canto visa a obtenção da margem de comercialização da cesta de mercado do consumidor paulistano. No caso, a cesta é um vetor de quantidades de 46 produtos adquiridos mensalmente por uma família típica (4,3 pessoas). Essas quantidades foram determinadas a partir de pesquisas de orçamentos familiares. A margem é a despesa da comercialização referente ao conjunto de produtos que compõem a cesta.

A seguir, ilustra-se o procedimento para o caso do óleo de caroço de algodão, cujo consumo familiar mensal era, na ocasião do estudo (1971), de 0,972 quilograma.

(a) Determinação da quantidade equivalente (*QF*) na fazenda para obter uma unidade no varejo: a partir de dados levantados junto a indústrias, estimou-se um fator de conversão de 13,721 Kg de algodão em caroço para 1 Kg de óleo de caroço de algodão.

(b) Cálculo do valor na fazenda (*VF*) a partir do preço da unidade de matéria-prima: com o preço do quilograma do algodão em caroço (P_f) estimado em Cr$ 0,96, chega-se ao valor bruto na fazenda (*VBF*),

$$VBF = QF * P_f = 13{,}721 * 0{,}96 = Cr\$\ 13{,}17$$

(c) A seguir procede-se ao ajustamento para os subprodutos (pluma, linter, torta). A partir de informações industriais, determina-se o rendimento do algodão em caroço em termos de subprodutos, os quais são a seguir avaliados a preços de atacado. No caso, determinou-se que 13,721 Kg de algodão em caroço resultava em valor de subprodutos (*VSP*) de Cr$ 10,99[3].

Assim, o valor na fazenda de um quilograma de óleo de caroço de algodão será:[4]

$$VF = VBF - VSP = 13{,}17 - 10{,}99 = Cr\$\ 2{,}18$$

Deve-se notar que o procedimento adotado está separando o valor recebido pelo produtor pela venda de sua produção (algodão em caroço) em duas partes, uma devida ao óleo (Cr$ 2,18) e outra devida aos subprodutos (Cr$ 10,99).

(d) Cálculo da margem de produtos específicos.

[3] Valor obtido admitindo-se que os subprodutos representam no VBF a mesma percentagem do valor gerado pelo algodão em caroço no atacado.

[4] Notar que VF corresponde ao P_p usado anteriormente nas fórmulas de margem. Observar que P_p é o preço da quantidade equivalente a uma unidade no varejo, enquanto P_f é o preço de uma unidade ao produtor.

$MT \quad = P_v - VF$

$\quad\quad = 4{,}06 - 2{,}18 = Cr\$\ 1{,}88$

$MT' \quad = (P_v - VF)/P_v \ = 1{,}88/4{,}06 = 0{,}463$ *ou* $46{,}3\%$

(e) Cálculo da margem de comercialização da cesta de mercado: pelo procedimento apresentado determina-se a margem absoluta para produtos individuais. A margem absoluta da cesta de mercado é obtida somando-se os produtos dessas margens pelas quantidades respectivas consumidas pela família típica. A margem percentual da cesta é calculada tomando-se a margem absoluta e dividindo-se pela despesa total do consumidor com a referida cesta. Na época do estudo, esta cifra era de 48%, significando que do total despendido pelo consumidor em sua cesta, 48% destinavam-se a remunerar os serviços de comercialização. Os restantes 52% correspondiam à remuneração do produtor agrícola.

Cabe ainda esclarecer que existem circunstâncias em que se pretende avaliar o sistema de comercialização com base no valor que ele agrega à matéria prima. Nesse caso, trata-se de identificar os derivados produzidos em cada etapa do processo e, a seguir, avaliá-los a preços do respectivo nível de mercado. Obtidas as somas dos valores dos derivados em cada etapa, pode-se por diferença avaliar o valor agregado em cada etapa.

1.4. Utilização e Limitação das Margens

A principal utilização das medidas das margens de comercialização refere-se ao acompanhamento de sua evolução, propiciando avaliação do desempenho dos mercados. Evidentemente, tal avaliação requer o pleno conhecimento do significado da medida em questão.

A margem de comercialização é afetada, em primeiro lugar, pelas características do mercado em que o produto é transacionado. Importa considerar a estrutura - grau de concorrência, fundamentalmente - desse mercado, esperando-se margens maiores à medida em que a formas oligopolizadas ou monopolizadas predominem no mercado. A intensidade e frequência dos choques de oferta e demanda do produto e de seus insumos de produção e de comercialização também são relevantes, conforme será explicado mais adiante no capítulo 2.

Características do produto em si também são importantes. Produtos processados tendem a apresentar margem maior, assim como os produtos perecíveis que exigem maiores cuidados na comercialização. Em outros casos, o valor do produto em relação ao seu peso ou volume tende a predominar na magnitude da margem, como ocorre nos casos de transporte de ovos e melancia, por exemplo.

Mudanças tecnológicas (como armazenamento e transporte a granel) podem reduzir os custos e as margens. Em outras situações, ocorrem alterações nos serviços de comercialização adicionados ao produto. É o que acontece, por exemplo, nas lojas de auto-serviço (supermercados, restaurantes e outros) em que deixa de ser prestado o atendimento individual aos consumidores.

É importante ressaltar que a magnitude da margem não é fator primordial para o produtor agrícola. A este deve interessar a magnitude do lucro que irá auferir de um dado produto. É comum acontecer, por exemplo, que um produto, antes comercializado ao natural, passe a ser processado - com o que a margem aumenta - mas, em decorrência desse processamento, a procura aumente e com ela os preços ao produtor.

A questão das perdas de comercialização também merece menção especial devido à confusão que é feita quando se procura associá-la às margens. O aspecto essencial é que as perdas devem ser analisadas economicamente pelo intermediário. Por exemplo, frente a um ataque de roedores, a decisão do armazenador de milho poderá ser usar mais matéria-prima por unidade do produto final (resultando um maior fator de conversão) ou aumentar as despesas com raticidas, ou ainda, o que é mais provável, um aumento tanto nas compras de matéria-prima como de raticidas. De qualquer forma, maiores perdas sempre significam menor suprimento de produto final ao consumidor; logo, o preço ao varejo deverá subir. Como tende a haver maior uso de insumos de comercialização (raticidas, no exemplo), a margem absoluta tenderá a aumentar também. Não há, porém, como determinar *a priori* o sentido da variação do preço da matéria prima, posto que ele dependerá das magnitudes de variação do preço ao varejo e da margem absoluta. Portanto, fica também *a priori* indeterminado o sentido da variação da margem relativa.

Dois comentários adicionais devem ser feitos sobre a questão da mensuração da margem de comercialização. O primeiro refere-se ao fato de as margens comumente medidas serem margens correntes, isto é, não levam em conta a necessária defasagem entre o instante em que o produtor, por exemplo, vendeu seu produto e o instante em que o consumidor final o comprou. Em fase de preços ascendentes, as margens, ao serem medidas pelo diferencial de preço entre dois níveis de mercado num mesmo instante de tempo, tendem a ser subestimadas. A razão para isto é que os preços nos vários níveis de mercado tendem a subir ou descer conjuntamente, refletindo a maior ou menor escassez do produto (Figura 1.1).

Na Figura 1.2., *MT* é a margem calculada a partir dos preços P_{v1} e P_{p1} verificados no instante t_1. Admitindo-se, porém, que o produtor tenha de fato vendido seu produto no instante t_0 , a margem verdadeira de comercialização teria de ser $(MT + \theta)$.

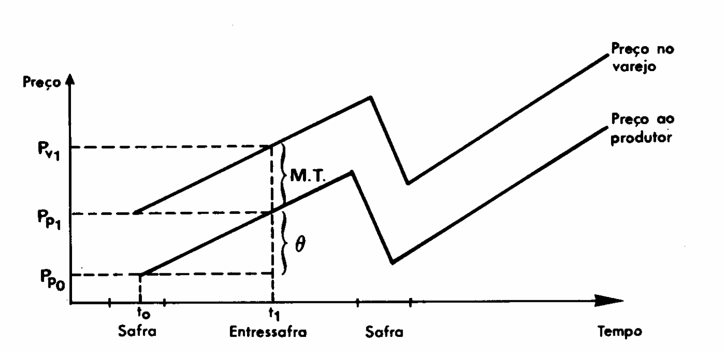

Figura 1.2. Comportamento de preços e margens.

O segundo comentário com relação à mensuração das margens diz respeito ao aspecto geográfico ou espacial dos mercados. Em geral, se conhece bem o destino do produto agrícola e, portanto, o preço ao consumidor. Entretanto, a procedência do produto nem sempre é conhecida, dificultando, desse modo, a obtenção do preço ao produtor.

Evidentemente os dois problemas acima mencionados só podem ser total ou parcialmente resolvidos pelo aprofundamento do conhecimento do processo de comercialização dos produtos para os quais se pretende determinar a margem. Como conseqüência, a obtenção da margem de comercialização, também tendo-se em conta as necessárias transformações em termos de quantidade-equivalente na fazenda, deixa de ser um simples exercício entre dois preços.

1.5. Análise das Margens de Comercialização

A margem de comercialização pode ser analisada em termos de sua composição. Inicialmente, pode-se considerar duas partes do dispêndio dos consumidores com produtos de origem agrícola: (a) pagamento aos agricultores como retorno a produção; e (b) pagamento aos intermediários que movimentam e processam esta produção. Essas duas partes somadas resultam no preço do varejo.

Sendo a margem de comercialização a diferença entre o preço do varejo e o preço recebido pelo produtor, procura-se comumente analisar a maneira como o preço em determinado nível (varejo) é fixado, conhecendo-se o preço num outro nível (produtor). Com isto busca-se conhecer o comportamento dos intermediários no estabelecimento do preço. Ignorando-se, por enquanto, as possíveis críticas a esse procedimento analítico, pode-se reconhecer os possíveis métodos de fixação de preços como sendo:[5]

(a) *Métodos Sistemáticos:*

1. Margem absoluta fixa
2. Margem percentual fixa
3. Combinação dos métodos anteriores

(b) *Métodos Não-Sistemáticos*

Um exemplo de método não-sistemático seria a prática de seguir de perto o preço dos competidores mais fortes ou mais próximos. Do ponto de vista analítico é mais proveitoso considerar, no momento, somente os métodos sistemáticos.

Margem Absoluta Fixa - Neste caso, o intermediário (varejista, por exemplo) adicionaria uma quantia fixa ao preço recebido pelo produtor para obter o seu preço de venda. Assim, tomando P_v como preço no varejo, P_f como preço ao produtor e M como margem, ter-se-ia:

[5] Ver BRANDT (1969) e HOFFMANN (1969)

$M = a$ (constante) ou

$$P_v = P_f + a \qquad (1.1)$$

Margem Percentual Fixa - Neste caso, o intermediário adicionaria uma porcentagem do preço de compra para obter o preço de venda. Usando os mesmos símbolos, ter-se-ia:

$M = b\,P_f$ ou

$$P_v = P_f + M = P_p + b\,P_f = (1 + b)\,P_f \qquad (1.2)$$

onde *b* é uma proporção fixa.

Combinação dos Métodos Anteriores - Cada uma das alternativas anteriores pode se aplicar a determinada situação. Há evidências, no entanto, de que uma combinação das duas ocorre com freqüência. Neste caso o agente cobraria uma parcela fixa mais uma porcentagem do preço de compra. Assim tem-se:

$M = a + b\,P_f$ ou

$$P_v = P_f + a + b\,P_f = a + (1 + b)\,P_f \qquad (1.3)$$

Por intermédio de métodos estatísticos, tendo-se em mãos uma série de preços para diferentes níveis de mercado, pode-se estimar a relação entre preços e deduzir o método de fixação de preços adotado pelos intermediários ao comercializar um determinado produto.

Cabe assinalar que, em muitos casos, a série de preços disponíveis refere-se a médias de mercado e não aos preços de algum intermediário em particular. Assim sendo, é incorreto afirmar que o comportamento obtido é aquele utilizado por um dado comerciante. Trata-se, antes, da relação entre preços resultantes da ação de certo número de comerciantes considerados em conjunto. Parece mais sensato, nesses casos, admitir que os preços observados correspondem a preços médios de mercado e que a relação entre eles reflete o comportamento do mercado entendido como o agregado de comerciantes operando em determinado nível (atacado ou varejo).

A intensidade da relação entre preços em diferentes níveis de mercado (produtor e varejo, por exemplo) é medida pela elasticidade de transmissão de preços:

$$\varepsilon_{vf} = (\partial P_v / \partial P_f)\,(P_f / P_v) \qquad (1.4)$$

que pode ser usada para prever o impacto de alterações de preço num nível do mercado (produtor, no caso) sobre os demais (varejo, no exemplo).

A elasticidade de transmissão de preços é interessante de ser conhecida por permitir também a determinação da relação entre as demandas nos diferentes níveis de mercado, como se demonstra a seguir.

Pode-se expressar matematicamente a elasticidade de demanda ao varejo como sendo:

$\eta_v = (\partial q / \partial P_v)\ (P_v / q)$ (1.5)

cujo valor depende das preferências dos consumidores e de outros fatores, como o preço do bem em questão, os preços de outros bens e a renda.

Além disso, dado o comportamento do setor de comercialização, resulta uma determinada relação entre os preços ao varejo e o produtor. Admita-se, por exemplo, que o comportamento seja aquele dado em (1.3), ou seja:

$P_v = a + (1 + b)\ P_f$

É fácil verificar que se pode relacionar a demanda e os preços do produtor. Admita-se que ocorra uma dada variação em P_f ; essa variação se transmite ao preço no varejo (P_v) que, por sua vez, altera a quantidade procurada do bem. Ou seja:

$\partial q / \partial P_f = (\partial q / \partial P_v)\ (\partial P_v / \partial P_f)$

Pode-se agora transformar esta expressão, que relaciona variações no preço ao produtor com quantidade procurada, em elasticidades. Isto pode ser feito da seguinte maneira (GEORGE & KING):

$(\partial q / \partial P_f)\ (P_f / q) = [(\partial q / \partial P_v)\ (P_v / q)]\ \ [(\partial P_v / \partial P_f)\ (P_f / P_v)]$

ou

$\eta_f = \eta_v \quad \varepsilon_{vf}$ (1.6)

Note que as operações realizadas não alteram a igualdade existente. O termo à esquerda da igualdade (η_f) pode ser reconhecido como a elasticidade da demanda derivada (ao nível do produtor). O primeiro termo à direita (η_v) corresponde à elasticidade da demanda ao nível do varejo e o terceiro termo (ε_{vf}) corresponde à elasticidade de transmissão de preços.

Com a fórmula (1.6) percebe-se que a elasticidade de demanda derivada é igual ao produto da elasticidade de transmissão de preços pela elasticidade da demanda do consumidor. Portanto, vai depender da magnitude de ε_{vf} a questão relativa a qual demanda é mais elástica: aquela ao varejo ou aquela ao produtor.

Como ilustração, considere-se o mecanismo de transmissão de preços indicados em (1.3). Então:

$\varepsilon_{vf} = (1 + b)\ Pf / P_v = (P_v - a)/P_v$ (1.7)

usando-se (1.4).

Fica fácil, agora, estabelecer se ε_{vf} é maior, menor ou igual à unidade. Se *a* for igual a zero, isto é, se não houver nenhum componente invariável na margem, a elasticidade de transmissão será unitária. Se *a* for maior que zero, existindo, portanto, um componente fixo na margem, a elasticidade de transmissão será menor que a unidade. Finalmente, se for negativo, ε_{vf} será maior que a unidade.

Conclui-se dessa discussão que a presença de componentes fixos nas margens faz com que a elasticidade de transmissão difira da unidade. De acordo com (1.6) verifica-se que se ε_{vf} for diferente da unidade, as elasticidades de demanda no varejo e ao nível do produtor serão diferentes entre si. Quanto ao componente fixo, parece mais provável que seja maior que zero, seja no caso de margem constante, seja no caso de margem mista. Se isso for verdadeiro, deve-se esperar que, em geral, a demanda ao nível do produtor seja menos elástica que aquela ao nível do varejo.

O fato de que a margem possua uma parte que não varia com o preço do produto agrícola pode ser explicado intuitivamente da seguinte maneira. A margem de comercialização está logicamente ligada aos custos de comercialização. Esses custos dependem dos preços de uma série de insumos usados na comercialização (mão-de-obra, combustível, aluguel, etc.). Sabe-se que esses insumos não são de uso restrito ao setor de comercialização, como é o caso do produto agrícola. Assim, a oferta do produto agrícola tende a ser bem menos elástica que a oferta dos demais insumos. Assim sendo, espera-se que à medida que a quantidade comercializada varie, os preços dos insumos de comercialização variem proporcionalmente menos que o preço do produto agrícola. Estatisticamente, esse fato apareceria na forma de um parâmetro *a* diferente de zero, representando componentes do custo que permanecem fixos quando o preço ao nível do produtor varia.

Suponha-se agora que a elasticidade de transmissão de preços de certo produto agrícola seja inferior à unidade. Então, sua demanda é mais elástica ao varejo do que ao produtor. A implicação desse fato é que, quando a oferta do produto agrícola varia, o preço do varejo tende a variar proporcionalmente menos que o preço ao nível do produtor. Além disso, as alterações na oferta terão efeitos sobre o dispêndio do consumidor e sobre a renda do produtor. Como se sabe, a demanda por produtos agrícolas é, em geral, inelástica, significando que aumentos de preço são proporcionalmente maiores que as reduções nas quantidades. Desse modo, quando a oferta se retrai, tanto o dispêndio do consumidor como a renda do produtor aumentam. Mas, desde que a demanda ao produtor é menos elástica, conclui-se que a renda do produtor aumentará proporcionalmente mais que o dispêndio do consumidor. Assim sendo, a parcela do agricultor nos gastos do consumidor aumentará, ou seja, a margem percentual de comercialização diminuirá.

Exemplo: Suponha-se que a elasticidade de demanda de um certo produto agrícola seja η_v = -0,5 e que P_f seja igual a $5,60 e P_v seja igual a $10,00. Sabe-se ainda que o comportamento da margem de comercialização pode ser representado por $M = 3 + 0{,}25\ P_f$. Nessas condições, se houver um aumento de 10% na quantidade comercializada, quais serão as variações ocorridas nos preços ao produtor e ao varejo?

Para se responder essa questão considera-se primeiramente o comportamento da margem:

$M = 3 + 0{,}25\ P_f$

Assim pode-se escrever:

$P_v - P_f = 3 + 0,25\ P_f$ ou

$P_v = 3 + 1,25\ P_f$.

Logo,

$dP_v / dP_f = 1,25$

e, portanto,

$\varepsilon_{vf} = 1,25\ P_f / P_v = 1,25 * 5,6 / 10 = 0,7$

Dado que $\eta_v = -0,5$ verifica-se que

$\eta_f = \eta_v * \varepsilon_{vf} = -0,5 * 0,7 = -0,35$

Logo, pela definição de elasticidade, deduz-se que, dado um aumento de 10% na oferta, o preço ao varejo será reduzido em 20% e o preço ao produtor em 28,6% aproximadamente.

Como comentário final, vale ressaltar que nas discussões deste capítulo transparece a falta de uma teoria que dê um tratamento mais sistemático à análise das margens de comercialização. Uma contribuição nesse sentido é apresentada no próximo capítulo. Por ora, ilustra-se a questão da fixação da margem por parte de firmas individuais segundo a teoria do monopólio[6].

Desde que a firma fixe sua margem, ela deve possuir algum poder monopolístico no mercado. Além disso, mesmo em competição, a firma pode se mover na sua curva de demanda sem perda total da freguesia, no curto prazo.

A firma com poder monopolístico opera em condições tais que sua Receita Marginal (RMa) iguala-se a seu Custo Marginal (CMa). Assim,

$$RMa = CMa. \qquad (1.8)$$

Mas, como é conhecido,

$$RMa = P\ (1 + 1/\eta) \qquad (1.9)$$

onde P é o preço de venda da firma e η a elasticidade de demanda do produto em questão para a firma.

Por pressuposição, admita-se que a firma opere com retornos constantes à escala, de modo que:

$$CMa = CMe \qquad (1.10)$$

onde CMe é o custo médio da firma.

[6] Ver BILAS, p. 264.

De (1.8), (1.9) e (1.10) deduz-se que

$P = CMe\ [\eta /(\eta + 1)] = CMe - [1 /(\eta + 1)]\ \ CMe$

Desde que $|\eta| > 1$ para firmas monopolísticas, a firma tem como política adicionar ao custo médio uma percentagem desse custo. Esse percentual é inversamente relacionado à elasticidade de demanda. Assim, a mesma firma poderá fixar diferentes margens para produtos cujas elasticidades sejam diferentes. Se $\eta = -5$, o percentual sobre o custo médio será de 25%. Mas se $\eta = -50$, o percentual será pouco maior que 2%.

Além da mensuração da margem de comercialização, importa entender os fatores que provocam variação nos seus valores. . A intensidade e frequência dos choques de oferta e demanda do produto e de seus insumos de produção e de comercialização são muito relevantes nesse contexto, conforme será explicado mais adiante no capítulo 2.

Referências

BARROS, G.S.A.C.; L.E.W. FIALLOS, 1982. "Demanda, Margens de Comercialização e Elasticidade de Transmissão de Preços de Tomate no Estado de São Paulo", **Revista de Economia Rural,** 20(2):227-236.

BILAS, R.A., 1967. **Teoria Microeconômica.** Companhia Editora Forense, São Paulo, SP.

BRANDT, S.A., 1969. "Análise Econométrica das Margens de Comercialização". **Anais da VII Reunião da Sociedade Brasileira de Economistas Rurais,** Piracicaba, vol. III:70-107.

GEORGE, P.S.; G.A. KING, 1971. **Consumer Demand for Food Commodities in the U.S. with Projections for 1980.** Gianninni Foundation Monograph 26. California Agricultural Experiment Station, University of California, Davis.

HOFFMANN, R., 1969. **Análise Econométrica da Margem de Comercialização de Ovos no Estado de São Paulo.** Série Didática n.º 10. Deptº. de Ciências Sociais Aplicadas, ESALQ/USP, Piracicaba.

JUNQUEIRA, P.C.; W.L. CANTO, 1971. "Cesta de Mercado - Margens Totais de Comercialização: . **Agricultura em São Paulo** (set./out.). IEA/SA - SP.

PIZA, C.T.; R.W. WELSH, 1968. **Introdução à Análise da Comercialização**. Série Apostila n.º 10. Departamento de Economia - ESALQ/USP, Piracicaba-SP.

LEUTHOLD, R. M.; J.C. JUNKUS; J.E. CORDIER. 1989. **The Theory and Practice of Futures Markets**. Lexington Books, EUA.

RUAS, D.G.G.; G.S.A.C. BARROS, 1981. "Análise da Armazenagem e dos Preços do Milho no Estado de São Paulo". **Revista de Economia Rural,** 19(2):205-216.

STEELE, H.L.; F.M. VERA F.º; R.W. WELSH, 1971. **Comercialização Agrícola.** Editora Atlas S/A. São Paulo - SP.

Exercícios

1.1. O fato de que o processo de comercialização envolva uma fase de concentração da produção para posterior dispersão não representaria uma ineficiência econômica? Discuta essa questão tendo em conta os seguintes aspectos: (a) a existência de economias de escala no transporte e armazenamento; (b) a inexistência de um mercado de títulos de produtos agrícolas e (c) a concentração como forma de obter informação.

1.2. Por que ocorrem tantas perdas na comercialização de produtos agrícolas no Brasil? Qual seria o efeito de uma grande elevação no preço do milho sobre a proporção de perdas na sua comercialização?

1.3. Num supermercado observam-se diferentes margens de comercialização para diferentes produtos. Isso é compatível com maximização de lucro pelo supermercado? Por que?

1.4. RUAS & BARROS estimaram a seguinte regressão linear simples, para o mercado atacadista de milho no Estado de São Paulo:

$$M_a = \underset{(27,4)}{5,33} - \underset{(-2,6)}{0,475}\, P_f, \qquad R^2 = 41\%, \quad n = 12$$

onde M_a é a margem do atacadista e P_f o preço pago ao produtor. Entre parênteses estão os valores do teste "t". Determinar a elasticidade de transmissão de preço para o mercado em questão, sabendo-se que as médias de preço ao atacado e ao produtor são \$ 9,44 e \$ 7,83, respectivamente. Interpretar o resultado obtido.

1.5. BARROS & FIALLOS estimaram as seguintes regressões para o mercado varejista de tomate na cidade de São Paulo:

(a) $$\ln M = \underset{(21,95)}{2,74} - \underset{(12,60)}{0,49} \ln P_a + \underset{(3,66)}{0,02}\, t, \quad R^2 = 0,64, \quad n = 96$$

(b) $$M = \underset{(3,76)}{79,25} - \underset{(1,02)}{0,36}\, P_a + \underset{(1,17)}{0,002}\, P_a^2 + \underset{(3,47)}{3,28}\, t, \qquad R^2 = 0,14, \quad n = 96$$

onde M é a margem do varejista, P_a é o preço ao atacado, e t é a variável de tendência. Entre parênteses estão os valores de "t". Determinar as elasticidades de transmissão de preços nos casos (a) e (b), sabendo-se que os preços médios ao varejo e ao atacado são, respectivamente, $P_v = \$ 167$ e $P_a = \$ 88$. Interpretar os resultados.

Observação: No caso (a) $M = P_v / P_a$ e no caso (b) $M = P_v - P_a$.

1.6. Seja R_v o dispêndio dos consumidores e R_f a receita total dos produtores de certo produto, de forma que R_f / R_v é igual à parcela recebida pelos produtores como proporção do dispêndio dos consumidores. Defina também a margem de comercialização como sendo $M' = P_v / P_f$. Pede-se determinar as elasticidades de R_v (μ_v), R_f (μ_f) e M' (μ_M) com respeito a variações em **q** (quantidade comercializada). Qual a relação existente entre essas elasticidades?

CAPÍTULO 2

TEORIA DAS MARGENS DE COMERCIALIZAÇÃO

2.1. Introdução

Uma das características fundamentais da agricultura em países menos desenvolvidos é a extrema variabilidade de sua produção e de seus preços, resultando daí uma considerável instabilidade da renda agrícola**.** Para o produtor, essa instabilidade é fator de insegurança quanto as suas condições de vida e, portanto, de desestímulo a sua própria atividade.

A alta instabilidade dos preços agrícolas leva à formação de expectativas pouco confiáveis e força, dessa maneira, o produtor a tomar uma série de precauções no sentido de reduzir seu risco. Pequenos agricultores são particularmente afetados e levados, muitas vezes, a planejar suas atividades de modo a garantir, primeiramente, o seu próprio consumo. É de se supor que esses mecanismos para atenuar as incertezas impeçam que a atividade agrícola se processe de forma a aproveitar todas as vantagens comparativas que cada região apresenta. Em suma, a instabilidade de preços prejudica a decodificação, por parte do produtor, dos sinais que o mercado oferece, no sentido da produção dos bens mais desejados pelos métodos mais eficientes.

Para o consumidor, o problema aparece sob forma de abastecimento instável a preços instáveis. A irregularidade do abastecimento é um problema importante, pelo fato de causar sérias oscilações no poder de compra e, por conseguinte, no bem-estar dos consumidores.

Há, portanto, um certo consenso de que medidas políticas que atenuassem as oscilações de preço, rendas e abastecimento seriam desejáveis, na suposição de que aumentariam a eficiência econômica e o bem-estar da população.

Examinando-se mais detalhadamente a questão da renda agrícola, vê-se que sua variância resulta da variância do preço, da variância da quantidade e da covariância entre ambos[7]. O sentido das variações simultâneas no preço e na quantidade comercializada depende, porém, das causas dessas variações. Assim, o efeito sobre a renda deve ser analisado a partir da força inicial que motivou as variações. Uma discussão das possíveis causas das variações nos preços e quantidades é apresentada a seguir.

A formação dos preços agrícolas passa-se num contexto de que participam produtores, intermediários e consumidores. Compondo este contexto está um número considerável de mercados de produtos agrícolas ou não, incluindo os mercados de insumos utilizados na produção e comercialização agrícolas. Assim sendo, um modelo que pretenda explicar o comportamento dos preços agrícolas (e, portanto, da produção e renda) deve considerar que os seguintes fatores podem levar a variações no preço de um determinado produto agrícola[8]:

[7] Ver, por exemplo, JOHNSON & KOTZ (1972)
[8] Análises dinâmicas de preços envolvendo o processo de formação de expectativas pelos produtores serão apresentadas no capítulo 5.

a) *ao nível de produtor* - mudanças tecnológicas, preços dos fatores e produtos alternativos, financiamento, clima, etc.;

b) *ao nível do intermediário* - variações nos custos dos insumos de comercialização (transporte, processamento, armazenamento, condições de financiamento, etc.);

c) *ao nível de consumidor* - variações na renda, população, preços de outros bens, etc.

Antes de se discutir o modelo analítico propriamente, no entanto, é necessário enfatizar que o mecanismo de formação e determinação de preços e produção opera sob dependência de uma superestrutura institucional. Esta superestrutura é dada, principalmente, pelo grau de competitividade do mercado e pelo grau de intervenção governamental no mesmo. Essa superestrutura condiciona um mecanismo de transmissão de preços do consumidor ao produtor (e vice-versa), através do setor de intermediação. Esse mecanismo reflete, ao mesmo tempo, o grau apropriado (margem), por parte dos intermediários, do dispêndio do consumidor, afetando, assim, diretamente, a renda agrícola e o abastecimento.

Assim sendo, a influência do setor de comercialização sobre preços, rendas e abastecimento deve considerar, explicitamente, o aspecto institucional, isto é, a estrutura de mercado e o papel desempenhado pela intervenção governamental.

O ponto enfatizado no presente capítulo é o de que as margens resultam da operação de um mecanismo de transmissão de preços em que estão envolvidos três mercados, quais sejam, o mercado do produto final, o mercado da matéria-prima agrícola e o mercado dos insumos de comercialização. Desta maneira, comercialização é vista como um processo de "produção", que consiste na combinação de matéria-prima agrícola e insumos de comercialização. Finalmente, enfatiza-se que as margens, longe de possuírem comportamentos erráticos, têm que apresentar certos padrões de comportamento, os quais dependem, em última análise, das estruturas dos mercados envolvidos. Com relação a esses padrões, saliente-se, por enquanto, que podem se originar de diferentes causas, de tal maneira que a cada uma delas está associado um padrão de comportamento compatível com o grau de competitividade dos mercados.

O modelo permite, então, a análise teórica do comportamento das margens, da renda agrícola e do dispêndio dos consumidores e, portanto, das parcelas desse dispêndio destinadas a cada grupo social (i.e., produtores e intermediários). Finalmente, permite a inferência de possíveis efeitos de políticas voltadas para o setor de comercialização sob diferentes condições de competitividade.

2.2. O Modelo Competitivo

[M1] Comentário:

Nesta seção pretende-se analisar teoricamente o comportamento das margens e também das parcelas do dispêndio do consumidor que cabem a cada grupo social, visando fornecer ao analista um modelo teórico que permita análises e previsões sistemáticas daquele comportamento.

GARDNER (1975) examina as conseqüências do equilíbrio competitivo no mercado do produto agrícola e no mercado de serviços de comercialização sobre a relação entre os preços de alimentos no varejo e na fazenda. Seu modelo analítico considera um produto final e dois insumos usados em sua produção: a matéria-prima agrícola e o insumo de comercialização. Este último representa um agregado das atividades de comercialização, agregação essa que necessita da pressuposição de que os preços relativos dos componentes sejam constantes.

O modelo de GARDNER pretende representar uma indústria (agregado de firmas) que comercializa um dado produto agrícola ao qual são adicionadas atividades (transporte, beneficiamento, armazenamento, etc.) para atendimento da demanda pelo produto final. Este produto final resulta de um processo de "produção" que consiste na combinação de matéria-prima agrícola e do insumo agregado de mercado. Um exemplo de produto final seria o pão, cuja matéria-prima agrícola seria o trigo, enquanto o insumo de mercado incluiria um agregado de trabalho, insumos de transporte, de processamento, etc. É importante, portanto, ter sempre em mente que a comercialização nada mais é que a produção de bens e serviços finais e, como tal, pode ser analisada com os instrumentos da teoria da produção.

Considere-se, então, uma indústria competitiva de comercialização de alimentos usando dois insumos de produção, matéria prima agrícola (a) e insumos de mercado (b), para a produção do bem final vendido no varejo (x).

O modelo representando essa indústria será:

$$x = f(a, b) \qquad (2.1)$$

$$x = D(P_x, N) \qquad (2.2)$$

$$P_b = P_x f_b, \qquad \partial x / \partial b = f_b \qquad (2.3)$$

$$P_a = P_x f_a, \qquad \partial x / \partial a = f_a \qquad (2.4)$$

$$P_b = g(b, T) \qquad (2.5)$$

$$P_a = h(a, W) \qquad (2.6)$$

onde:

(2.1) representa a função de produção da indústria, a qual Gardner pressupõe possuir retornos constantes à escala;

(2.2) representa a função de demanda de x, sendo P_x o preço ao varejo e N uma variável exógena (renda, por exemplo);

(2.3) e (2.4) representam as igualdades do preço do insumo ao seu valor do produto marginal, condição necessária para maximização do lucro das firmas;

(2.5) e (2.6) representam as ofertas dos dois insumos considerados, sendo T e W variáveis exógenas (por exemplo, um imposto fixo e clima, respectivamente).

As equações (2.1) a (2.6) constituem um sistema de 6 equações a seis incógnitas (x, b, a, P_x, P_a, P_b). Em condições normais (demandas negativamente inclinadas e ofertas com inclinações não-negativas), o sistema possuirá uma solução única de equilíbrio nos três mercados (x, a, b). Essas soluções podem ser representadas por:

$$\bar{x} = \bar{x}(N,T,W), \qquad \bar{P}_x = \bar{P}_x(N,T,W)$$

$$\bar{a} = \bar{a}(N,T,W), \qquad \bar{P}_a = \bar{P}_a(N,T,W) \qquad (2.7)$$

$$\bar{b} = \bar{b}(N,T,W), \qquad \bar{P}_b = \bar{P}_b(N,T,W)$$

isto é, haverá uma solução única para cada conjunto de variáveis exógenas.

O sistema de equações de (2.1) a (2.6) pode ser reduzido a três equações igualando-se (2.1) e (2.2), (2.3) e (2.5), (2.4) e (2.6). As propriedades estático-comparativas do sistema podem ser então analisadas mediante diferenciação considerando-se as relações em (2.7).

GARDNER determina os efeitos de uma variação na demanda de x, de uma variação na oferta de a, e de uma variação na oferta de b sobre a razão P_x/P_a. Os resultados são apresentados sob a forma de elasticidades relacionando uma variação relativa em N, ou T, ou W à variação relativa correspondente em P_x/P_a. Uma variação que aumente P_x/P_a estará aumentando a margem relativa (M') de comercialização, pois

$$M' = ((P_x - P_a)/P_x) = 1 - P_a/P_x$$

GARDNER usa a pressuposição de retornos constantes para facilitar a utilização do conceito de elasticidade de substituição (σ_{ab}), o qual tem importante papel na análise.

Para possibilitar a análise gráfica que se segue, faz-se a pressuposição de que $\sigma_{ab} = 0$, isto é, o produto final é produzido com proporções fixas de a e b. O efeito de uma elasticidade de substituição diferente de zero será discutido oportunamente.

2.2.1. Obtenção Gráfica da Demanda Derivada

A demanda do consumidor ao nível de varejo é uma demanda conjunta pela matéria-prima agrícola (a) e pelo insumo de mercado (b). A demanda pelos insumos (a e b) tomados separadamente, será uma demanda derivada. A demanda derivada por a, isto é, a demanda pela matéria-prima ao nível do produtor é útil para a análise da margem de comercialização.

A obtenção gráfica de uma demanda derivada é apresentada por FRIEDMAN (1962, cap. 7) e sua aplicação na análise de margens aparece em TOMEK & ROBINSON (1972, cap. 6).

Suponha que cada unidade de x seja produzida usando-se uma unidade de a e duas de b, isto é, a e b são usados na proporção 1 para 2, de tal modo que:

$1a + 2b \rightarrow 1x.$ [9]

Na Figura 2.1, tem-se a demanda por x (D_x) e as ofertas de a e b separadamente. As escalas no eixo horizontal devem ser apropriadamente estabelecidas, de modo que o mesmo intervalo correspondente a 1 unidade de a, corresponda a duas unidades de b. O eixo vertical deve indicar o preço de uma unidade de a e de duas unidades de b. Por outro lado, sob competição e dada a proporção fixa entre insumos, o preço de oferta de x, para qualquer quantidade produzida, será igual à soma do preço correspondente de uma unidade de a mais o preço de duas unidades de b. Assim, a curva de oferta de x (S_x) será a soma vertical das duas ofertas de insumos. A interseção de D_x e S_x dará o preço e a quantidade de equilíbrio de x. Simultaneamente, tem-se os preços de oferta de a e $2b$.

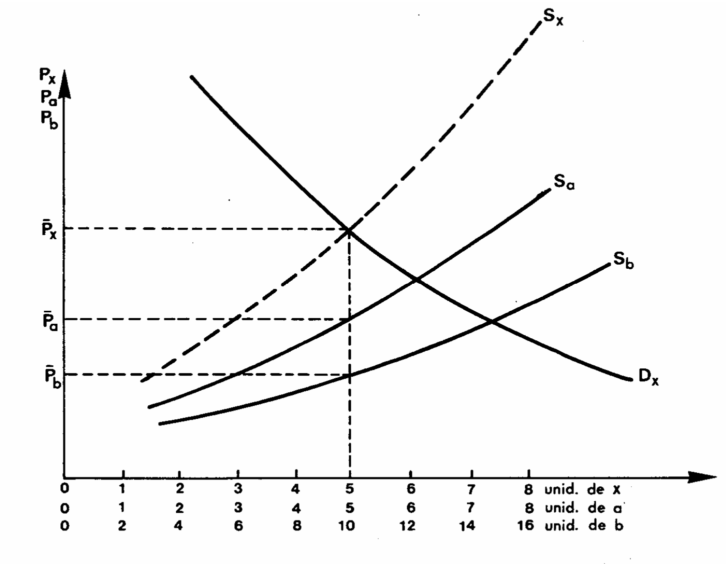

Figura 2.1. Obtenção da oferta de x.

Para a obtenção da demanda derivada por um dos insumos considera-se como dadas a demanda pelo produto final e a oferta do outro insumo. Assim, para se determinar a demanda derivada por a, considera-se a demanda por x e a oferta de b. A explicação é como se segue: (i) a demanda (a oferta) de qualquer bem relaciona a quantidade desejada e o preço máximo (mínimo) que se está disposto a pagar (receber) por essa quantidade; (ii) o preço máximo a se pagar por uma unidade de a será a diferença entre

[9] Mais especificamente tem-se a função x = min {a , b / 2}.

o preço máximo a ser pago por x (dado em D_x) e o preço mínimo a ser pago por 2 unidades de b (dado em S_b); (iii) portanto, para se obter a demanda derivada de a (D_a), deve-se tomar a distância vertical entre D_x e S_b como o preço de demanda correspondente a cada quantidade de a (ver Figura 2.2).

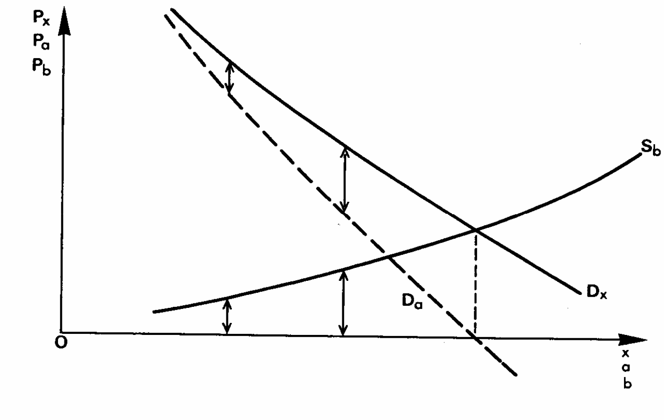

Figura 2.2. Obtenção da demanda derivada.

De modo semelhante, pode-se obter a demanda derivada de b. O preço de demanda de b será a distância vertical entre D_x e S_a. Para as finalidades presentes se está mais interessado em D_a.

O gráfico fundamental para a análise da margem é apresentado na Figura 2.3.

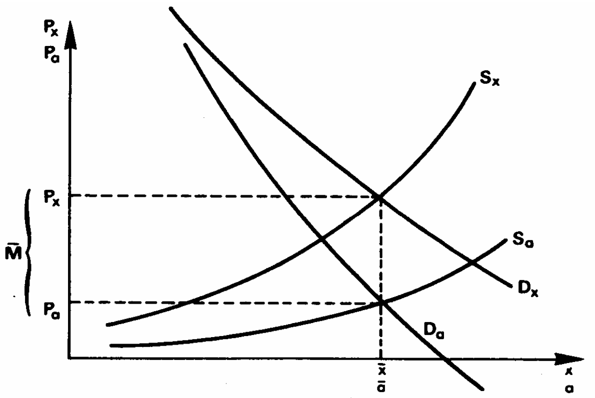

Figura 2.3. Equilíbrio nos mercados do bem final e da matéria-prima

Na figura 2.3, o ponto de encontro entre S_x e D_x determina o preço e a quantidade de equilíbrio de x. Verticalmente abaixo desse ponto, tem-se o equilíbrio para o mercado da matéria prima.[10]

2.2.2.Efeito da Variação na Demanda Primária

Suponha-se que ocorra um acréscimo na demanda pelo produto final x em resposta a um aumento na renda (N). Graficamente, ocorrerá o seguinte: (i) D_x desloca-se para a direita, (ii) D_a desloca-se para a direita, mantendo a mesma distância vertical a D_x, uma vez que S_b não se alterou.

Nessas condições é claro que $\bar{P}_x$ e $\bar{P}_a$ sofrerão um aumento. A questão é qual dos dois preços sofrerá aumento relativo maior, isto é, o que acontece a P_x /P_a? (Figura 2.4).

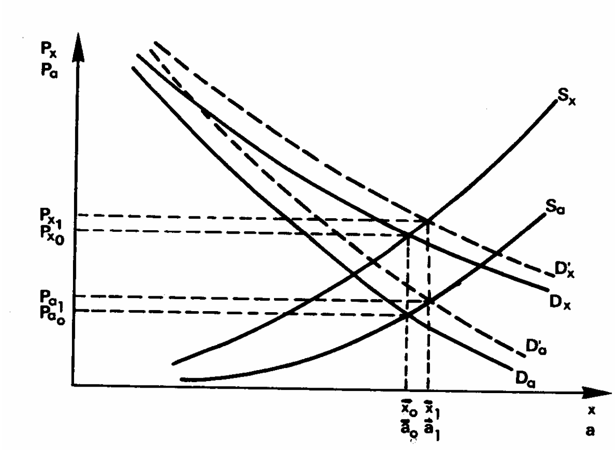

Figura 2.4. Efeito de aumento na demanda primária.

Para responder essa pergunta, basta considerar as elasticidades de oferta de a e de b. Observe-se que dado um acréscimo de 10% na quantidade de x, haverá idêntico acréscimo percentual nas quantidades de a e b. Se a elasticidade de oferta de a (e_a) for menor que a elasticidade de oferta de b (e_b) é claro que P_a aumentará mais que proporcionalmente a P_b (preço de 2 unidades de b). Mas, em equilíbrio:

$$P_x = P_a + P_b \text{ e } \qquad dP_x = dP_a + dP_b$$

e, logo,

$$dP_x /P_x = P_a /P_x \quad dP_a /P_a + P_b /P_x \quad dP_b /P_b$$

[10] O equilíbrio no mercado de x corresponde a $P_x^d = P_x^s$, isto é, preço de demanda de x igual a preço de oferta de x. Subtraindo-se P_b^s membro a membro da expressão anterior , chega-se a $P_a^d = P_a^s$, pois por definição $P_x^s = P_a^s + P_b^s$ e $P_a^d = P_x^d - P_b^s$.

sendo

$$P_a / P_x + P_b / P_x = 1$$

Portanto, o aumento relativo em P_x será menor que o aumento relativo em P_a, se

$$dP_a / P_a > dP_b / P_b$$

Conclui-se, portanto, que P_x / P_a se reduzirá quando houver um aumento na demanda de x e se $e_a < e_b$. Se $e_a = e_b$, então P_a , P_b e, portanto, P_x , sofrerão aumentos proporcionalmente iguais e P_x / P_a ficará inalterado.

De acordo com GARDNER, a seguinte elasticidade relaciona variações relativas em N com variações em P_x / P_a , para $\sigma = 0$:

$$E_{Px/Pa\ ,\ N} = [\eta_N \quad K_b \quad (e_a - e_b)] \,/\, [-\eta(K_b \ e_a + K_a \ e_b) + e_a \ e_b] \qquad (2.8)$$

onde:

η_N = elasticidade de demanda por x com respeito a N
K_a = aP_a / xP_x ,
K_b = bP_b / xP_x ,
η = elasticidade-preço da demanda de x.

Em (2.8) o denominador é sempre positivo. O sinal do numerador depende de (i) η_N que poderá ser negativo ou positivo, conforme o fator que esteja deslocando D_x , e (ii) das magnitudes de e_a e e_b.

A fórmula (2.8) pode ser generalizada para o caso em que σ_{ab} é diferente de zero. Nesse caso, tem-se:

$$E_{Px/Pa\ ,\ N} = [\eta_N \ K_b \ (e_a - e_b)] \,/\, D \qquad (2.9)$$

sendo

$$D = -\eta(K_b \ e_a + K_a \ e_b + \sigma) + e_a \ e_b + \sigma(K_a \ e_a + K_b \ e_b)$$

Pela fórmula (2.9), nota-se claramente que à medida que σ, uma magnitude maior ou igual a zero, cresce, o efeito de uma variação em N sobre P_x / P_a tende a diminuir.

Observe, a propósito, que para $\sigma \neq 0$, a representação gráfica não é válida, pois a mesma quantidade de x pode ser produzida com diferentes proporções de a e b. A proporção a ser escolhida dependerá de P_a e P_b.

Para se entender o papel de σ, suponha que um dado aumento de renda aumente a demanda de 10% (através de η_N). À medida que as firmas procuram atender a esse aumento, P_a e P_b tendem a aumentar. É claro que, mantida a proporção anterior, P_a tenderá a aumentar mais que proporcionalmente do que P_b, se $e_a < e_b$. Sendo $\sigma \neq 0$, o aumento da produção se processará com substituição de *a* por *b*. Assim, nas novas condições, uma unidade de *x* conterá maior proporção de insumos de mercado (*b*) que anteriormente. Por isso, o preço de *b* aumentará mais e P_a aumentará menos que no caso de $\sigma = 0$. Tudo isso significa que a margem não diminuirá tanto quanto no caso anterior.

Repetindo: quando todas as firmas tentam aumentar sua produção de *x*, sendo as ofertas de *a* e *b* , para a indústria, positivamente inclinadas, os preços de *a* e *b* tenderão a aumentar. Mas o preço de *a* tende a aumentar mais que proporcionalmente se a proporção (*1a* e *2b*) inicial fosse mantida. Mas, na possibilidade de substituição, P_a /P_b não crescerá tanto, pois a demanda de *a* crescerá menos que a demanda de *b*. Como resultado, haverá uma redução na margem de menor intensidade que no caso de $\sigma = 0$. Portanto, a presença de $\sigma \neq 0$ em (2.9) não altera o sinal, mas apenas atenua a variação em P_x /P_a.[11]

Além do efeito de um aumento na demanda por *x* em P_x /P_a , existe também o efeito em $k_a = aP_a /xP_x$, ou seja, na parcela do agricultor nas despesas do consumidor. GARDNER apresenta o efeito de uma variação em *N* sobre k_a como sendo:

$$E_{Ka,N} = \{[\eta_N K_b (e_a - e_b)] /D\} (\sigma - 1) \qquad (2.10)$$

Note que (2.10) difere de (2.9) apenas pelo fator ($\sigma - 1$). Além disso, observe que se $\sigma = 0$, então E_{KaN} será o negativo de $E_{Px/Pa,N}$. Como nos casos normais, esta última elasticidade é menor que zero[12]; (2.10) será, em geral, maior que zero para $\sigma = 0$. É fácil entender a razão disso. Quando a demanda por *x* aumenta, σ sendo zero, as demandas por *a* e *b* aumentam proporcionalmente. Mas P_a aumentará mais que proporcionalmente que P_b. Assim, (aP_a) aumentará como uma proporção de (xP_x).

O mesmo resultado qualitativo é válido para qualquer σ menor que um. Para σ maior que um, o resultado se inverte. Isso decorre do fato de que, quando as possibilidades de substituição são altas, a relação b/a utilizada aumenta o suficiente para mais do que compensar o acréscimo em P_a/P_b, levando a um aumento em K_b.[13]. Quando $\sigma = 1$, o aumento no preço relativo (P_a /P_b) é compensado pelo aumento em (*b/a*) de tal modo que K_a e, portanto, K_b permanecem inalterados.

Finalmente, se $e_a = e_b$, a manutenção da proporção inicial implica em aumentos proporcionalmente iguais em P_a e P_b. Se (P_a /P_b) não se alterar, a proporção *(a/b)* não se alterará. Daí que K_a e K_b serão constantes.

---

[11] É importante lembrar que se $e_a < e_b$ um aumento na demanda de x ocasionará sempre um aumento em P_a /P_b, exceto no caso em que σ tende para infinito, quando então a relação permanece inalterada.

[12] Isso ocorre porque espera-se que $e_a < e_b$, pois os produtos agrícolas têm oferta relativamente inelástica por serem intensivos no uso da terra. Quanto a oferta de b, provavelmente é mais elástica que a oferta de a, pois este insumo não é específico ao setor de comercialização agrícola. Trabalho, transporte, etc., têm muitos outros empregos alternativos fora do setor de comercialização agrícola. Admite-se que $\eta_N > 0$.

[13] Lembre-se de que: $\sigma_{ab} = [d(b/a) / (b/a)] / [d(P_a /P_b) / (P_a /P_b)]$
e também: $\sigma_{ab} = (f_a\ f_b) /x f_{ab}$ se a função de produção for homogênea de grau 1.

2.2.3. Efeito de Variação na Oferta Primária

Suponha-se que ocorra uma redução na oferta da matéria-prima agrícola em decorrência de fenômenos climáticos. Sendo $\sigma_{ab} = 0$, graficamente ocorrerá o seguinte: (i) S_a desloca-se para a esquerda; (ii) S_x desloca-se para a esquerda, mantendo a mesma distância vertical a S_a, uma vez que S_b não se alterou.

Assim sendo, P_x e P_a sofrerão aumentos. Mas, como a quantidade demandada de x se reduz, a quantidade e o preço de b se reduzem, pois $e_b > 0$. Desse modo, sendo $P_x = P_a + P_b$, uma redução em P_x /P_a deverá ocorrer. (Figura 2.5).

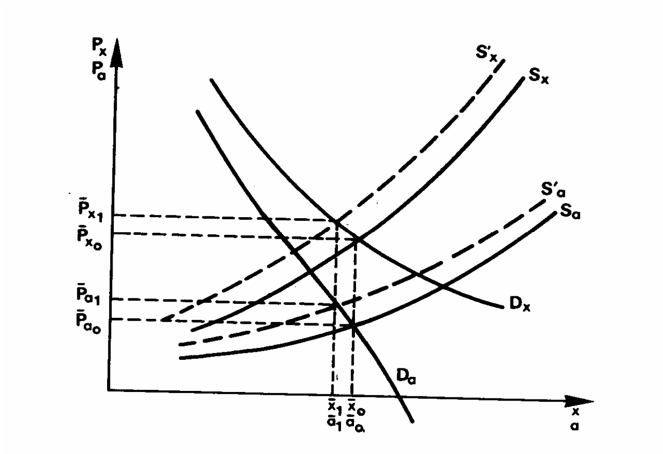

Figura 2.5. Efeito de redução na oferta primária

De acordo com GARDNER, a seguinte elasticidade relaciona variações relativas em W (clima) com variações relativas em P_x /P_a, para $\sigma = 0$:

$$E_{Px/Pa\ ,\ W} = [e_W K_b e_a (\eta - e_b)] / [-\eta (K_b e_a + K_a e_b) + e_a e_b] \qquad (2.11)$$

onde e_W = elasticidade do preço de a com respeito a W.

É fácil verificar que (2.11) tem o sinal contrário a e_W em todos os casos normais. Por exemplo, se um aumento em W aumentar o preço de a, então (2.11) será negativo. Se W for, por exemplo, uma medida da pluviosidade, então uma redução em W, ao reduzir a oferta de a, aumenta P_a ($e_W < 0$, no caso) e P_x e reduz P_b, de modo que P_x /P_a se reduz.

Para se analisar o efeito de $\sigma \neq 0$, deve-se considerar:

$$E_{Px/Pa,\,W} = e_W K_b e_a (\eta - e_b)/D \qquad (2.12)$$

Nota-se, novamente, que o papel de σ é o de atenuar as variações, pois seu efeito é aumentar o denominador. Assim, uma redução na oferta de a aumentará P_a e reduzirá P_b, ocorrendo substituição de *a* por *b*. A possibilidade de substituição atenua a queda em (P_b/P_a), atenuando ao mesmo tempo, a queda em P_x/P_a.

Qual seria o efeito de uma redução na pluviosidade sobre a parcela do produtor, K_a? Para isso a fórmula a considerar é a seguinte:

$$E_{Ka,\,W} = [e_W K_b e_a (\eta - e_b)/D]\ (\sigma - 1) \qquad (2.13)$$

Observe que se $\sigma = 0$, (2.13) será o negativo de (2.11). Assim, se uma redução na pluviosidade reduz P_x/P_a, ela aumenta (aP_a) como uma proporção de (xP_x). Isso ocorre porque, se a oferta de *a* se reduz, P_a aumenta, com seu emprego por unidade permanecendo inalterado.

Se $\sigma \neq 0$, a relação *a/b* se reduz, restando saber se essa redução é ou não compensada pela redução na relação P_b/P_a. Se $\sigma < 1$, a variação percentual em *a/b* é menor que a variação percentual em P_b/P_a de modo que (aP_a) torna-se uma maior proporção em (xP_x). O contrário acontece com $\sigma > 1$.

2.2.4. Efeito de Variação na Oferta de Insumos de Mercado

Graficamente, o efeito de uma redução na oferta de insumos de mercado (*b*) aparece como um movimento para baixo da demanda derivada e para cima da oferta do produto final (*x*). (Figura 2.6).

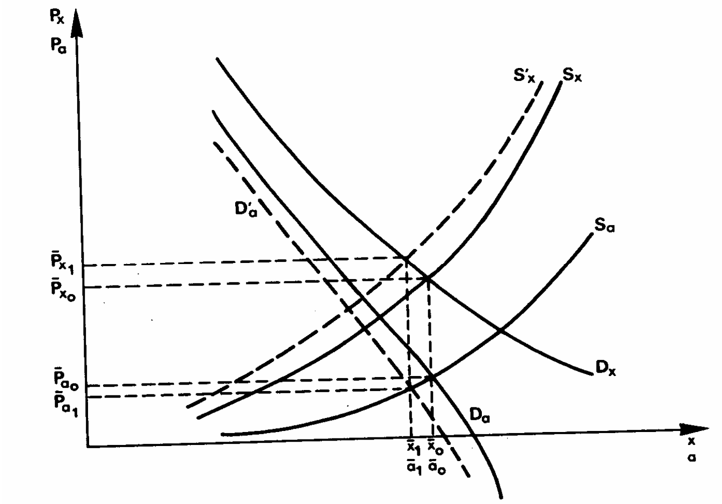

Figura 2.6. Efeito de redução na oferta de insumos de comercialização

Verifica-se que um aumento em T (imposto, por exemplo) ao retrair a oferta de b, provocará aumento em P_b para qualquer quantidade. Desde que o preço unitário de x aumente, a quantidade procurada se reduz. Haverá, portanto, um decréscimo na quantidade utilizada de a e b. É claro que P_a deverá cair, face a uma redução na demanda de a.

Nos casos normais, P_x /P_a deverá aumentar quando ocorrer uma redução na oferta de insumos de mercado. Isso pode ser verificado pela fórmula:

$$E_{Px/Pa\,,\,T} = [e_T K_b\, e_b\, (e_a - \eta)] / [-\eta(K_b\, e_a + K_a\, e_b) + e_a\, e_b] > 0 \qquad (2.14)$$

onde e_T é a elasticidade do preço de b com respeito a T. Sendo positiva, toda expressão (2.14) será positiva. Como anteriormente, $\sigma > 0$ tem um papel moderador da variação em P_x /P_a. A elasticidade, nesse caso, será dada por (2.14) com o denominador substituído por D.

2.2.5. A Elasticidade de Transmissão de Preços e a Elasticidade da Demanda Derivada

A elasticidade de transmissão de preços – no presente contexto - relaciona a variação relativa no preço no varejo (P_x) com a variação relativa do preço ao produtor (P_a).

$$\varepsilon_{PxPa} = (dP_x /dP_a)\ (P_a /P_x) \qquad (2.15)$$

Essa elasticidade foi também analisada por Gardner. Antes de mais nada, é preciso salientar que (2.15) terá valores diferentes conforme ocorra uma variação na demanda de x ou na oferta de a. No primeiro caso, a fórmula relevante é (2.16). No segundo caso, a fórmula relevante é (2.17).

$$\varepsilon_{PxPa} = (\sigma + K_a\, e_b + K_b\, e_a) \;/\; (\sigma + e_b) \qquad (2.16)$$

$$\varepsilon_{PxPa} = [K_a\, (\sigma + e_b)] \;/\; [e_b + K_a \sigma - K_b \eta] \qquad (2.17)$$

Pela expressão (2.16) vê-se que se $e_a = e_b$, $\varepsilon_{PxPa} = 1$. Isto é, dado um acréscimo na demanda de x, P_x aumentará na mesma proporção que P_a. Isso ocorre porque dado um aumento na demanda de x, acréscimos iguais em a e b não alterarão a razão de preços, não havendo, portanto, alteração na combinação de a e b.

No caso normal ($e_a < e_b$), ($K_a\, e_b + K_b\, e_a$) será menor que e_b e ε_{PxPa} será menor que a unidade.

Pela expressão (2.17) verifica-se que ε_{PxPa} será menor que a unidade se:

$$K_a\, \sigma + K_a\, e_b \;<\; e_b + K_a\, \sigma \,-\, K_b\, \eta$$

$$K_a\, e_b \;<\; e_b - K_b\, \eta$$

$$-K_b\, e_b \;<\; -K_b\, \eta$$

$$e_b \;>\; \eta \qquad (2.18)$$

Normalmente ($\eta < 0$) espera-se que a condição (2.18) se verifique. Assim, nos casos normais, uma redução na oferta de um produto agrícola, elevará P_a proporcionalmente mais que P_x.

Uma terceira possibilidade é a de mudança na oferta de b. Se a mudança for tal que P_b aumente, então P_x aumentará e P_a diminuirá se $\sigma < |\eta|$. Este fato pode ser constatado pela fórmula seguinte:

$$\varepsilon_{PxPa} = (\sigma + e_a) \;/\; (\sigma + \eta) \qquad (2.19)$$

No entanto, se $\sigma > |\eta|$, então P_x e P_a se moverão na mesma direção quando a oferta de b varia.[14]

É possível agora re-examinar a relação entre as elasticidades de demanda ao varejo e ao produtor apresentada no capítulo anterior.

Note-se que se $\sigma = 0$, pode-se expressar $x \equiv a$ por simples manuseio das unidades de medida. Então:

$$da \,/dP_a \equiv dx \,/dP_a \qquad (2.20)$$

Admita-se que existe uma relação entre P_x e P_a tal que:

[14] Atentar, no entanto, para o comentário de Bronfenbrenner adiante.

$P_x = f\,(P_a)$ (2.21)

Então pode-se escrever:

$da\,/dP_a = dx\,/dP_a = dx\,/dP_x \;\; dP_x\,/dP_a$ (2.22)

Transformando-se a última igualdade de (2.22) em elasticidade, resulta:

$E_{aPa} = \eta \; \varepsilon_{PxPa}$ (2.23)

A utilidade de relação (2.23) está em que se conhecendo a elasticidade de demanda a um nível de mercado, pode-se determinar a elasticidade de demanda em outro nível, mediante conhecimento da elasticidade de transmissão de preços entre esses níveis.

Num contexto mais geral, a demanda ao produtor nada mais é que uma demanda derivada. HICKS (1957) apresenta a fórmula geral para determinação da elasticidade de demanda derivada:

$E_{aPa} = [\eta\sigma + e_b\,(K_a\eta - K_b\sigma)] \,/\, (e_b + K_a\sigma - K_b\eta)$ (2.24)

Pode-se verificar que E_{aPa} será menor, maior ou igual a η em valor absoluto, se $\sigma < |\eta|$, $\sigma > |\eta|$ ou $\sigma = |\eta|$ respectivamente (GARDNER, 1975, p. 405), sempre que $\eta < e_b$.

Entretanto, dada a pressuposição de função de produção linearmente homogênea, BRONFENBRENNER (1971, pp. 149-150) considera inconsistente com o equilíbrio competitivo a possibilidade de $\sigma > |\eta|$. De fato, ele demonstra que se $\sigma > |\eta|$ então $K_a < 0$, isto é, a parcela do dispêndio recebida pelos produtores agrícolas é negativa. Além disso, pode-se utilizar a demonstração de Bronfenbrenner para verificar que se $\sigma = |\eta|$, $K_a = 0$. Este também é um resultado inconsistente. Assim, numa situação competitiva espera-se que $\sigma < |\eta|$, e, portanto, que E_{aPa} seja menor que η.

Restaria verificar a possibilidade de generalização da expressão (2.23) que relaciona E_{aPa} , η e ε. As alterações em P_x e P_a podem provir de três fontes: mudanças em D_x, mudança em S_a e mudança em S_b , com elasticidades de transmissão sendo dadas por (2.16), (2.17) e (2.19) respectivamente.

A pressuposição necessária para (2.23) é que $\sigma = 0$. Substituindo-se este valor de σ nas expressões citadas e em (2.24) tem-se:

$\varepsilon_{PxPa} = (K_a\, e_b + K_b\, e_a)\,/\mathrm{e_b}$ (2.16’)

$\varepsilon_{PxPa} = K_a\, e_b \;/(\mathrm{e_b} - K_b\eta)$ (2.17’)

$\varepsilon_{PxPa} = e_a \;/\eta$ (2.19’)

$E_{aPa} = \eta e_b\, K_a\,/(e_b - K_b\eta)$ (2.24’)

Multiplicando-se (2.16'), (2.17') e (2.19') por η, verifica-se que só no segundo caso obtém-se (2.24'). Assim, conclui-se que (2.23) somente é válida para variações de P_x e P_a originárias do lado da oferta de *a*.

2.2.6. Comportamento das Margens e sua relação com a Demanda Derivada

Econometricamente pode-se estimar uma relação do tipo[15]:

$$M = a + b\,P_x \qquad (2.25)$$

A partir das estimativas $\hat{a}$ e $\hat{b}$ pode-se relacionar a demanda ao varejo com a demanda derivada (ao produtor).

Dados $\hat{a}$ e $\hat{b}$ vê-se, como em GEORGE & KING (1971), que

$$P_x = \hat{a}/(1 - \hat{b}) + P_a/(1 - \hat{b}) \qquad (2.26)$$

que é uma expressão para o mecanismo de transmissão de preços. É fácil verificar então que:

$$\varepsilon_{PxPa} = [1/(1 - \hat{b})]\,(P_a/P_x) = P_a/(\hat{a} + P_a)$$

Assim, percebe-se que

a) se $\hat{a} > 0$, então $\varepsilon_{PxPa} < 1$ e em vista de (2.23) conclui-se que $|\eta_{xPx}| > |E_{aPa}|$

b) se $\hat{a} = 0$, $\varepsilon_{PxPa} = 1$ e $\eta_{xPx} = E_{aPa}$

Conclui-se que todo o relacionamento entre demandas depende da presença de um componente fixo na transmissão de preços. Esse componente é o responsável pela tão falada rigidez das margens e, em virtude da análise anterior, resulta da relativa estabilidade dos preços agrícolas no varejo e na fazenda.

Resumidamente, as condições para rigidez das margens são as seguintes:

a) quando a demanda do consumidor varia, é necessário que $e_a < e_b$;

b) quando a oferta de matéria-prima agrícola varia, é necessário que $\eta < e_b$. Como esse é o caso geral, verifica-se que, como regra, os preços dos insumos de comercialização se movimentarão sempre em sentido contrário aos preços ao produtor, atenuando o efeito sobre o preço no varejo.

[15] A forma da função é, por simplicidade, tomada como sendo linear. Não há, entretanto, nenhuma outra razão para justificá-la *a priori*.

Do ponto de vista prático é importante salientar a coexistência de competição e elasticidade de transmissão inferiores à unidade; isto é, mesmo sob competição pode-se esperar que reduções no preço ao produtor não sejam repassadas integralmente ao consumidor. Este tipo de comportamento tem sido usualmente referido como evidência de forças monopolísticas na comercialização.

Resultados empíricos relacionando elasticidade de transmissão e margens de comercialização podem ser encontrados, por exemplo, em BARROS & MARTINES FILHO (1990).

2.2.7. Conclusões do Modelo Competitivo

Considerando-se o equilíbrio num mercado competitivo, pode-se prever, feitas certas pressuposições, o comportamento dos preços ao varejo e ao produtor, bem como da parcela do produtor no dispêndio do consumidor.

Algumas dessas previsões são:

a) qualquer evento que aumenta a demanda de um produto agrícola tenderá a reduzir a margem percentual de comercialização $((P_x - P_a) / P_x)$ desde que a oferta de insumos de comercialização seja mais elástica que a oferta de matéria-prima agrícola;

b) qualquer evento que aumente a oferta de um produto agrícola tenderá a aumentar a margem de comercialização;

c) eventos que aumentam a oferta de insumos de comercialização tendem a reduzir a margem de comercialização;

d) um acréscimo na margem de comercialização $((P_x - P_a) / P_x)$ nem sempre é equivalente a uma redução na parcela do produtor. Se $\sigma = 0$, então um aumento relativo na margem é acompanhado por uma redução relativa equivalente na parcela do produtor. Se $\sigma < 1$, aumentos na margem são acompanhados de reduções na parcela, embora estas últimas sejam menos que proporcionais aos primeiros. Mas se $\sigma > 1$, então aumentos na margem ocorrem simultaneamente com aumentos na parcela do produtor;

e) a demanda de produtos agrícolas será, em geral, menos elástica ao nível do produtor do que ao nível de varejo;

f) a relação entre as elasticidades de demanda e a elasticidade de transmissão de preços usada por GEORGE & KING (1971) é estritamente válida para situações (a) de produção com proporções fixas e (b) em que as variações de preços tenham origem ao nível da oferta.

2.2.8. Utilização Prática dos Resultados

O modelo discutido nesta seção pressupõe a presença de competição; é claro que a importância da limitação causada por essa pressuposição deve ser examinada. Poder-se-ia argumentar que os mercados para diversos produtos agrícolas são razoavelmente competitivos e, portanto, a pressuposição não seria de todo irrealista. Poder-se-ia, igualmente, argumentar que o poder de previsão de uma teoria e não o realismo de suas pressuposições, é o que realmente importa na escolha de uma teoria adequada. Além disso, é preciso salientar que o problema enfocado pode ser analisado em mercados não concorrenciais, conforme será delineado na seção seguinte e no próximo capítulo. Desse modo, maior realismo das pressuposições poderia ser alcançado.

O importante a respeito do modelo é tornar claro que o comportamento dos preços e das margens não é arbitrário, mas tem que seguir determinados padrões ditados pelas condições de oferta, demanda e produção de serviços.

Um outro aspecto do modelo refere-se à agregação de todos os insumos de mercado numa só quantidade. A agregação será mais séria quando os problemas analisados envolverem alterações nos preços relativos dos componentes. A alternativa seria expandir o modelo, incluindo mais insumos de mercado. É claro que, com isso, a complexidade do modelo aumentaria.

Com relação a dados, a aplicação do modelo requer informações agregadas, de obtenção relativamente simples. A esse respeito, o modelo tem, ainda, a vantagem de salientar que os preços em geral obtidos em levantamentos resultam do comportamento do mercado e não de nenhum intermediário em particular, como certos trabalhos em análise de preços parecem sugerir.

Finalmente, cabe lembrar que a relação utilizada por GEORGE & KING entre elasticidade de demanda e a elasticidade de transmissão de preços parece ser especialmente aplicável à análise de preços agrícolas. Isso decorre do fato de que a pressuposição de demanda estável e oferta variável durante o ano agrícola, por exemplo, representa satisfatoriamente os períodos de safra e entressafra.

2.3. Efeitos do Monopólio na Comercialização

O método empregado para desenvolvimento do modelo competitivo, apresentado na seção anterior, pode ser utilizado, com algumas alterações, para explicar o comportamento dos preços e margens em mercados não-competitivos. Nesta seção, serão analisados os mercados monopolistas e monopsonistas.[16] No próximo capítulo, os mercados oligopolistas e oligopsonistas serão examinados.

[16] Detalhes a respeito das deduções das fórmulas apresentadas nesta seção podem ser obtidos em BARROS & XAVIER (1979).

Uma diferença fundamental entre dois casos, em termos de abordagem, está em que, na presente seção, a análise enfoca o comportamento de uma firma de comercialização individual, enquanto que, no caso anterior, analisava-se o comportamento da indústria como um agregado de firmas.

Uma firma atuando em comercialização pode ter características não-competitivas tanto na compra como na venda de seus produtos. No primeiro caso, aquelas características surgem na medida em que a firma se defronte com uma oferta de insumos não-perfeitamente elástica. Enquanto que, no segundo caso, as características decorrem do fato da firma defrontar-se com demanda por seu produto não-perfeitamente elástica.

Pressupõe-se uma firma que compra matéria-prima agrícola nas fontes de produção e a coloca transformada ao nível do varejo.[17] As razões pelas quais uma firma tem poderes não-competitivos podem ser encontradas na literatura econômica como sendo, entre outras, a existência de economias de escala na indústria, o grande volume de capital necessário para operação eficiente, a posse de recursos superiores e a distribuição de franquias e patentes (STIGLER, 1966).

O efeito geral da competição imperfeita pode ser visualizado através do seguinte princípio de alocação de recursos (BRONFENBRENNER, 1971):

$$\bar{P}_x\,(1 + 1/\eta)f_a = \bar{P}_a\,(1 + 1/e_a)$$

e

$$\bar{P}_x\,(1 + 1/\eta)f_b = \bar{P}_b\,(1 + 1/e_b) \qquad (2.27)$$

onde f_a e f_b são produtos marginais.

[17] Não se descarta a possibilidade de um intermediário ser somente monopolista. No texto, considera-se um intermediário monopolista e monopsonista para se obterem resultados gerais. A análise não se altera basicamente, se a firma compra do produtor e vende ao atacado, ou compra do atacado e vende ao consumidor.

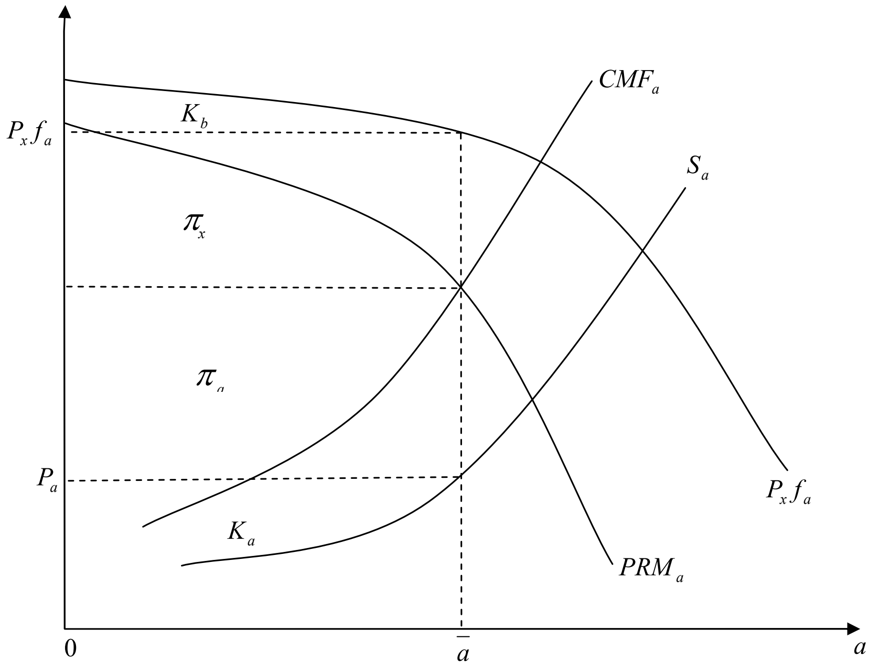

Figura 2.7. Alocação ótima da matéria-prima agrícola

A primeira condição em (2.27) está ilustrada na figura 2.7. Essa expressão significa que, para maximizar seu lucro, a firma deve igualar seu produto-receita marginal (*PRM_a*, à esquerda) ao seu custo marginal do fator (*CMF_a* ,à direita). O lucro do monopolista será $\pi = \pi_a + \pi_x$, onde π_a é a parte do lucro obtida junto ao produtor de *a* e π_x é o lucro obtido junto ao consumidor. As três expressões em parênteses dão uma medida do poder da firma em cada mercado. Para o que se segue, usam-se as seguintes notações

$$K_1 = 1 + 1/\eta;\ K_2 = 1 + 1/e_a\ ; K_3 = 1 + 1/e_b \qquad (2.28)$$

K_1 é uma medida do poder monopolístico e espera-se que $0 < K_1 < 1$. K_2 e K_3 representam o poder monopsonístico na compra da matéria-prima agrícola (a) e do insumo de mercado (b), respectivamente. A respeito deles espera-se que $K_2 > 1$ e $K_3 > 1$. Em competição a igualdade $K_1 = K_2 = K_3 = 1$ se verifica.

A fim de proceder à análise estático-comparativa do caso não-competitivo, deve-se, portanto, considerar que, em equilíbrio, as seguintes igualdades verificar-se-ão:

$\overline{P}_a = K_1 \overline{P}_x f_a / K_2$ (2.30)

$\overline{P}_b = K_1 \overline{P}_x f_b / K_3$ (2.31)

É interessante notar que, em decorrência de se ter uma função de produção com retornos constantes à escala tal que $x = af_a + bf_b$:[18]

$K_2 \, \overline{a} \, \overline{P}_a / K_1 \overline{x} \, \overline{P}_x + K_3 \, \overline{b} \, \overline{P}_b / K_1 \overline{x} \, \overline{P}_x = 1$ ou (2.32)

$(K_2 / K_1) K_A + (K_3 / K_1) K_B = 1$ (2.33)

onde K_A e K_B são as parcelas de a e b sob condições não-competitivas.

Esses resultados podem ser interpretados como segue. Da sua receita bruta xP_x, a firma retém uma proporção ($1 - K_1$) na forma de lucro proveniente de poderes monopolísticos. O restante, $K_1 \, xP_x$, poderá ou não ser usado integralmente no pagamento dos insumos utilizados, dependendo do poder monopsonístico da firma em cada mercado. Especificamente, K_2 e K_3 dão o número de vezes pelo qual o produto-receita marginal da firma excede o preço pago aos insumos (a e b). A menos que $K_2 = K_3 = 1$, a firma terá lucros maiores que o montante $(1 - K_1) \, xP_x$.

Com o propósito de se avaliar os efeitos dos poderes monopolísticos e monopsonísticos foi elaborada a Tabela 2.1, em que foram considerados diferentes valores para as elasticidades de demanda e de oferta com que se defronta a firma.

A Tabela 2.1 permite avaliar o efeito de não-competitividade sobre a parcela do agricultor na renda bruta de uma firma de comercialização.[19] Examinando-se cada coluna individualmente, observa-se que aumentos na elasticidade de demanda do produto final tendem a aumentar a parcela do agricultor. Assim, quando η passa de (-1,5) a (-10,0) ocorre um aumento de 170% na participação do agricultor.

Tabela 2.1. Percentagem de renda bruta da firma paga ao produtor agrícola.

e_b	1	1	1	2	2	2	5	5	5
$\eta \setminus e_a$	1	2	5	1	2	5	1	2	5
-1,5	8,33	9,52	10,42	9,52	11,11	12,35	10,42	12,35	12,89
-2,0	12,50	14,29	15,63	14,29	16,67	18,52	15,69	18,52	20,83
-5,0	20,00	22,86	25,00	22,86	26,67	29,63	25,00	29,63	33,33
-10,0	22,50	25,71	28,13	25,71	30,00	33,33	28,13	33,33	37,50

Nota: Valores determinados sob a suposição de que ambos os insumos a e b recebem a mesma proporção da renda bruta ($K_A = K_B$).

[18] Admitindo, naturalmente, que as características não-competitivas resultam de outras causas que não a presença de retornos crescentes à escala. Em (2.32) vale-se do fato que $x = af_a + bf_b$.

[19] A fórmula usada para obter as parcelas na Tabela 2.1 foi $K_A = K_1 / (K_2 + \alpha K_3)$, onde α é a relação pressuposta K_B / K_A, tomada como igual a 1, sem perda de generalidade.

Aumentos na elasticidade de oferta da matéria-prima agrícola tendem também a aumentar a participação da renda do agricultor como proporção da renda bruta da firma de comercialização. Esses aumentos na parcela do agricultor dependem, no entanto, da elasticidade de oferta do insumo de comercialização. Assim, se a elasticidade de oferta de *b* for igual a 1, aumentando-se a elasticidade de oferta de *a*, de 1 para 5, ocorrerá um aumento de 25% na participação do agricultor. Para e_b igual a 2 e 5, os aumentos na participação do agricultor serão de 30% e 33,3%, respectivamente.

As demais implicações teóricas da ausência de competição podem ser derivadas por procedimento semelhante ao empregado da seção 2.2[20].

As análises gráficas apresentadas para o modelo competitivo podem ser estendidas para os casos de ausência de concorrência com algumas importantes modificações.

Considere-se primeiramente o caso do agente que é monopolista na venda do produto final *x*, mas que atua concorrencialmente na compra de seus insumos *a* e *b*. Em relação à figura 2.3 a principal alteração a ser feita é excluir a curva D_a de demanda derivada por *a* e acrescentar a curva de receita marginal de *x*: $RM_x = P_x(1 + 1/\eta)$. Para determinar o ponto de equilíbrio, deve-se igualar RM_x ao preço de oferta P^s_x, dado em S_x. Tem-se, então, a quantidade de equilíbrio x_m, e os preços de equilíbrios P^d_x dado na curva de demanda D_x, o preço da matéria prima P^s_a dado em S_a. Tem-se então que $P_b = (P^s_x - P^s_a)$. Ver a figura 2.8. Notar que, neste caso, aparece o lucro do monopolista dado por $\pi_m = (P_x^d - P_x^s)x_m = P_x^d(-1/\eta)\, x_m$. Na figura supõe-se ainda que o monopolista atua concorrencialmente nos mercados de a e b, cujas ofertas se lhe apresentam como retas horizontais.

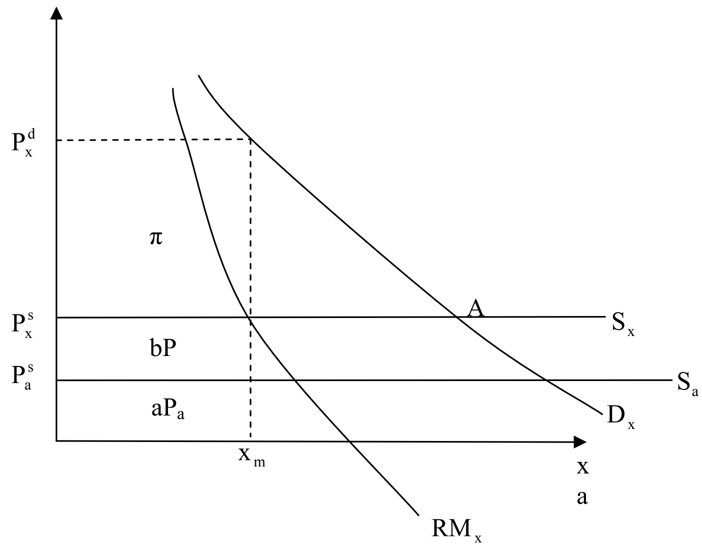

Figura 2.8. Equilíbrio em mercado monopolista

[20] Ver BARROS & XAVIER (1979).

Na figura 2.9, mostra-se o equilíbrio num mercado em que existe monopsônio na compra da matéria prima agrícola. Em relação à figura 2.3, exclui-se a curva S_x e inclui-se a curva do Custo Marginal do Fator *a*, representado por $CMF_a = P_a (1 + 1/e_a)$. Desta feita, iguala-se o preço de demanda de *a* dado em D_a com CMF_a . Novamente os preços de equilíbrio dados por P^d_x e P^s_a serão encontrados, respectivamente, nas curvas D_x e S_a para a quantidade de equilíbrio x_m. Tem -se também que $P_b = (P_x - CMF_a) = P^d_x - P^d_a$. Pode-se observar, então, que o lucro do monopsonista é dado por $\pi_m = (CMF_a - P_a)x_m = P_a (1/e_a)\ x_m$. Observar que o monopsonista é um concorrente no mercado do produto final e do insumo de comercialização; logo D_x e D_a são retas horizontais.

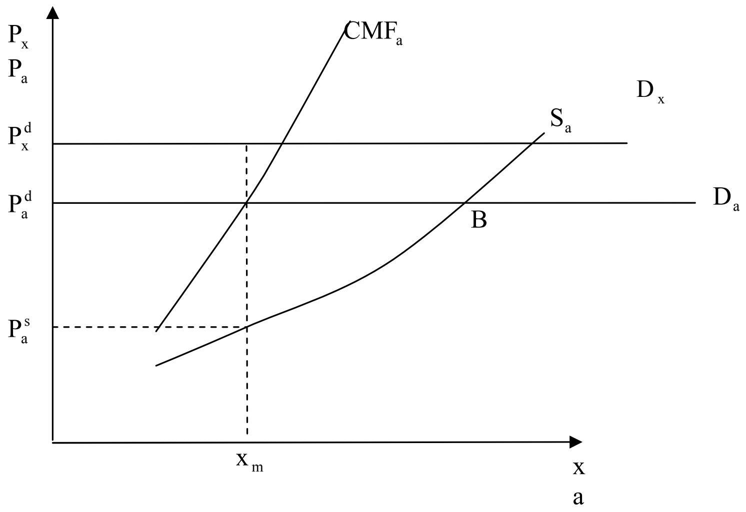

Figura 2.9. Equilíbrio em mercado monopsonista

2.4. Efeitos de Algumas Políticas de Comercialização

Nesta seção, são examinados os efeitos da intervenção do governo na comercialização de produtos agrícolas tendo em vista controlar ou garantir preços à luz dos modelos teóricos apresentados neste capítulo. Algumas observações relacionadas a outras políticas de comercialização, também baseadas naqueles modelos, são feitas ao final.

2.4.1. Controle de Preços

Em termos de controle de preços, duas alternativas existem: o tabelamento do preço ao consumidor e a fixação de preço mínimo ao produtor.

Considere-se, primeiramente, o tabelamento ao consumidor. Qual seria seu efeito sobre a margem de comercialização e, portanto, sobre o preço ao produtor em competição e na sua ausência?

Admitindo-se como mais provável que $e_a < e_b$, dado um tabelamento ao nível do consumidor, o preço ao produtor cairá por uma percentagem maior que o preço ao consumidor. Assim, a margem tenderá a aumentar com essa política. Na figura 2.10, P^T_x representa o maior preço permitido para venda ao consumidor. Assim, pode-se considerar que a curva de demanda experimenta uma transformação, passando a ser dada por $P^T_xE'X$ e a curva de demanda derivada consequentemente passa a ser *BFE''Y*, que se altera de forma a continuar mantendo a mesma distância vertical \`a curva de demanda ao varejo. Os novos pontos de equilíbrio passam a ser dados por *E* e *F* e o novo preço ao produtor por P^T_a. Notar ainda que a quantidade comercializada cai de x_0 para x_T e que ao varejo surgirá uma escassez do produto final dada por *EE'*.

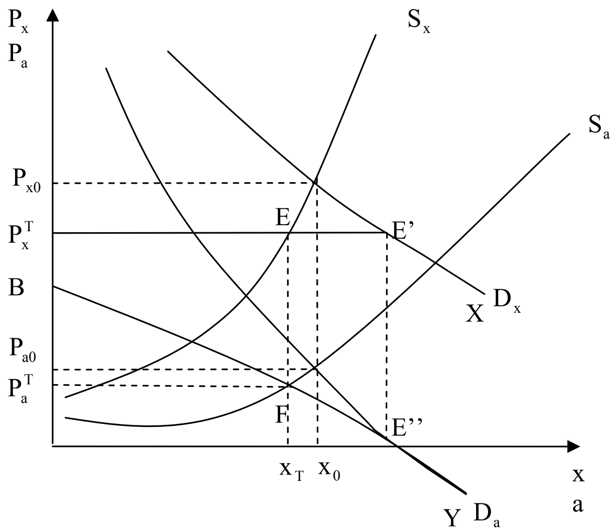

Figura 2.10. Tabelamento sob concorrência

Quando o tabelamento de preço é aplicado sobre um mercado monopolizado, os resultados podem ser bem diferentes. Na verdade, o resultado vai depender do nível ao qual o preço venha a ser tabelado. Na figura 2.11, estabeleceu-se um nível tal que P^T é maior do que a ordenada do ponto em que $S_x = D_x$ (no ponto *A*). Consequentemente, tem -se uma curva de demanda transformada dada por $P^T BX$. Logo, a nova curva de receita marginal será $P^T BCY$. O ponto de equilíbrio corresponde ao ponto *E*, onde RM_x, sofrendo uma descontinuidade entre *B* e *C* salta de um valor superior para um valor inferior ao preço de oferta. Notar que a quantidade comercializada aumenta de x_m para x^T_m, o preço passa a ser $P^T_x < P^d_x$, sendo P^d_x o preço livre.

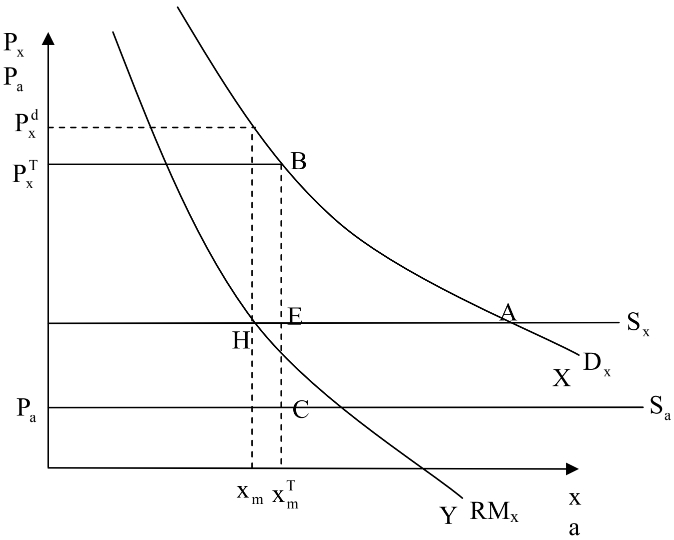

Figura 2.11. Tabelamento no monopólio

Considere-se, a seguir, o controle do preço (preço mínimo) ao produtor através de restrições da produção ou compra e retirada de excedentes pelo governo. O preço ao consumidor aumentará sempre menos que o preço ao produtor, caindo, dessa maneira, a margem de comercialização. Na figura 2.12, P^M_a é o nível do preço mínimo; portanto, pode-se considerar uma curva de oferta de matéria prima modificada dada por P^M_a *EE'Y* assim como uma curva de oferta de produto final modificada dada por *BE''X*, cujas ordenadas correspondem às da nova curva de oferta acrescidas de P_b. Os novos equilíbrios são dados por *F* e *E* e a nova quantidade comercializada será x_M., inferior àquela de livre mercado. A quantidade *EE'* de produto deverá ser retirada do mercado ao preço mínimo pelo governo para assegurar a manutenção desse preço no mercado, a menos que a produção possa ser controlada diretamente.

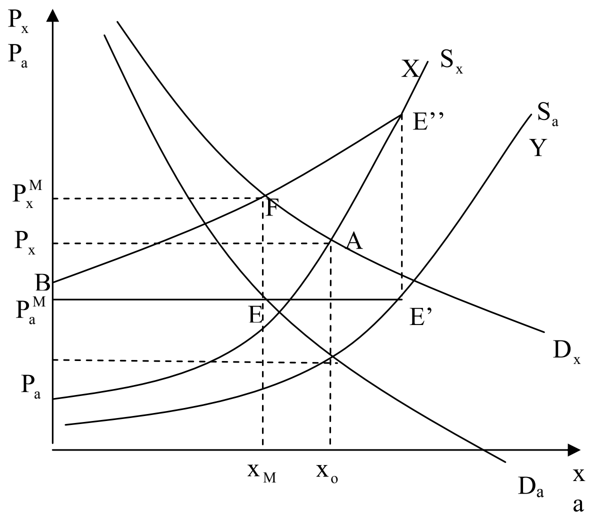

Figura 2.12 Preço Mínimo sob Concorrência

Considere que o preço mínimo seja imposto num mercado monopsonista. Esses efeitos dependem também dos níveis de preços que forem fixados. Na figura 2.13, estabeleceu-se um preço inferior à ordenada do ponto *B* em que $S_a = D_a$. A nova curva de oferta da matéria prima passa a ser $P^M_a\ EY$, sendo anova curva de CMF_a dada por $P^M_a\ EE'X$. Os novos equilíbrios são E e E'' (posto que a nova CMF_a e D_a se cruzam em *F*). Consequentemente , além de o preço ao produtor aumentar, o preço ao consumidor se mantém e o suprimento ao mercado é maior do que no mercado livre. Nota-se que ao nível de preço mínimo considerado, não é necessário que o governo adquira parte da produção, basta que exerça uma fiscalização eficaz.

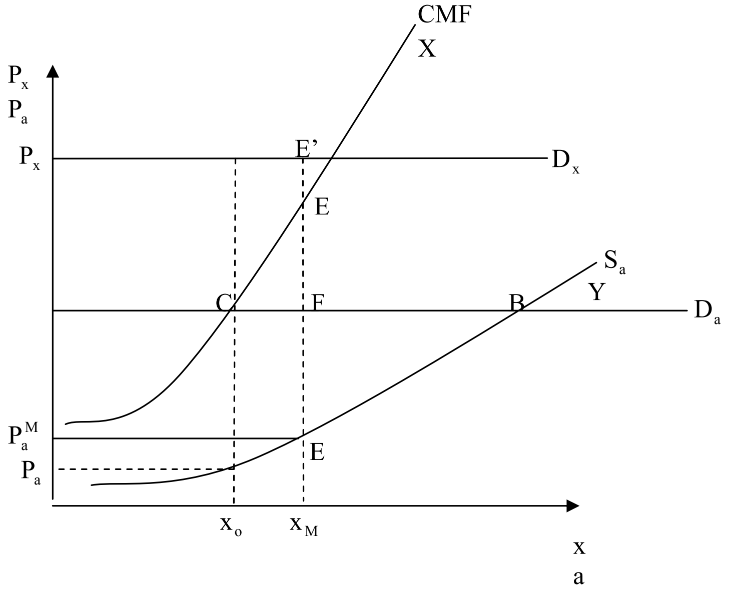

Figura 2.13. Preço mínimo sob monopsônio

2.4.2. Outras Políticas de Comercialização

Políticas voltadas para a infra-estrutura de comercialização são geralmente apontadas como capazes de alterar preços e margens. A ampliação das facilidades de comercialização, como armazéns, visa, principalmente, a atenuar as oscilações de preços e regularizar o abastecimento. No modelo analisado anteriormente, essa política operaria através de uma maior elasticidade de oferta dos insumos de comercialização, na medida em que atenuaria as restrições de capacidade.

Na ausência de competição, maiores valores de e_b tenderão a reduzir sempre o poder monopsonístico no mercado, com conseqüente queda da margem de comercialização.

É claro que o maior uso das facilidades de comercialização está correlacionado a maior disponibilidade de financiamento para essas atividades. Além disso, o crédito para comercialização, ao viabilizar a retenção ou transformação da produção pelo produtor, resulta, em última instância, em maior elasticidade de oferta da matéria-prima agrícola, do ponto de vista das firmas de comercialização. Na medida em que implica em menor poder monopsonístico, a maior disponibilidade de crédito implicaria também em que maiores parcelas do dispêndio do consumidor seriam recebidas pelo produtor.

A estrutura de mercado pode ser afetada de diferentes maneiras, como, por exemplo, pela formação de cooperativas, instalação de centrais de abastecimento ou outras formas de intervenção que promovam ou desestimulem a concentração do mercado.

A análise do modelo anterior prevê que medidas que estimulem a concorrência conduziriam a maior participação do agricultor no dispêndio do consumidor, através de maior quantidade comercializada a maiores preços ao produtor e a menores preços aos consumidores.

Referências

BARROS, G.S.A.C., 1979. **Margens de Comercialização em Mercados Competitivos.** Série Pesquisa n.º 40. Deptº. de Economia e Sociologia Rural, ESALQ/USP, Piracicaba, SP.

BARROS, G.S.A.C.; L.E. FIALLOS, 1982. "Demanda, Margens de Comercialização e Elasticidade de Transmissão de Preços de Tomate no Estado de São Paulo". **Revista de Economia Rural**, 20(2):227-236.

BARROS, G.S.A.C.; L.E. XAVIER, 1979. "Aspectos da Comercialização e seus Efeitos sobre Preços e Rendas Agrícolas". **Revista de Economia Rural**, 17(3):25-50.

BARROS, G.S.A.C.; J.G.MARTINES FILHO,1990. "Transmissão de Preços e Margens de Comercialização de Produtos Agrícolas" *in* DELGADO, G.C., J.G. GASQUES e C.M. VILLA VERDE (org.), **Agricultura e Políticas Públicas**. Série IPEA no. 127, Brasília- DF.

BRONFENBRENNER, M., 1971. **Income Distribution Theory**. Aldine Atherton, Inc., Chicago, Illinois.

FRIEDMAN, M., 1962. **Price Theory**. Aldine, P.C., Chicago, Illinois.

GARDNER, B.L., 1975. "The farm-Retail Price Spread in a Competitive Industry". **American Journal of Agricultural Economics**, 57(3):399-409.

GEORGE, P.S.; G.S. KING, 1971. **Consumer Demand for Food Commodities in the United States with Projections for 1980**. Giannini Foundation Monograph Number 26. University of California Division of Agricultural Economics. Davis, California.

JOHNSON, N.; S. KOTZ, 1972. **Distributions in Statistics: Continous Multivariate Distribution.** John Wiley and Sons, New York, New York.

RUAS, D.G.G.; G.S.A.C. BARROS, 1981. "Análise de Armazenagem e dos Preços do Milho no Estado de São Paulo", **Revista de Economia Rural,** 19(2):205-216.

STIGLER, G.S., 1966. **The Theory of Price.** The Mac Millan Company, New York, New York.

TOMEK, W.G.; K.L. ROBINSON, 1972. **Agricultural Product Prices.** Cornell University Press, Ithaca, New York.

Exercícios

2.1. "Aumentos na margem de comercialização significam reduções na parcela do produtor nos gastos do consumidor" Certo ou errado? Por que?

2.2. "Uma safra maior tende a ter custo médio de comercialização maior". Analise graficamente essa proposição.

2.3. Num mercado competitivo, em que circunstâncias se poderia esperar elasticidades de transmissão de preços maiores do que a unidade? Explique.

2.4. Analise graficamente o efeito do tabelamento da margem da comercialização, num mercado competitivo, sobre os preços ao varejo (P_x), ao produtor (P_a) e sobre o volume comercializado (x). Justifique a resposta.

2.5. "O fato de que reduções no preço ao produtor não sejam passadas integralmente ao consumidor é uma evidência do poder monopolístico na comercialização". Comente.

2.6. Teoricamente se deduz que a margem de comercialização depende das elasticidades de oferta da matéria-prima agrícola e dos insumos de comercialização. Que políticas visando à redução das margens podem ser sugeridas a partir dessas deduções?

2.7. Sendo $x = x(a,b)$ uma função com retornos constantes à escala, mostrar que:

$$xP_x = aP_a + bP_b$$

e, logo,

$$dP_x / P_x = ka\, dP_a / P_a + k_b\, dP_b / P_b$$

sob condições de maximização de lucro, em concorrência perfeita.

2.8. Deduzir as condições apresentadas em (2.27) na seção 2.3., obtendo as condições de 1ª ordem para maximizar o lucro da firma dado por:

$¶ = P_x\ f(a,b) - aP_a - bP_b$

sabendo-se que os preços não serão constantes para a firma.

2.9. Um intermediário monopolista-monopsonista opera (a) ao varejo com base numa demanda de elasticidade (-20), (b) a nível de produção agrícola com base numa oferta de elasticidade (+10) e (c) e adquire insumos de comercialização num mercado competitivo. Mostrar como se dá a distribuição do dispêndio do consumidor entre as partes envolvidas na produção e comercialização do produto em questão. Supor que $K_A = K_B$.

2.10. O tabelamento de preços em mercado monopolistas sempre resulta em benefícios ao consumidor ou existem limites para a aplicação de preços tabelados?

2.11. A aplicação de preços mínimos sempre resulta em benefícios ao produtor de matéria prima ou existem limites para o estabelecimento de preços mínimos?

CAPÍTULO 3

OLIGOPÓLIOS NA COMERCIALIZAÇÃO

3.1. Introdução

Uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos estudiosos da Comercialização Agropecuária está em encontrar meios para analisar o comportamento e o desempenho do setor a partir de modelos teóricos com um grau aceitável de realismo do ponto de vista da estrutura de mercado, sabidamente caracterizada pela presença marcante de oligopólios. Por essa razão, os pesquisadores recorrem a modelos baseados na concorrência perfeita ou no binômio monopólio/monopsônio, muito bem desenvolvidos teoricamente, embora reconhecendo certa distância entre tais pressupostos e as estruturas observadas nos mercados. É verdade que o poder de previsão de tais modelos, mormente os concorrenciais, tem-se revelado satisfatório mesmo em situações em que aquela distância parece demasiadamente grande. Tal robustez tem, assim, justificado o uso extensivo de modelos pouco realistas em termos estruturais.

É evidente que tais procedimentos tornam-se menos recomendáveis à medida que modelos mais realistas e operacionalizáveis do ponto de vista empírico passem a surgir. Algumas contribuições significativas no sentido de dar um tratamento explícito às estruturas oligopolísticas têm surgido ao longo dos últimos 20 anos. O conhecimento de tais contribuições é, sem dúvida, importante, assim como o é a realização de testes empíricos para verificação do seu poder preditivo e, consequentemente, de sua utilidade para os analistas da comercialização agropecuária.

A teoria dos mercados contestáveis elaborada por BAUMOL, PANZAR e WILLIG (1988) certamente promove um dos principais avanços na direção desejada ao endogeneizar a estrutura de mercado, relativizando sua importância como determinante do desempenho e salientando importantes aspectos relacionados à regulamentação de mercados oligopolizados (BARROS, 1993).

Outra contribuição importante é, sem dúvida, proporcionada pela abordagem das variações conjeturais (BRESNAHAN (1981), MAIER (1993)). Além dos freqüentes problemas de indeterminação, sabe-se que a análise de mercados oligopolísticos é extremamente dependente das pressuposições a respeito do comportamento interdependente das firmas. Trata-se de situação muito desconfortável pois, dado um certo número de firmas no mercado, mesmo que as pressuposições sobre custos e demanda sejam idênticas, modelos divergentes quanto às pressuposições comportamentais levam a previsões de preços de equilíbrio diferentes. É o que ocorre nos modelos de COURNOT (em que a firma maximiza o lucro supondo que as concorrentes não alterarão as quantidades produzidas) e de BERTRAND (em que a firma maximiza o lucro supondo que as concorrentes manterão seus preços constantes). A abordagem de variações conjeturais permite um quadro analítico em que as diversas formas de oligopólio podem ser consideradas conjunta e sistematicamente.

Sob essa ótica, as firmas tomam decisões com base em conjeturas (hipóteses ou suposições sem fundamento preciso) a respeito de como as concorrentes responderão às suas ações. Tratadas essas conjeturas sistematicamente, ganha-se em abrangência e generalidade e muitos dos resultados conhecidos para o problema do oligopólio passam a constituir casos especiais dentro da abordagem de variações conjeturais.

3. 2. Modelos de Variações Conjeturais

Nesta secção, baseando-se nos trabalhos de MAIER e BRESNAHAN, são apresentados os principais conceitos e também resultados analíticos relacionados à aplicação da abordagem de variações conjeturais em mercados oligopolizados. O ponto de partida é o modelo de GARDNER (1975) de análise das margens de comercialização. A seguir apresenta-se os resultados para um mercado monopolizado. A maior parte do texto refere-se, porém, às situações em que vigora o oligopólio utilizando-se o enfoque das variações conjeturais. Este se mostra, na verdade, capaz de constituir-se num caso mais geral, no qual se enquadram tanto a competição perfeita e o monopólio quanto muitas das modalidades de oligopólio existentes na literatura econômica sobre estrutura de mercado.

3.2.1. Equilíbrio em Competição Perfeita e em Monopólio/Monopsônio

Embora o interesse maior recaia sobre os casos não-competitivos, é ilustrativo desenvolver a determinação do equilíbrio para o mercado competitivo para, a seguir, aplicar as alterações necessárias para os demais casos.

Admite-se a existência de um número predeterminado (N) de firmas de comercialização, todas produzindo, segundo uma mesma tecnologia, um produto final (X) a partir de dois insumos: matéria prima agrícola (a) e um agregado de insumos não-agrícolas (b). A função de produção é homogênea de grau um. Busca-se determinar as condições de maximização de lucro para utilização dos insumos *a* e *b.*

Para *a* firma *i* tem-se:

$$x_i = f(a_i, b_i) \qquad (1)$$
$$f_{ai} P_x = P_a \qquad (2)$$
$$f_{bi} P_x = P_b \qquad (3)$$

onde (1) representa sua função de produção e pelas condições (2) e (3) o valor do produto marginal de cada insumo iguala-se a seu preço tendo em vista a maximização do lucro. Os preços de mercado do produto final bem como dos insumos dependem também de

$$P_x = P_x(X) \qquad (4)$$
$$P_a = P_a(a) \qquad (5)$$
$$P_b = P_b(b) \qquad (6)$$

onde (4) é a demanda pelo produto final (negativamente inclinada), (5) e (6) são as ofertas de *a* e de *b* (positivamente inclinadas).

Como se sabe, como função de produção é linearmente homogênea, pode-se escrever a produção do agregado de firmas (X) como sendo:

$$X = N\,f(a_i\,,\,b_i\,) = f(a,b) \qquad (1')$$

onde $a = N\,a_i$ e $b = N\,b_i$. Ou seja, têm-se N firmas idênticas, todas usando a mesma tecnologia e pagando os mesmos preços concorrenciais para os fatores de produção e, logo, usando-os em quantidades iguais ($a_i = a_j,\ b_i = b_j\ ,\ x_i = x_j$, para todo i e $j \in N$)

Logo, as condições de maximização de lucro passam a ser[21]:

$$f_a\,P_x = P_a \qquad (2')$$
$$f_b\,P_x = P_b \qquad (3')$$

agora expressas em termos da função de produção agregada. Tem-se, pois, que os valores dos produtos marginais de cada insumo deve ser igual a seu respectivo preço para que a firma maximize seu lucro.

Considerando-se agora um mercado monopolista e monopsonista (ver cap.2), as condições (2') e (3') passam a ser:

$$f_a\,P_x\,(1 + 1/\eta) = P_a\,(1 + 1/e_a) \qquad (2'')$$
$$f_b\,P_x\,(1 + 1/\eta) = P_b\,(1 + 1/e_b) \qquad (3'')$$

sendo $\eta<0$ a elasticidade da demanda pelo produto final e $e_a\ ,\ e_b >0$ as elasticidades de oferta dos insumos. As expressões entre parênteses relacionam-se ao poder da firma em cada mercado. À esquerda de (2") e (3") aparecem os produtos receitas marginais dos insumos e, à direita, os custos marginais dos fatores.

3.2.2. Equilíbrio em Oligopólio

Supõe-se agora que existam N firmas idênticas, produzindo produtos substitutos perfeitos, operando num mercado não-contestável para todos os níveis relevantes de lucro. Cada firma acredita que conhece as reações de suas concorrentes às suas ações. Admite-se que essas conjeturas sejam simétricas, ou seja, cada firma tem a mesma expectativa a respeito do comportamento das demais.

Chama-se termo de variação conjetural, λ_x, à representação da resposta (em termos de produção) que a firma i espera do conjunto das demais firmas ($X_{-i} = \Sigma\,x_j$ para $j \neq i$) quando ela varia sua produção individual (x_i):

$$\lambda_x = \delta_i\,X_{-}\,/\delta x_i \text{ , para todo } i \qquad (7)$$

[21] Notar que $f_{ai}\,(a_i\,,\,b_i\,) = (\delta/\delta a_i)\,[1/N * f\,(N\,a_i\,,\,N\,b_i)] = (\delta/\delta a_i)\,[1/N\,f(a,b)] = 1/N\,[f_a\,(a,b)\,(\delta a/\delta a_i)] = 1/N\,[f_a\,(a,b)N] = f_a\,(a,b)$.

Pode-se definir também $\lambda_a = (\delta a_{-i} / \delta a_i)$ e $\lambda_b = (\delta b_{-i} / \delta b_i)$, como sendo as variações conjeturais relativas aos insumos *a* e *b* em decorrência da variação esperada em *x* pelas demais firmas. Que tipo de relações podem ser esperadas entre os três λ's?

Evidentemente tais relações dependem do tipo de função de produção e das funções de oferta dos insumos. O problema é que se forem consideradas conjeturas diferenciadas entre produto e insumos, as fórmulas analíticas poderão tornar-se demasiadamente complicadas. Felizmente há algumas pressuposições que simplificam bastante as análises.

Há alguns casos em que a distinção entre conjeturas de produção e de insumos torna-se irrelevante, ou seja, $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_x$. Um desses casos é aquele em que os insumos são usados em proporções fixas (ou seja, a elasticidade de substituição entre os insumos *a* e *b* é $\sigma = 0$). Outro caso acontece quando, as ofertas de *a* e de *b* têm a mesma elasticidade, não havendo mudança de preço relativo entre *a* e *b* quando seus usos variam na mesma proporção. Outra situação é aquela em que $\lambda_x = 0$ (caso de COURNOT) e em que, evidentemente, as conjeturas a respeito dos insumos também serão nulas. Finalmente, há o caso em que $N \rightarrow \infty$ e, logo, o próprio valor de λ torna-se irrelevante (ver fórmulas (8') e (8") a seguir).

A maximização do lucro da firma *i* se dá por:

$$max\ \pi_i = x_i P_x - a_i P_a - b_i P_b$$

sujeito a (4), (5), (6) e (7) e a $X = (X_{-i} + x_i)$

As condições de primeira ordem requerem que as derivadas primeiras de π_i com relação aos insumos *a* e *b* sejam nulas. Assim, considerando-se o insumo *a*, tem-se:

$$P_x f_{ai} + (\delta P_x / \delta X)(\delta X / \delta a_i) x_i - P_a - a_i (\delta P_a / \delta a)(\delta a / \delta a_i) = 0 \qquad (8)$$

onde $\delta X / \delta a_i = [\delta(x_i + X\text{-}i) / \delta x_i]\,(\delta x_i / \delta a_i) = (1 + \delta X_{-i} / \delta x_i) f_{ai} \;\; = (1 + \lambda) f_a$

e $\delta a / \delta a_i = 1 + \delta a_{-i} / \delta a_i = (1+\lambda)$

e ainda:

$$P_x f_a \{1 + [(1+\lambda) / N\eta]\} = P_a \{1 + [(1+\lambda) / Ne_a]\} \qquad (8')$$

Analogamente, tem-se para o insumo *b*:

$$P_x f_b \{1 + [(1+\lambda) / N\eta]\} = P_b \{1 + [(1+\lambda) / Ne_b]\} \qquad (8")$$

tendo-se em conta que $X = N x_i$ e $a = N a_i$ e considerando-se o mesmo λ para o produto e para os insumos. A substituição de f_{ai} por f_a de (8) para (8') é possível pelo fato de se ter retornos constantes à escala e por serem idênticas as firmas.

As expressões (8') e (8") são bastante gerais e englobam os casos de COURNOT (fazendo-se $\lambda = 0$), BERTRAND ($\lambda = -1$), que é equivalente ao resultado da competição perfeita. Se $\lambda = N\text{-}1$, obtém-se a coalizão ou cartel, que é o mesmo resultado obtido para $N = 1$ e $\lambda = 0$, como no monopólio clássico. A competição também prevalece se fizer-se N tender a infinito ou se, alternativamente, as elasticidades de oferta e de demanda tenderem a infinito. Em geral, admite-se que λ se situe entre -1 e $(N\text{-}1)$.

Se a expressão (8') for multiplicada por a e (8'') por b e, a seguir, somarem-se as expressões membro a membro tem-se que

$$K_1\, P_x\, (a\, f_a + b\, f_b) = a\, P_a\, K_2 \ + b\, P_b\, K_3$$

e, portanto,

$$K_1\, P_x\, X \ = \ a\, P_a\, K_2 \ + b\, P_b\, K_3 \qquad (9)$$

sendo

$$K_1 \ = \{1 + [(1+\lambda)\ /N\eta]\}$$

$$K_2 = \{1 + [(1+\lambda)\ /Ne_a\,]\}$$

$$K_3 = \{1 + [(1+\lambda)\ /Ne_b\,]\}$$

Nota-se, assim, que a expressão (9) fornece os elementos determinantes da distribuição da renda entre os produtores de matéria prima a, fornecedores do insumo b e o lucro oligopolista ou monopsonista.

3.2.3. Conjeturas Racionais (Consistentes)

A robustez apresentada pela abordagem de variações conjeturais recomenda que se verifique mais detidamente seu significado e implicações.

De início é importante distinguir o conceito de variação conjetural (λ) daquele de função de reação (ρ) das firmas. A primeira expressa apenas uma expectativa sobre o comportamento das firmas concorrentes, enquanto a reação expressa o real comportamento delas. Evidentemente, a reação observada depende da conjetura que for feita. A reação é obtida a partir das condições de primeira ordem, onde se inclui como restrição os comportamentos esperados (conjeturas) da parte das outras firmas. A conjetura será racional se coincidir com a reação, ou, se preferir-se, para ser racional, a conjetura tem que ser correta[22].

Para melhor entender essa questão, concentra-se no mercado do produto final (X) e admite-se que (a) a função de demanda por x é linear, com inclinação d, (b) a variação conjetural (λ) e a reação (ρ) são constantes e idênticas para todas as firmas, (c) os preços dos insumos são dados. Assim, pode-se simplificar a análise, tomando-se a expressão (8) e dividindo por f_{ai} :

$$P_x + (\delta P_x / \delta X)\ (1 + \lambda) x_i = P_a / f_{ai} = c(x_i)$$

onde $c(x_i)$ é o custo marginal de x_i .

Derivando-se em relação a x_j tem-se:

$$(\delta P_x / \delta X)\ [\delta(x_j + X_{-j}) / \delta x_j] + (\delta P_x / \delta X)(1+\lambda)(\delta x_i / \delta x_j) - c' \delta x_i / \delta x_j = 0$$

Lembrando-se de que as reações são idênticas tem-se que:

$$\delta X_{-j} / \delta x_j = (N - 1) \delta x_i / \delta x_j$$

e, assim[23],

$$\rho = \delta X_{-j} / \delta x_j = -[d(N - 1)] / [d(N + \lambda) - c'] \qquad (9)$$

Em (9) a derivada à esquerda representa a reação do conjunto das demais firmas a uma ação da firma j . Uma expressão análoga seria obtida para a reação das demais firmas a uma ação da firma i. Somente quando ρ - que representa a reação da firma, for igual a λ - que representa a conjetura da firma, pode-se dizer que a conjetura seja racional ou consistente.

Pode-se então constatar que, sob as presentes hipóteses, a solução de COURNOT se baseia em conjetura consistente, somente se o custo marginal for vertical (c' tende a infinito), pois só então ρ tenderá a 0 (ficando igual a λ). A solução de BERTRAND, ao contrário, parte de conjetura consistente somente se o custo marginal for constante ($c' = 0$), pois, então, se $\lambda = -1$, ρ também será -1.

A grande vantagem da conjetura racional está em que ela em geral é única para uma dada tecnologia e para dados parâmetros da função de demanda (BRESNAHAN, p. 939). Com isso, a

[22] Ou seja, tem-se o chamado equilíbrio de NASH e algo mais. No equilíbrio de NASH, cada firma maximiza seu lucro, dadas as conjeturas sobre as ações das demais. No equilíbrio, o nível de produção (ou de outra variável estratégica) das demais firmas coincide com a conjetura feita. Isso não é suficiente, porém, para que a conjetura seja racional. Neste caso, não somente o nível, mas toda a função de reação deve estar correta. A solução de COURNOT é um equilíbrio de NASH, mas sua conjetura não é racional.

[23] Notar que $[d(1+\rho) + d(1+\lambda)\frac{\rho}{N-1} - c'\frac{\rho}{N-1}] = 0$

indeterminação típica dos problemas dos oligopólios fica eliminada. Tal propriedade tem sido pouco valorizada na teoria e na prática, todavia, porque as conjeturas racionais acabam por eliminar todo o poder discricionário das firmas oligopolistas.

Assim, por exemplo, se $N = 2$ e $c' = 0$, na solução de COURNOT, como $\lambda = 0$, a firma 1 age como se a concorrente (firma 2) não fosse variar sua produção quando ela (firma 1) aumentar de uma unidade sua própria produção. Entretanto, para $\lambda = 0$, a melhor estratégia é $\rho = -½$, ou seja, a firma 2, contrariamente à conjetura, reduzirá sua produção de ½ unidade (supondo também que a firma 1 não reagirá). Dada a simetria de comportamento, a firma 1 terá o mesmo tipo de reação e, ao saber da nova (e menor) produção da firma 2, aumentará sua produção de ¼. Com esse tipo de ação-reação, as duas firmas chegarão ao equilíbrio sempre imaginando que a concorrente não altere a produção apesar de constantemente verificar que tal não acontece. Não se tem racionalidade, portanto, a menos que $c' \to \infty$.

Para $N = 2$ (e para qualquer N de fato) e $c' = 0$, somente $\lambda = -1$ é consistente: se a firma 1 elevar sua produção de 1 unidade, a firma 2 (ou o conjunto das demais) reduzirá sua produção pela mesma quantidade (com o que a oferta total permanece a mesma assim como preço de mercado). Esse é o único comportamento tolerado sob a ótica da conjetura racional, o que, sem dúvida tolhe muito a iniciativa das firmas, que realmente perdem todo e qualquer poder de mercado, passando a agir como se os preços fossem dados. Na verdade, na solução de BERTRAND, as firmas acabam vendendo sua produção a um preço igual ao custo marginal (FERGUSON, 1972, cap. 11).

3.2.4. Oligopólio com Comportamento Assimétrico

Como ilustração são apresentadas duas formulações de oligopólio em que as conjeturas feitas pelas firmas diferem uma das outras. Concentra-se a atenção no mercado do produto final.

Modelo de Stackelberg

Numa das versões do modelo de STACKELBERG, uma firma líder i conhece o padrão de comportamento das demais e usa tal conhecimento para maximizar lucro. As rivais, por sua vez, "seguem" a firma i, no sentido de que tomam sua produção como dada ao maximizarem seus próprios lucros. Dessa forma, a firma líder está usando uma conjetura racional.

As demais firmas maximizam o lucro em coalizão, tomando x_i como dada (x_{io}):

$$max\ \pi_{-i} = X_{-i}P_x\ (X_{-i} + x_{io}) - C\ (X_{-i})$$

onde

$$\pi_{-i} = \Sigma\pi_j \text{ e } X_{-i} = \Sigma x_j \text{ e } C(X_{-i}) = \Sigma\, C(x_j) \text{ para } j \neq i;\ X = X_{-i} + x_i$$

Resulta, pois, a condição:

$$P_x + X_{-i}\ \delta P_x / \delta X - C' = 0 \qquad (10)$$

P_x e sua derivada dependem de x_i e, por isso, (10) relaciona X_{-i} a x_i , expressando a reação das seguidoras a variações na produção da líder.

Logo a firma *i* agirá da seguinte forma:

$$max\ \pi_i = f\,(a_i\ ,\ b_i)\ P(X_{-i} + x_i\ ) - a_iP_a - b_iP_b$$

A condição de primeira ordem para o insumo *a* será:

$$f_{ai}\ P_x + x_i\ (\delta P_x\ \delta X)\ [(\delta X_{-i} / \delta x_i)(\delta x_i / \delta a_i\ ) + (\delta x_i / \delta a_i)] = P_a \qquad (11)$$

com as ofertas dos insumos consideradas perfeitamente elásticas. Em (11) faz-se $\delta X_{-i} / \delta x_i = \lambda\ (=\rho)$, que representa a reação das demais firmas às ações da firma *i*, reação esta estabelecida em (10).

Assim rescreve-se:

$$P_x f_{ai}\ [1 + (1 + \lambda)/S_i\ \eta] = P_a \qquad (11')$$

cabendo outra expressão análoga para o insumo *b*.

Observa-se em (11') que se $\lambda = -1$ prevalecerá o equilíbrio competitivo. Uma versão modificada do modelo admite que, ao invés de uma firma líder, existem *G* firmas líderes que agem em coalizão. Neste caso, mantém-se (11') substituindo-se, porém, a_i por a_G e S_i por S_G.

Outras versões do modelo de STACKELBERG podem ser imaginadas. Além de a firma *i* ser líder e as demais a seguirem, podem ocorrer os casos em que as outras firmas lideram e a firma *i* as segue, ou em que ambas querem ser seguidoras ou ainda em que ambas querem ser líderes. HENDERSON & QUANDT (1971, cap. 6) discutem essas possibilidades.

Modelo da Firma Dominante

Esse modelo difere do modelo de STACKELBERG pelo fato de que, neste caso, as demais firmas são passivas, ou seja, tomadoras de preço. No modelo de STACKELBERG, os “seguidores” reagiam à liderança e maximizavam o lucro conforme a quantidade produzida pelo líder.

Agora o líder considera a demanda residual (X_L), isto é, subtrai da demanda de mercado (X^d) a oferta dos seguidores (X^s). A função de produção $f(a, b)$ considerada deixa de ser linearmente homogênea e passa a ter retornos decrescentes.[24]

Assim, a demanda para o produto da firma líder passa a ser:

$$X_L (P_x) = X^d (P_x) - X^s (P_x)$$

com elasticidade η_L e cuja inversa é $P_x = P_x (X_L)$.

Então, a firma dominante fará:

$$max\ \pi_L = P_x f(a_L, b_L) - a_L P_a - b_L P_b$$

onde a_L e b_L são as quantidades de insumos utilizadas pela firma líder. Supondo que os preços desses insumos sejam dados à firma, tem-se como condição de primeira ordem relativa ao insumo *a*:

$$P_x f_{aL} (1 + 1/\eta_L) = P_a \qquad (12)$$

havendo expressão análoga para o insumo *b*. Em (12) tem-se que:

$$\eta_L = [\eta - e_S (1 - S_L)] / S_L \qquad (13)$$

onde η, e_S e S_L são, respectivamente, a elasticidade da demanda de mercado, a elasticidade da oferta dos seguidores e a parcela da demanda atendida pelo líder.

Uma versão modificada do modelo admite que, ao invés de uma firma líder, haja *G* firmas líderes que operam em coalizão. Neste caso, mantém-se (12) trocando-se, porém, η_L por η_G, e se substituindo a_L por a_G e S_L por S_G. Outras formas de interação entre as firmas líderes podem ser consideradas. Por exemplo, para situações baseadas em conjeturas simétricas, ter-se-ia a expressão geral:

$$P_x f_{aG} (1 + (1 + \lambda) / G\eta_G) = P_a \qquad (12')$$

3.2.5. Análises Estático-Comparativas

Interessa agora verificar como se alteram os resultados das análises dos efeitos de alguns fatores sobre as margens de comercialização quando se incorporam os elementos da variação conjetural. Limita-se aos casos de conjeturas simétricas.

[24] É conveniente utilizar funções do tipo potência (com elasticidades constantes, portanto) para a função de produção (ou seja, do tipo COBB-DOUGLAS) e para as funções de oferta e demanda.
A mudança na função de produção faz-se necessária para que haja uma função de oferta de x positivamente inclinada por parte das firmas seguidoras mesmo que os preços dos insumos sejam dados.

Para mostrar as alterações que ocorrem, basta ilustrar o que se passa quando um aumento na renda dos consumidores desloca para cima a demanda ao varejo. Seus efeitos podem ser obtidos por análise estático-comparativa a partir dos sistemas de equações acima desenvolvidos.

Para o caso de competição perfeita, vale-se do sistema formado pelas equações (1), (2'), (3'), (4), (5) e (6). O efeito sobre a margem de comercialização (medida pela relação P_x /P_a) é o seguinte:[25]

$$E_{Px /Pa, N} = (1 /D) [\eta_N k_b (e_a - e_b)] \qquad (14)$$

para

$$D = -\eta(k_b e_a + k_a e_b + \sigma) + e_a e_b + \sigma(k_a e_a + k_b e_b) \qquad (15)$$

onde:

η = elasticidade-preço da demanda de X
η_N = elasticidade do deslocador da demanda (renda, neste caso)
k_a , k_b = parcelas das remunerações de a e de b, respectivamente, no valor da produção ao varejo.
e_a , e_b = elasticidades de oferta de a e de b, respectivamente
σ = elasticidade de substituição entre os insumos a e b.

Como D tem sinal positivo, a expressão (14) será negativa se admitir-se, como usualmente se faz, que $e_a < e_b$, pois $\eta_N > 0$. Com isso o aumento na renda tenderá a reduzir a margem de comercialização.

A elasticidade de transmissão de preços para variações na demanda ao varejo sob competição é dada por:

$$E_{PxPa , N} = (e_b k_a + e_a k_b + \sigma) / (e_b + \sigma) \qquad (16)$$

Para o caso não-competitivo com conjeturas simétricas, junta-se às equações (1), (4), (5), (6), as equações (8') e (8''). As fórmulas das elasticidades da margem de comercialização e de transmissão de preços para mudanças do lado da demanda resultam semelhantes a expressão (14) e (16). As diferenças constam basicamente das substituições das parcelas k_a e k_b , respectivamente, por S_a e S_b , ou seja:

$$E^*_{Px /Pa, N} = (1 /D^*) [\eta_N S_b (e_a - e_b)] \qquad (14')$$

para

$$D^* = - \eta (S_b e_a + S_a e_b + \sigma) + e_a e_b + \sigma (S_a e_a + S_b e_b) \qquad (15')$$

$$E^*_{PxPa , N} = (e_b S_a + e_a S_b + \sigma) / (e_b + \sigma) \qquad (16')$$

[25] Os procedimentos de análise estático-comparativa, não desenvolvidos neste texto, podem ser encontrados em GARDNER (1975) e no capítulo 2 deste livro para condições competitivas. Os procedimentos para mercados não-concorrenciais podem ser vistos no capítulo 2 - para mercados monopolizados, e em MAIER (1993).

sendo:

$$S_a = (k_2 /k_1)\, k_A \ \text{ e } \ S_b = (k_3 /k_1)\, k_B \qquad (17)$$

onde:

$$k_1 = [1 + (1+\lambda_x)/N\eta], \quad k_2 = [1 + (1+\lambda_a)/Ne_a], \quad k_3 = [1 + (1+\lambda_b)/Ne_b]$$

$$k_A = (aP_a)/(xP_x), \quad k_B = (bP_b)/xP_x)$$

Deve-se esclarecer que k_A e k_B referem-se às parcelas dos insumos a e b, respectivamente, no valor da produção em condições não-competitivas. Isso significa que $(k_A + k_B) < 1$, enquanto $(S_a + S_b) = 1$, sendo a função de produção linearmente homogênea. Para verificar esta última afirmativa, multiplica-se (8') por Na_i $(=a)$ e (8") por Nb_i $(=b)$ e, a seguir, soma-se membro a membro para obter:

$$k_1\, P_x\, N\, (a_i f_{ai} + b_i\, f_{bi}) = Na_i\, P_a\, k_2 + Nb_i\, P_b\, k_3$$

Como a expressão entre parênteses corresponde à produção x_i e $Nx_i = X$, pode-se escrever:

$$k_1\, XP_x = aP_a\, k_2 + bP_b\, k_3$$

que dividida por $k_1\, XP_x$ resulta em:

$$1 = k_A\, (k_2 /k_1) + k_B\, (k_3 /k_1) = S_a + S_b \qquad (18)$$

como se queria demonstrar.

As alterações a serem feitas nas demais análises (tais como as associadas a variação na oferta de matéria prima ou variação na oferta de insumos de comercialização) sobre a margem ou elasticidades de transmissão também consistem em substituir k por S nas devidas fórmulas.[26]

A seguir ilustra-se como os valores de k_1, k_2 e (k_2 /k_1) se alteram à medida que variam os valores de N (número de firmas) e de λ (termo de variação conjetural). A expressão (18) é útil para a compreensão do significado desses parâmetros. S_a e S_b devem ser entendidos como a contribuição relativa de cada insumo para a geração do valor do produto final (XP_x). Entretanto, esses insumos não participam da distribuição desse valor de acordo com essas proporções. Na verdade, percebe-se que, do valor do produto, os oligopolistas retêm uma proporção (1 - k_1) a título de lucro oligopolista; dessa forma, resta uma proporção k_1 para ser usada no pagamento dos insumos.

Esses recursos, porém, não precisam ser necessariamente usados para tal fim. Havendo poderes oligopsonistas no mercado, parte de k_1XP_x será retida e ficará com as firmas de comercialização na forma de lucros oligopsonistas tanto no mercado do insumo a como no de b. Quanto maior, por exemplo, for k_2, maior o poder oligopsonista no mercado de a. Para compreender isso, basta lembrar que k_A é a parcela de

[26] Para um desenvolvimento detalhado desses resultados ver Xavier (1979).

XP_x efetivamente recebida pelos vendedores de *a* e que S_a é a contribuição do insumo *a* para o produto.[27] Como é necessário multiplicar-se k_A por (k_2 /k_1) para se chegar a S_a, conclui-se que, dado k_1, quanto maior for k_2, maior a proporção do valor gerado pelo insumo *a* que não lhe é retornado.

Na tabela 1, observa-se como *N* e λ influenciam o valor de k_1, ou seja, a parcela do valor do produto que resta para ser paga aos insumos *a* e *b* após a retenção do lucro oligopolista (tomando-se η = -*1,5*). Nota-se que, para λ = -1 (caso de BERTRAND) ou quando *N* tende a infinito, k_1 é igual a 1, que coincide com o resultado concorrencial, não havendo lucro oligopolista. Em outras situações, à medida que λ aumenta, k_1 tende a diminuir e, logo, o lucro oligopolista tende a crescer. Quando *N = 1* ou $\lambda = N - 1$, tem-se coalizão e os lucros são máximos. Finalmente, deve-se observar que o lucro tende a diminuir à medida que o número de firmas aumenta.

Tabela 1. Valores de k_1 para diferentes oligopólios (η = *-1,5*)

	N = 1	*N = 4*	*N = 10*	$N \to \infty$
$\lambda = -1$	*n.a.*	*1,00*	*1,00*	*1,00*
$\lambda = -1/2$	*n.a.*	*0,92*	*0,97*	*1,00*
$\lambda = 0$	*0,33*	*0,83*	*0,93*	*1,00*
$\lambda = 1/2$	*n.a.*	*0,75*	*0,90*	*1,00*
$\lambda = N - 1$	*n.a.*	*0,33*	*0,33*	*n.a.*

Na tabela 2, aparecem os valores de k_2, para diferentes situações oligopsonistas para $e_a = 1$. Observa-se que k_2 varia de 1 (para $\lambda = -1$ ou $N \to \infty$) a 2 (para o monopsônio ou para a coalizão).

Tabela 2. Valores de k_2 para diferentes oligopsônios ($e_a = 1,0$)

	N = 1	*N = 4*	*N = 10*	$N \to \infty$
$\lambda = -1$	*n.a.*	*1,00*	*1,00*	*1,00*
$\lambda = -1/2$	*n.a.*	*1,125*	*1,05*	*1,00*
$\lambda = 0$	*2,00*	*1,25*	*1,10*	*1,00*
$\lambda = 1/2$	*n.a.*	*1,375*	*1,15*	*1,00*
$\lambda = N - 1$	*n.a.*	*2,00*	*2,00*	*n.a.*

A tabela 3 apresenta os valores de (k_2 /k_1) para oligopólios-oligopsônios com $\eta = -1,5$ e $e_a = 1$. Como o mesmo λ é usado para produto e insumo, deve-se supor que $\sigma = 0$. Tem-se na tabela 3 o número de vezes pelo qual S_a (a contribuição do fator *a* para a geração do produto) excede k_A (a parcela do valor

[27] Multiplicando-se (8') por a = Na_i e dividindo-se por XP_x, percebe-se que [NP_x (a_i f_{ai})/ XP_x] = (aP_a /XP_x) (k_2 /k_1). No segundo membro tem-se k_A (k_2 /k_1), já definido como S_a . Nota-se, portanto, que ($a_iP_xf_{ai}$) é o valor gerado por a na firma i, o que multiplicado por N corresponde ao valor gerado por a nas N firmas. Esse valor dividido por XP_x levará à proporção do valor do produto gerado pelo fator a nas N firmas.

do produto efetivamente recebida pelos vendedores de *a*). Para $\lambda = -1$ ou para $N \rightarrow \infty$, essas duas parcelas são iguais ($k_2 /k_1 = 1$); à medida que λ aumenta, para qualquer *N*, S_a fica cada vez maior do que k_A.

Tabela 3. Valores de (k_2 /k_1) para oligopólios ($\eta = -1,5$; $e_a = 1$)

	$N = 1$	$N = 4$	$N = 10$	$N \rightarrow \infty$
$\lambda = -1$	*n.a.*	*1,00*	*1,00*	*1,00*
$\lambda = -1/2$	*n.a.*	*1,22*	*1,08*	*1,00*
$\lambda = 0$	*6,06*	*1,51*	*1,18*	*1,00*
$\lambda = 1/2$	*n.a.*	*1,83*	*1,28*	*1,00*
$\lambda = N - 1$	*n.a.*	*6,06*	*6,06*	*n.a.*

Resta examinar como as elasticidades relativas a efeitos de choques de oferta e demanda sobre as margens e também as elasticidades de transmissão de preços se alteram quando se considera a presença de oligopólios. Já se sabe que a única diferença entre o caso concorrencial e o caso não competitivo é o aparecimento na fórmula de k_a e k_b no primeiro caso e S_a e S_b no segundo.

A questão torna-se, portanto, relacionar os *k*'s e os *S*'s. Toma-se o caso do insumo *a* como exemplo.

$K_a = aP_a /XP_x = aP_x f_a /XP_x$ e

$S_a = aP_x f_a /XP_x$

Ou seja, sob concorrência $P_a = P_x f_a$ e, portanto, as duas fórmulas indicadas são corretas. No caso não-competitivo, só vale a segunda fórmula, porque $P_x f_a = P_a /k_1$ no caso de oligopólio e $P_x f_a = P_a k_2$ no caso de oligopsônio e, finalmente, $P_x f_a = P_a (k_2 /k_1)$ no caso de ambos ocorrem ao mesmo tempo. Conclui-se que a passagem de k_a para S_a é equivalente a considerar a variação em k_a (no modelo competitivo nos mercados de *a* e de *b*) quando P_a sofrer um aumento de $[\ |1 /k_1| -1] * 100\%$ para oligopólio ou $(k_2 - 1) * 100\%$ no caso de oligopsônio e $[\ (k_2 /k_1) -1] * 100\%$ no caso de ambos. A elasticidade de k_a com respeito a variações em P_a (ver capítulo 2) é dada por:

$$E_{kaPa} = (1 /D)\ [e_a\, k_b\, (\eta - e_b)]\ (\sigma - 1) \qquad (19)$$

Ou seja, sempre que P_a aumentar, k_a aumentará também desde $0 \leq \sigma < 1$ como parece ser o caso mais comum na comercialização agropecuária. Assim, (19) dá o aumento percentual de k_a para S_a quando se passa de concorrência para oligopólio/oligopsônio. Este procedimento supõe que permaneça a concorrência no mercado de *b*. Se não for este o caso, deve-se buscar outra maneira de obter os parâmetros desejados.

Para $\eta = -1,5$, $e_a = 1$, $e_b = 2$, $k_a = k_b = 0,5$ e $\sigma = 0$, calcula-se que $E_{kaPa} = 0,412$. Os aumentos a serem considerados em P_a são iguais aos valores constantes na tabela 3 menos a unidade. Na tabela 4 aparecem os aumentos percentuais de k_a para S_a quando se passa de concorrência para oligopólio/oligopsônio no mercado de *a*.[28]

Tabela 4. Variações percentuais de k_a para S_a ($\eta = -1,5$; $e_a = 1$, $e_b = 2$, $k_a = k_b = 0,5$, $\sigma = 0$)

	$N = 1$	$N = 4$	$N = 10$	$N \to \infty$
$\lambda = -1$	*n.a.*	*0,00*	*0,00*	*0,00*
$\lambda = -1/2$	*n.a.*	*9,06*	*3,30*	*0,00*
$\lambda = 0$	*208,50*	*21,01*	*7,42*	*0,00*
$\lambda = 1/2$	*n.a.*	*34,20*	*11,54*	*0,00*
$\lambda = N - 1$	*n.a.*	*208,50*	*208,50*	*n.a.*

Para avaliação, portanto, do impacto das várias formas de oligopólio com conjeturas simétricas sobre as margens de comercialização e elasticidades de transmissão de preços, deve-se efetuar a substituição de parcelas dos insumos de *k* para *S* nas fórmulas obtidas para o caso competitivo mostradas em GARDNER (1975) ou BARROS (1987).

Permanecem ainda por ser desenvolvidas fórmulas apropriadas para análise estático-comparativa de modelos de oligopólios com conjeturas assimétricas, como, por exemplo, aqueles em que se admite a liderança de preços por parte de uma firma ou de um grupo de firmas. Registra-se, porém, que a obtenção de expressões gerais para as condições de primeira ordem para maximização de lucro para esses casos constituem avanços importantes na direção desejada.

3.3. **Mercados Contestáveis - uma introdução**[29]

3.3.1. Relevância

A Teoria dos Mercados Contestáveis (TMC), desenvolvida por BAUMOL, PANZAR e WILLIG, representa uma importante contribuição à Teoria Econômica em geral e à Teoria da Organização Industrial, em particular. A Teoria Microeconômica tradicional, como se sabe, tem privilegiado fundamentalmente os modelos concorrenciais, de um lado, e monopolísticos, de outro. Os modelos envolvendo poucas ou um número limitado de firmas, geralmente enredados em problemas de indeterminação, ocupam, como regra, papel secundário na teoria tradicional, em que pese a relevância de

[28] A tabela 4 foi elaborada admitindo-se elasticidades constantes para as diversas funções envolvidas, procedimento estritamente válido para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio. Quando este não for o caso (como um aumento de cerca de 500% em P_x $f_a = P_a$) a aproximação se torna bastante grosseira. Lembra-se também que, como os cálculos supõem que inicialmente $k_a = k_b = 0,5$, então se k_a sofrer um aumento relativo ao passar para S_a , k_b deverá sofrer redução relativa de mesma proporção ao passar para S_b, e vice-versa.

[29] Texto baseado fundamentalmente em BAUMOL, PANZAR e WILLIG (1988).

tais casos no mundo real. A TMC pretende ser uma generalização da Teoria Clássica de Concorrência Perfeita, englobando sob um mesmo arcabouço metodológico as diversas alternativas estruturais, passando pela competição, oligopólio até monopólio.

Mais especificamente, as contribuições da TMC são basicamente as seguintes: (a) considera a estrutura da indústria como sendo endogenamente determinada por fatores econômicos, (b) enfatiza o papel da concorrência potencial ou a ameaça de entrada de novas firmas no comportamento das firmas já estabelecidas no mercado, (c) estabelece condições sob as quais o comportamento das firmas oligopolísticas é plenamente determinado, (d) devota grande atenção às firmas que produzem mais de um produto.

Entre as mais significativas conclusões da TMC está a que estabelece que em mercados perfeitamente contestáveis, mesmo a firma monopolista operará de forma eficiente e não obterá mais que a taxa normal de lucratividade (o chamado Lucro Econômico será nulo). Sob certas condições, pode se ter inclusive maximização do bem-estar social mesmo sob monopólio.

Nestas notas procura-se apresentar de forma relativamente simples os principais conceitos e conclusões da TMC. Embora o núcleo principal das contribuições da TMC refira-se ao campo das firmas que produzem mais de um produto, nestas notas introdutórias, restringe-se aos casos de firmas que produzem um único produto[30].

3.3.2. Conceitos Gerais

Mercado Contestável é aquele que é acessível à entrada de novas firmas sob as seguintes condições. (a) As firmas potenciais podem, sem restrições, atender as mesmas demandas de mercado por um produto homogêneo e usar as mesmas técnicas de produção disponíveis para as firmas já estabelecidas. (b) As firmas potenciais examinam a lucratividade da entrada no mercado considerando os preços em vigor como temporariamente fixos - condição de BERTRAND-NASH de entrada no mercado. Ou seja, a entrada de novas firmas deverá provocar redução de preços - por ser a demanda negativamente inclinada; mesmo assim, os ingressantes consideram que as firmas estabelecidas manterão seus preços de modo que as novas firmas poderão atender, ainda que por um período de tempo bem pequeno, toda a demanda de mercado se cobrarem um preço menor. (c) A entrada de novas firmas é reversível sem custo. Não há custos inevitáveis ou irrecuperáveis - "sunk costs" - por ocasião da saída do mercado. Por esta razão, mesmo lucros temporários podem ser auferidos enquanto as firmas já estabelecidas mantiverem o preço anterior. Caso, após a entrada, o preço caia de forma a tornar inviável o novo número (maior) de firmas, as novas firmas podem deixar o mercado recuperando plenamente os custos incorridos quando da entrada no mercado. Se, porém, a entrada no mercado implicar no comprometimento de recursos que não possam ser imediatamente recuperados no caso de saída, o mercado deve ser classificado como não-contestável.

Uma indústria possuirá uma Configuração Sustentável se o preço em vigor for tal que: (a) a quantidade produzida pelo conjunto de firmas corresponda à quantidade demandada pelo mercado, (b) a

[30] Sobre o assunto, ver também a resenha preparada por Farina (1990)

receita de cada firma em operação não seja menor que o custo de produção[31], (c) não haja oportunidade de entrada lucrativa para ingressantes potenciais (que vendessem a preços inferiores aos vigentes, que continuariam a ser cobrados pelas firmas já estabelecidas). Somente configurações sustentáveis são compatíveis com o equilíbrio contestável. Se um mercado contestável não apresentar configuração sustentável, novas firmas entrarão ou antigas sairão desse mercado, perturbando, assim, o suposto equilíbrio.

Deve-se notar que o mercado perfeitamente competitivo é também perfeitamente contestável: ingressantes em potencial examinam a lucratividade da entrada baseando-se nos preços em vigor, no caso porque as firmas individuais são consideradas tão pequenas que não conseguem afetar os preços de mercado.

O monopólio natural - decorrente de condições tecnológicas - representa o caso em que somente a configuração caracterizada por uma única firma pode ser considerada sustentável. Havendo ingressantes em potencial, esse monopolista operará eficientemente (sem lucro econômico) e sob certas condições conduzirá à maximização do bem-estar da sociedade.

O oligopólio surge quando o tamanho do mercado e as condições tecnológicas resultam num número relativamente pequeno de firmas. Se a estrutura for sustentável, aqui também ocorrerá minimização do custo de produção. Além disso, havendo pelo menos duas firmas, o preço do produto deverá igualar-se ao custo marginal de produção[32]. As demais propriedades relativas ao mercado perfeitamente competitivo também se verificam: cada firma produz com custo marginal igual ao custo médio e ao preço de mercado. Este resultado independe do tamanho das firmas em relação ao mercado.

3.3.3. Conceitos de Custos

Subaditividade Estrita - Uma função de custo C(y) é estritamente subaditiva ao nível y de produção se para toda e qualquer quantidade de produto $y^1, ..., y^k$, com $y^j \neq y, j = 1,2,...,k$, tal que

$$\Sigma y^j = y$$

verificar-se

$$C(y) < \Sigma C(y^j)$$

sendo *C* o custo total de produção da quantidade indicada.

Tal condição pode ser interpretada da seguinte forma: y^j é a quantidade produzida por cada firma *j* e *y* é o produto agregado. Sendo a função subaditiva ao nível *y*, será mais caro produzir *y* em duas ou mais firmas do que fazê-lo numa única firma.

---

[31] Ou seja, (a) e (b) implicam que a firma é financeiramente viável.
[32] Este estudo é válido estritamente para firmas que produzem um único produto.

Monopólio Natural - A indústria será um monopólio natural se para toda a amplitude relevante de níveis de produção, a função e custo da firma for subaditiva.

Custos Médios Decrescentes - A função de custo médio (CMe) é decrescente até o nível y, se

$$[C(y')/y'] > [C(y'')/y'']$$

para todo y' e y'' com $0 < y' < y'' \leq y$.

Se essa condição for válida para todo $y > 0$, o custo médio será globalmente decrescente.

Custos Marginais Decrescentes - Tem-se custo marginal (CMa) decrescente até o nível y se

$$CMa(y') > CMa(y'')$$

para todo y' e y'' com $0 < y' < y'' \leq y$.

É importante notar que: (a) custo marginal decrescente até o nível y implica em custo médio decrescente até y, (b) isso, por sua vez, implica em função de custo subaditiva em y, (c) os opostos, porém, dessas assertivas são falsos: subaditividade não implica em custo médio decrescente e este último não implica em custo marginal decrescente.

A figura 3.1 ilustra as relações entre CMa e CMe. Nota-se que CMa e CMe decrescentes ocorrem até y^1. A seguir, CMe é decrescente e CMa é crescente entre y^1 e y^2.

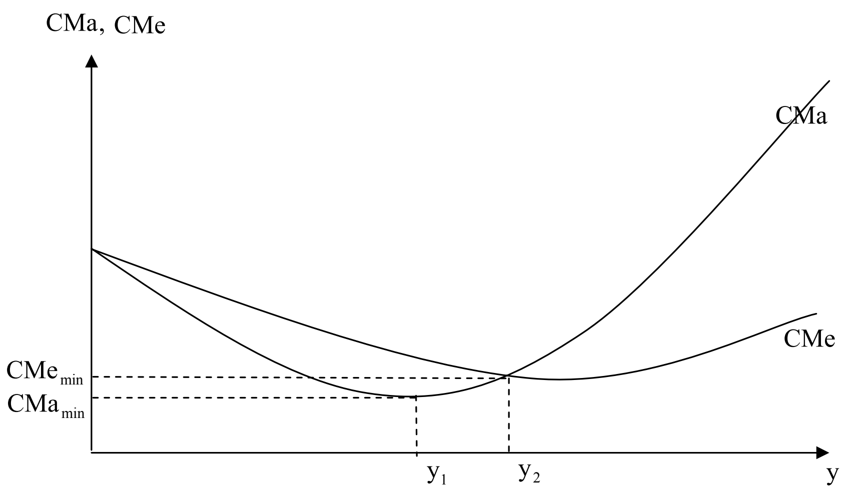

Figura 3.1. Relação entre custo médio e custo marginal

A relação entre CMe e subaditividade pode ser verificada como se segue. Se CMe é decrescente até y então $[C(y)]/y < [C(y^i)]/y^i$ para todo y^i tal que $\Sigma y^i = y$ e $0 < y^i < y$. Logo, $(y^i/y)\ C(y) < C(y^i)$. Somando-se membro a membro, obtém-se $C(y) < \Sigma C(y^i)$, que corresponde à definição de subaditividade em y.

Tome-se agora uma função de custo subaditiva, como, por exemplo:

$$C(y) = F + ay^2$$

para $a > 0$.

Nesse caso, $CMe = F/y + ay$ e $(dCMe/dy) = -F/y^2 + a < 0$ para $y < y_m = [F/a]^{½}$, sendo que CMe é mínimo para $y = y_m$.

Nota-se, também, que essa função é subaditiva até $y_s = (kF/a)^{½}$; sendo $y_s > y^m$ para $k \geq 2$. Assim, se forem consideradas k firmas, cada uma produzindo y/k, o CMe de cada firma será:

$$CMe(y/k) = F/(y/k) + a(y/k)$$

que é o custo por unidade de se produzir (y/k) por planta. O custo total de produção de se produzir y com (y/k) por planta será:

$$y\ CMe(y/k) = kF + (a/k)y^2$$

sendo

$$F + ay^2 < kF + (a/k)y^2$$

para $y < (kF/a)^{½}$.

Ou seja, qualquer subdivisão da produção num número inteiro de firmas resultará em custo total maior que a produção em uma única firma. Conclui-se, portanto, que há um intervalo dado por $(F/a)^{½} < y < (2F/a)^{½}$ onde o CMe é crescente e subaditividade se verifica[33].

Economias de Escala se verificam quando um aumento proporcional nos insumos empregados ocasionar um aumento mais que proporcional no nível de produção. Esse conceito implica que o CMe seja decrescente sempre que houver economias de escala. Mas o contrário não é verdadeiro: o CMe pode cair, mesmo sem economias de escala se a forma mais eficiente de aumentar a produção não for através de aumentos proporcionais nos insumos.

Pode-se definir Grau de Economias de Escala como sendo $S = [CMe(y)/CMa(y)]$. Os retornos à escala são crescentes, constantes ou decrescentes, conforme $S>1$, $S=1$ ou $S<1$ conforme a $[dCMe(y)/dy] <$

[33] Notar que, num intervalo como esse, tem-se monopólio natural e CMa>CMe, de forma que é viável que nesse mercado o preço seja igual ao custo marginal. Muitos pensam que isso seria inviável porque imaginam que o monopólio natural ocorra somente quando o CMe é decrescente. Apesar de viável, porém, esse monopólio não seria sustentável, como será demonstrado.

0, *[dCMe(y)/d(y)] = 0* ou *[dCMe(y)/d(y)] > 0*. Como já se disse no parágrafo anterior, essas condições são suficientes, mas não necessárias.

3.3.4. Equilíbrio da Indústria

Argumenta-se que a estrutura de uma indústria - o número e o tamanho das firmas determina-se com base nos custos de produção e na demanda global em mercados contestáveis. Mais rigorosamente, entende-se configuração como o número de firmas, distribuição da produção entre elas, e o preço observado em uma indústria.

Tem-se uma Configuração Industrial Viável se para suas m firmas tem-se

$$\Sigma y^i = Q(p)$$

e

$$p\, y^i - C(y^i) \geq 0$$

para todo $i = 1,...m,$ em que $Q(p)$ é a quantidade demandada pelo mercado ao preço p.

Tem-se uma Configuração Industrial Sustentável com preço p e níveis de produção $y,...,y^m,$ se

$$p^e\, y^e \leq C(y^e)$$

para todo $p^e \leq p$ e

$$y^e \leq Q(p^e)$$

ou seja, qualquer preço antecipado (p^e) inferior a p resultará em prejuízo, não havendo, assim, planos viáveis de entrada no mercado.

Seguem algumas proposições relacionadas às definições apresentadas acima.

Num mercado perfeitamente contestável, somente uma configuração sustentável pode se constituir em equilíbrio. Uma configuração não-sustentável permitirá entrada no mercado, mesmo que seja para auferir-se lucros temporários, com o que, evidentemente, a estrutura do mercado se alteraria. Deve-se lembrar aqui que num mercado perfeitamente contestável não há custo de entrada e saída do mercado.

Uma configuração sustentável minimiza o custo total de produção da indústria. Nenhuma outra combinação de números e distribuição por tamanho pode resultar em custo menor para o nível de produção considerado. Se houvesse outra configuração de menor custo, ela tenderia a se estabelecer (substituindo a anterior) pois pelo menos uma nova firma conseguiria um lucro puro ao vender pelo preço em vigor no mercado. Ou seja, haveria um plano lucrativo de entrada no mercado, o que contraria a pressuposição inicial de mercado sustentável.

Se duas ou mais firmas produzem numa indústria sustentável, seus custos marginais são iguais**.** Se tal não se desse, poder-se-ia reduzir os custos totais da indústria transferindo-se produção das firmas com maiores custos marginais para aquelas com custos marginais menores.

Numa configuração sustentável, o preço será maior ou igual ao custo marginal de cada firma: $p \geq CMa(y^i)$ para $i,...,m$. Assim é porque se o custo marginal de uma firma for maior que preço, outra firma poderá substituí-la apenas reduzindo a quantidade produzida, auferindo, assim, lucro positivo[34].

Numa configuração sustentável com duas ou mais firmas, todas as firmas produzem quantidades tais que $p = CMa(y^i)$ e $py^i = C(y^i)$, para $i = 2,...,m$. Assim é porque o preço não pode ser inferior ao custo marginal (como já se disse no parágrafo anterior); e se for maior, haverá oportunidade de lucro ainda que temporário para um ingressante (deixando de ser configuração sustentável). Além disso, se $p\ y^i < C(y^i)$ a configuração não seria viável; se, por outro lado, $p\ y^i > C(y^i)$ haveria possibilidade de outra configuração lucrativa. Logo, a configuração para ser sustentável precisa ter $p\ y^i = C(y^i)$.

Nota-se que o resultado acima só é válido quando se tiver pelo menos duas firmas: se houvesse uma única firma, um aumento da produção, para auferir o lucro potencial, levaria necessariamente a uma queda no preço do mercado, cuja demanda é negativamente inclinada. Essa queda poderia transformar o suposto lucro em prejuízo. Havendo pelo menos duas firmas, a ingressante pode manter a hipótese de preço constante, que será possível se sua produção levemente maior (que a da firma que substitui) for compensada pela redução correspondente na produção das demais (sem alterar a produção total).

Veja-se que os resultados aqui apresentados valem mesmo para oligopólios (incluindo duopólios). Ou seja, no mercado contestável com mais de uma firma, observa-se igualdade entre preço e custo marginal, necessária para se verificar o Ótimo de PARETO[35].

Para que a produção por uma só firma seja sustentável, a firma precisa: (a) produzir a quantidade para a qual é um monopólio natural (com função de custo subaditiva), (b) fixar o preço igual ao custo médio correspondente à produção da quantidade demandada pelo mercado**.** Se esta segunda condição não se verificar, haverá possibilidade de ingresso lucrativo no mercado.

Assim, no caso de monopólio natural, $CMa \leq p = CMe$ é a condição necessária para equilíbrio em mercado perfeitamente contestável. Nesse caso, a fixação do preço igual ao custo marginal implicaria em prejuízo ao vendedor. Isto conduz ao Ótimo de PARETO Condicionado a Lucro Não-Negativo[36].

---

[34] Essa proposição mostra que, sendo o mercado contestável, não poderá haver política de preço predatória, ou seja, as firmas já estabelecidas não cobrarão $p < CMa$ como forma de inibir a entrada no mercado.

[35] Sobre Economia de Bem-Estar, ver, por exemplo, SAMUELSON (1972), pp. 203-253

[36] Esta condição é também conhecida como Princípio de RAMSEY, segundo o qual se obtém um conjunto de preços que maximiza o bem estar sujeito à viabilidade econômica das firmas.

3.3.5. Existência de Configuração Sustentável

Considerando-se o caso do monopólio natural, sua configuração é sustentável para $p = CMe \geq CMa$, sendo que a última desigualdade corresponde à condição de retornos não-decrescentes à escala. Todavia, a condição de monopólio natural pode permanecer mesmo para retornos decrescentes. Nesse intervalo, porém, não há preço sustentável. Na figura 3.2, se $p \geq p_r$, uma firma pode ingressar no mercado e produzir parte da demanda de mercado a preço maior que p_m e menor que p_r . A esse preço o monopolista teria prejuízo.

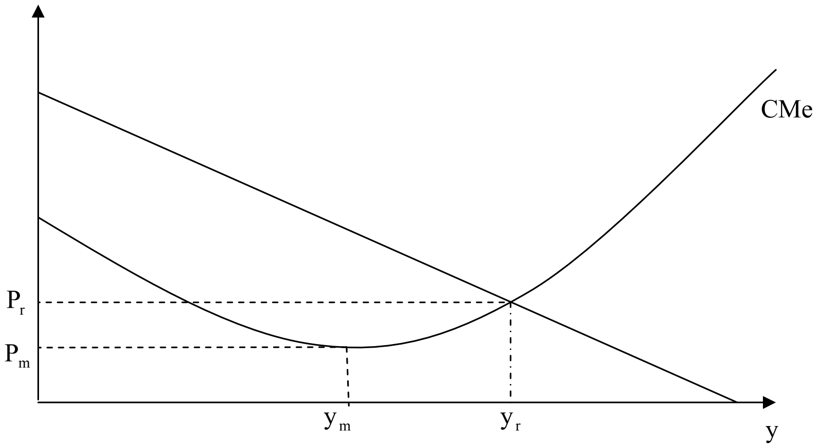

Figura 3.2. Demanda, custo médio e sustentabilidade

A configuração sustentável ocorre, assim, quando o CMe decresce até atingir a curva de demanda de mercado (figura 3.3). Nesse caso, se o monopolista cobrar p_i , um ingressante terá que cobrar menos que isso e sofrer prejuízo. Acima de p_i , o ingressante nada venderia. Tem-se que p_i é o preço sustentável.

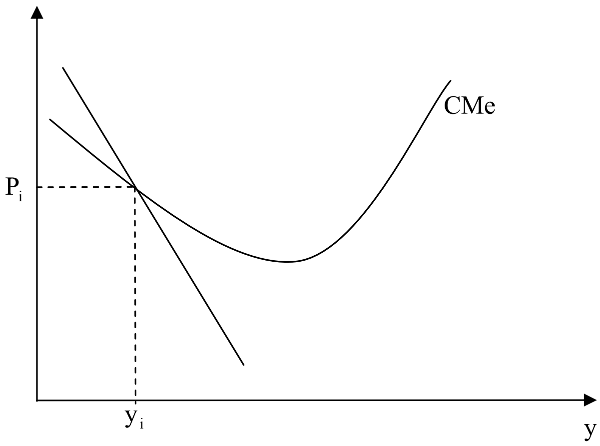

Figura 3.3. Sustentabilidade e monopólio natural

Para que se possa generalizar as conclusões, apresenta-se o conceito de Custos Médios Minimizados de uma indústria, que são obtidos considerando o ingresso sucessivo de diversas firmas. Para ilustrar o procedimento envolvido na minimização do custo médio da indústria, considera-se que o CMe de uma firma típica de certa indústria seja dado por:

$$CMe(y) = \begin{cases} 11-y & \text{para} \quad 1 \leq y \leq 5 \\ y+1 & \text{para} \quad y > 5 \end{cases}$$

Então essa firma apresentará os seguintes valores de CMe:

y	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
CMe	*11*	*10*	*9*	*8*	*7*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*

cuja representação gráfica aparece na figura 3.4[37].

[37] Notar que $C= 11y-y^2$ para $1 \leq y \leq 5$ e $C=y^2+y$ para $y>5$. Logo o custo marginal será $CMa = 11-2y$ e $CMa = 2y+1$, respectivamente.

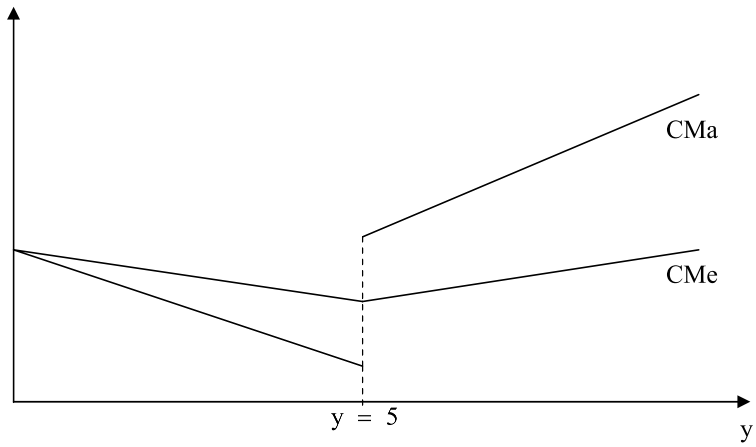

Figura 3.4. Custo médio quebrado e custo marginal descontínuo

Considera-se agora o problema de escolher o número de firmas que minimizará o custo médio da indústria (e, portanto, seu custo total). Pode-se perceber que é mais barato produzir numa única firma até o nível *y =5* unidades, intervalo em que CMe decresce.

Passa-se agora a considerar a produção da sexta unidade. Se ela se der na mesma firma, o CMe será elevado a 7. Se, porém, se produzir 5 unidades nessa firma e uma unidade na segunda firma, então *CMe = [5 . 6 + 1 . 10)/6] = 6,67*. Para produzir 7 unidades, será mais barato produzir 5 na primeira firma e 2 na segunda, sendo o *CMe = [(5 . 6 +2 . 9)/7] = 6,86* ao invés de 8, se todas fossem produzidas numa única firma. Deve-se prosseguir produzindo 5 na primeira firma e as demais na segunda até *y = 10.* Os custos médios serão os seguintes: 6,75 (para *y* = 8), 6,44 (*y* = 9) e 6 (*y* = 10).

A produção de 11ª unidade será mais barata numa terceira firma: 5 unidades na primeira ao custo médio de 6, 5 na segunda a esse mesmo custo médio, e 1 unidade na terceira firma ao custo médio de 10. Com isso, o custo total será 70 (5 . 6 + 5 . 6 + 1 . 10) e o custo médio será (70/11) = 6,36. Daí para frente, os custos médios serão minimizados se forem produzidas até a 15ª unidade na terceira firma. Nesse caso, os custos médios serão: 6,5 (*y* = 12) , 6,46 (*y* = 13), 6,29 (*y* = 14) e 6 (*y* = 15).

Na figura 3.5 aparece a representação gráfica da função de custo minimizada para a indústria considerada: notar sua forma dentada, com picos sucessivamente menores.

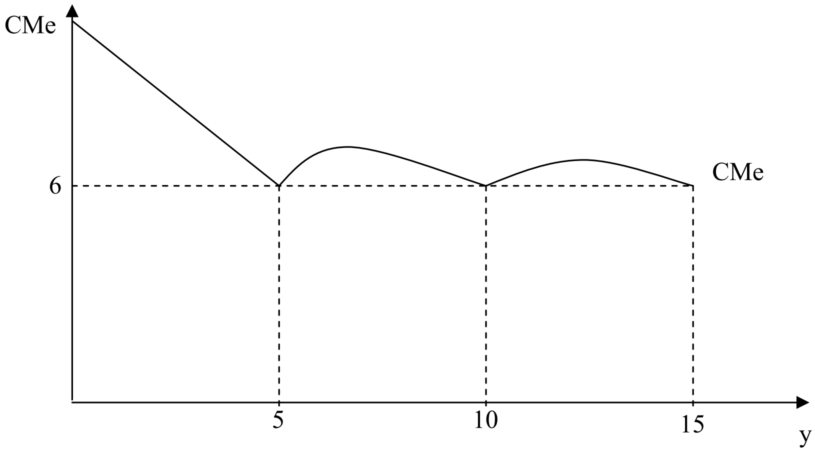

Figura 3.5. Custo médio minimizado da indústria

Na figura 3.6 apresenta-se uma forma geral de função de custo minimizada associada a funções de custos médios em forma de *U* para cada empresa. Observar o formato geral da curva, que como no exemplo anterior, se deve à entrada sucessiva de firmas à medida que o nível de produção aumenta.

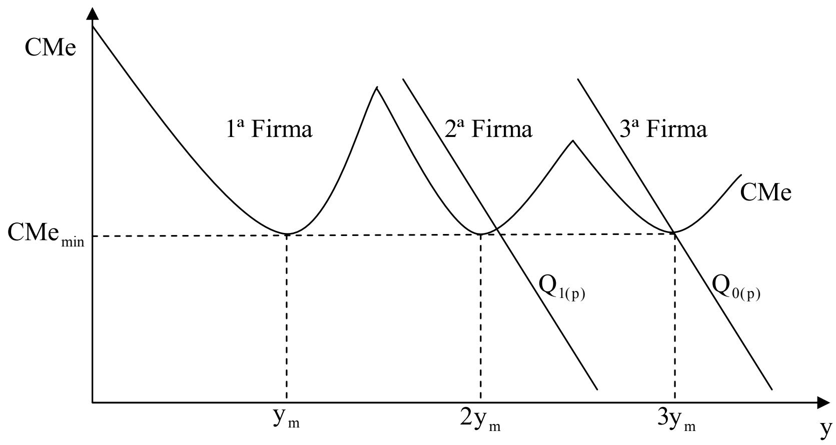

Figura 3.6. Função geral de custo médio minimizado

Observa-se na figura 3.6 que até o nível y_m prevalecerá o monopólio natural. Para níveis maiores de y, mas múltiplos inteiros de y_m ,o número ótimo (de menor custo) de firmas será: $(y/y_m) = [Q(p)]/y_m$ sendo $p = CMe(y_m) = CMa(y_m)$.

Assim, se a demanda for $Q_0(p)$, 3 firmas serão instaladas, cada qual produzindo y_m. Aí as condições de PARETO são observadas. Todavia, se demanda cruzar a curva de custos minimizados além de y_m, mas num ponto não correspondente a um múltiplo de y_m, não haverá condição para uma configuração sustentável. Por exemplo, se a demanda for $Q_1(p)$, a produção não é sustentável, pois nesse ponto $CMe \neq CMa$ e, consequentemente, alguma firma pode entrar no mercado (vendendo, por exemplo, y_m a um preço igual a $CMe(y_m)$).

Essas considerações parecem sugerir que a existência de equilíbrio em mercados contestáveis é bastante improvável. Para contornar tal situação, apela-se para um argumento de natureza puramente empírica: muitos estudos revelam que as curvas de custo médio tendem a apresentar uma base achatada (retilínea).

Considere-se inicialmente o caso em que o custo médio é constante para produção entre y_m e $2y_m$ (figura 3.7). Nesse caso, fazendo-se y_I igual à produção da indústria, se $y_I < y_m$, haverá uma única firma (observando-se o Ótimo de PARETO sujeito à viabilidade da firma: $p = CMe \geq CMa$). Para $y_m < y_I < 2y_m$, só uma firma produzirá, agora atendendo às condições de PARETO $(p = CMa)$.

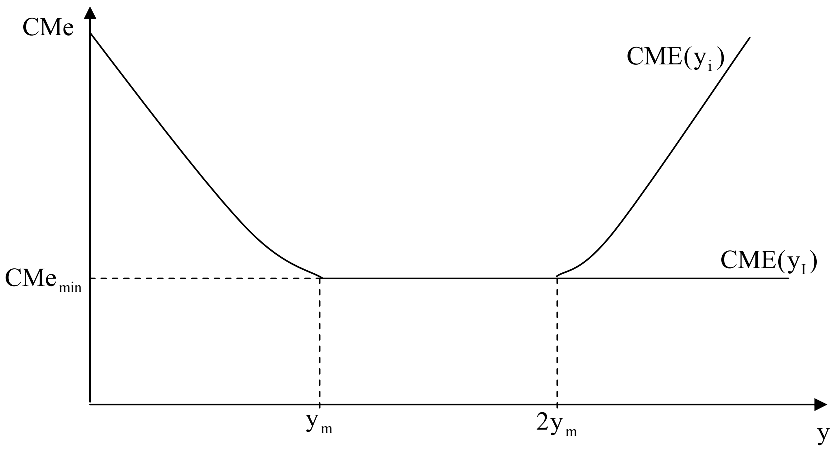

Figura 3.7. Custo médio minimizado para k=1

Se $y_I > 2y_m$, então haverá m firmas sendo $(y_I / 2y_m) < m < (y_I / y_m)$. Notar que além de y_m , na verdade, $CMe(y_I)$ será igual a $CMe(y_m)$, e será dada pela linha reta com essa ordenada. Assim será porque, qualquer y_I , múltiplo (mesmo não-inteiro) de y_m , poderá ser dividido de tal forma que $(m-1)$ firmas produzirão $(m-1)y_m$ e uma produzirá o restante $[y_I - (m-1)y_m]$. Essa produção restante estará sempre no intervalo entre y_m e $2y_m$. Por exemplo, se $y_I = 9,5\ y_m$, $m-1 = 8$ firmas produzirão y_m cada uma e uma outra produzirá $[9,5y_m - 8y_m] = 1,5y_m$. Outras combinações são possíveis. Por exemplo, se $m = 5$, 4 firmas podem produzir $2\ y_m$ e uma quinta produzirá $1,5\ y_m$.

No caso mais geral, em que apenas um intervalo entre y_m e $(1+k)y_m$ é retilíneo, pode-se demonstrar que $CMe(y_I)$ será uma linha reta para $y_I \geq (y_m/k)$; e se $k \geq 1$, $CMe(y_I)$ será retilíneo para $y_I \geq y_m$. Além disso, estabelece-se o número de firmas que minimiza o custo de produção da indústria como sendo um número inteiro m^* entre o máximo de (y_I/y_m) e o mínimo de $[y_I/(1+k)y_m]$.

Por exemplo, se k = 0,25 e y_m = 1, então o CMe será uma linha reta entre 1 e 1,25, entre 2 e 2,5, entre 3 e 3,75 e de 4 em diante. Ver figura 3.8. Notar que $y_I = 2{,}5$ será produzido a custo mínimo por m^* = 2 firmas, posto que, no caso, $2 \leq m^* \leq 2{,}5$. Como distribuição da proporção pode-se ter, por exemplo, $y_i = 1{,}25$ em cada uma de 2 firmas. Já $y_I = 3{,}5$ poderá ser produzido em 3 $(2{,}4 \leq m^* \leq 3{,}5)$ firmas: $y_1 = y_2 = 1{,}25$ e $y_3 = 1$, por exemplo. Verificar que $y_I = 12{,}7$ poderá ser produzido por 11 ou 12 firmas. Notar também que não há solução sustentável para $y_I = 1{,}4$ e para $y_I = 2{,}9$. A explicação para tal está em que tais níveis de produção ocorrem em intervalos para os quais $CMe(y) \neq CMa(y)$.

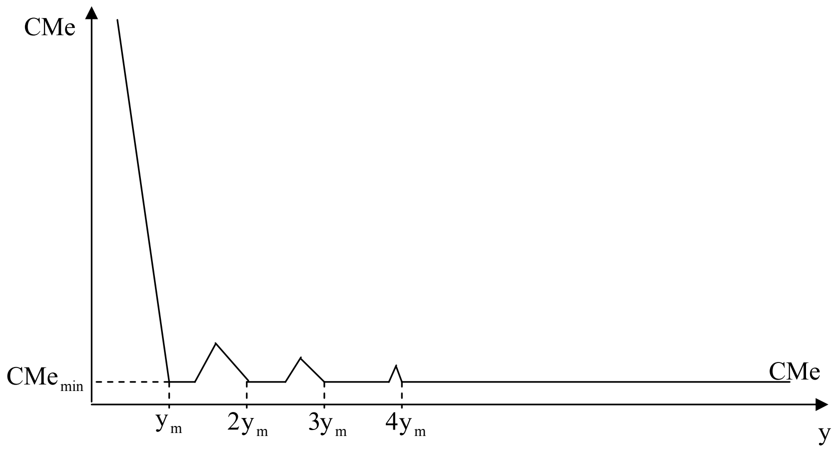

Figura 3.8. Custo médio minimizado para k= 0,25

Enfatize-se, portanto, que a curva de CMe_{min} representa a oferta da indústria e determina seu preço: a oferta representa o menor preço necessário par se vender e se $p = CMe_{min}$, não há lucro nessa indústria. Se qualquer firma cobrar acima desse preço, será substituída por uma ingressante, ainda que temporariamente. Pode permanecer uma indeterminação quanto ao número exato de firmas que corresponde à base da curva de CMe_{min} . Mas tal indeterminação existe também quando se trabalha com competição perfeita quando se trabalha com retornos constantes à escala. A produção agregada e o preço são bem determinados.

Para sustentabilidade, faz-se necessário que, se k for muito pequeno, a demanda de mercado seja muito grande em relação à escala eficiente mínima. Se, por exemplo, $k = \frac{1}{\theta}$, então o produto industrial deve ser no mínimo θ vezes a escala mínima . Problemas surgem quando k é pequeno e demanda é relativamente pequena em relaçòa à escala: a probabilidade de inexistência de configuração sustentável é alta.

Em pontos sem equilíbrio, não há lucro, pois $p = CMe$, mas não se tem sustentabilidade pois $CMa > CMe$. E logo CMe não é mínimo. Baumol et al chegam a sugerir políticas que previnam a entrada quando se esteja realmente numa configuração não-sustentável. É a única forma de se assegurar alguma ordem próxima a um "equilíbrio".

3.3.6. Aplicação da Teoria

Uma importante implicação da TMC é a de que desvios das normas competitivas clássicas não impedem que o mercado funcione segundo padrões desejáveis. Assim, medidas de concentração, de integração vertical ou horizontal não necessariamente detectam situações em que intervenções nos mercados sejam recomendáveis.

Na verdade, o papel do governo passa a ser o de identificar e remover qualquer obstáculo à contestabilidade, entre as quais podem estar barreiras à entrada criadas pelo próprio governo. Se um mercado não for contestável ou não houver solução sustentável, possivelmente justifique-se a regulação e a elaboração de leis anti-trustes por autoridades governamentais. Um mercado pode não ser contestável, por exemplo, devido a condições tecnológicas ou de custos (associadas à entrada e saída). Percebe-se, portanto, que a TMC não se presta como argumento para aqueles que advogam o afastamento completo do governo da regulação dos mercados; tampouco pode ser utilizada para o intervencionismo radical.

O critério que recomenda a intervenção não deve ser, porém, o grau de desvio dos atributos de competição perfeita. Além de informações históricas sobre freqüência de entrada e saída da indústria, sete pontos são relevantes para consideração em estudos empíricos:

1. determinação da estrutura de custo mínimo da indústria;
2. determinação do grau de contestabilidade do mercado em relação à contestabilidade perfeita;
3. determinação dos obstáculos à contestabilidade, avaliação do grau de dificuldade para sua remoção ou redução;
4. determinação da existência ou não de configurações sustentáveis;
5. descrição das configurações sustentáveis;
6. identificação de problemas de bem-estar, como externalidades, etc.
7. descrição de barreiras institucionais, quando presentes.

Particularmente no tocante ao grau de contestabilidade, faz-se necessário avaliar os custos de entrada e saída e a magnitude dos custos irrecuperáveis ("sunk costs"). A disponibilidade de mercados para revenda de insumos duráveis ou a possibilidade de sua utilização em outras atividades - fungibilidade - podem reduzir aqueles custos. Este último aspecto poderia ser atendido com menos dificuldade no caso de firmas que produzem mais de um produto. Por outro lado, políticas públicas podem se constituir, em muitos casos, em obstáculos à contestabilidade, como acontece, por exemplo, no caso das barreiras ao comércio externo.

Análises empíricas de questões relativas a mercados contestáveis acham-se ainda em fase inicial, particularmente no Brasil. Desde que se conhece razoavelmente as funções de demanda de mercado, esforços têm-se concentrado na estimação de funções de custo, entre as quais as funções translogarítmicas e quadráticas parecem mais promissoras do ponto de vista da obtenção dos parâmetros relevantes para a análise estrutural.

Referências

BARROS, G.S.A.C., L.E. XAVIER. 1979. "Aspectos da Comercialização e seus Efeitos sobre Preços e Rendas Agrícolas". **Revista de Economia Rural**, 17 (3):25-50.

BAUMOL, W.J., J.C. PANZAR, R.D. WILLIG. 1988. **Contestable Markets and the Theory of Industry Structure**. H.B.J. Publishers, Orlando, USA, 538 p.

BRESNAHAN, T.F. 1981. "Duopoly Models with Consistent Conjectures". **American Economic Review**, 71:934-945.

FARINA, E. 1990. "A Teoria dos Mercados Contestáveis e a Teoria da Organização Industrial: Um Artigo-Resenha". **Estudos Econômicos** 20(1): 5-28.

FERGUSON, C.E. 1972. **Microeconomic Theory**. Richard D. Irwin, Inc, Georgetown, Canadá, 565 p.

GARDNER, B.L. 1975. "The Farm-Retail Price Spread in a Competitive Industry". **American Journal of Agricultural Economics.** 57 (3):399-409.

HENDERSON, J.M., R.E. QUANDT. 1971. **Microeconomic Theory: A Mathematical Approach**. McGraw Hill Inc., New York, USA, 431 p.

MAIER, L.1993. **The Costs and Benefits of U.S. Agricultural Policies with Imperfect Competition in Food Manufacturing.** Garland Publishing, Inc., New York, USA, 305p.

SAMUELSON, P.A. 1972. **Foundations of Economic Analysis**. Atheneum, New York.

XAVIER, L.E. 1979. Efeitos da Falta de Concorrência na Comercialização sobre Preços e Rendas Agrícolas. Dissertação de Mestrado, ESALQ/USP, Piracicaba - SP, 151 p.

Exercícios

3.1. Seja um mercado agropecuário em que operam N firmas idênticas que compram dos produtores a matéria prima *a* e vendem aos consumidores o produto final *X*, usando o insumo de comercialização *b*. A função de produção de cada firma *i* é $x_i = min\ \{a_i\ ,\ b_i\ \}$. A demanda por *X* e as ofertas de *a* e de *b* para o mercado são, respectivamente:

$$P_x = \alpha_o - \alpha_1 X$$
$$P_a = \beta_o + \beta_1 a$$
$$P_b = \gamma_o + \gamma_1 b$$

O termo de variação conjetural para qualquer firma *i* é $(\delta X_{-i}/\delta x_i) = (\delta a_{-i}/\delta a_i) = (\delta b_{-i}/\delta b_i) = \lambda$.

(a) Para se determinar a produção que maximiza o lucro de cada firma *i* - x_i^* - deriva-se

$$\pi_i = x_i P_x - a_i P_a - b_i P_b$$

em relação a x_i (lembrando-se de que $(\delta a_i/\delta x_i) = (\delta b_i/\delta x_i) = 1)$ e igualando-se a zero. Verificar que:

$$x_i^* = \{[(\alpha_o - \beta_o - \gamma_o) - (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)X] / [(1 + \lambda)\ (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)]\}$$

e

$$X^* = \{[N\ (\alpha_o - \beta_o - \gamma_o)] / [N + (1 + \lambda)]\ (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)\}$$

(b)Verificar que a reação da firma *i* a uma variação na produção da firma *j* é dada por $\rho = \delta xi/\delta xj\ (N\text{-}1) = -[(N\text{-}1)/(N+\lambda)]$. Qual o valor de λ para se ter conjetura racional?

(c) Para $\alpha_o = 30,\ \beta_0 = \gamma_0 = 5,\ \alpha_1 = \gamma_1 = 1\ e\ \beta_1 = 2$, determinar os níveis de preço de *X*, e dos insumos *a* e *b* e de produção (*X*) para as seguintes estruturas de mercado: competição perfeita $(\lambda = -1)$, monopólio $(\lambda = 0,\ N = 1)$, duopólio de Cournot $(\lambda = 0)$ e coalizão $(\lambda = N\text{-}1)$.

3.2. Para $\eta = -1{,}5$, $e_a = 1,\ e_b = 2,\ \sigma = 0,\ k_a = k_b = 0{,}5$ determinar os valores de $E_{pxpa,\ N}$ e $E_{pxpa,W}$ para combinações de $N = 4,\ 10\ e\ N \rightarrow \infty$, $e\ \lambda = -1,\ 0$. Usar a tabela 4 do texto para obter os valores de S_a e de S_b. Considerar $\eta_n = e_w = 1$.

3.3. O custo total de uma firma típica de certa indústria é $C = 1000 + 2y^2$.

(a) Determinar as curvas de Custo Marginal *(CMa)* e Custo Médio *(CMe)* e o valor de *y* que minimiza o *CMe.*

(b) Considerando-se que a produção de *y* se dê em 2 firmas, qual será a nova função de custo total ?

(c) Verificar que no caso (b) a minimização do custo total da indústria se dá quando $y_1 = y_2 = y/2$, onde *y* é o total produzido na indústria, e y_1 e y_2 são as quantidades produzidas em cada firma.

(d) Repetir (b) para 3 firmas.

(e) Mostrar que em (d), $y_i = (1/3)y$ minimiza o custo total da indústria.

(f) Fazer um esboço da curva de Custo Médio Minimizado para essa indústria, identificando os pontos de mínimo para 1,2 e 3 firmas.

3.4. (a) Estabeleça os intervalos para que ocorra configuração sustentável numa indústria em que a porção achatada da curva de Custo Médio (*CMe*) corresponde a 20% da escala de custo mínimo (y_m). (b) Determine as configurações sustentáveis (inclusive o preço) para essa indústria para os seguintes níveis de produção industrial: $y_I = 20\, y_m$ e $y_I = 4{,}5\, y_m$, sabendo-se que o custo total da firma é dado por:

$$C = \begin{cases} 89{,}815\, y & (2500/6)^{1/2} \leq y \leq 600^{1/2} \\ 1000 + 2\, y^2 & \text{no restante do domínio} \end{cases}$$

CAPÍTULO 4

A DIMENSÃO ESPACIAL DOS PREÇOS

4.1. Introdução

Sabe-se que a matéria-prima agrícola, antes de chegar ao consumidor final, pode-se submeter a três tipos de transformações físicas: transporte, processamento e armazenamento. Essas transformações ocorrem ao mesmo tempo em que o produto evolui através dos diferentes níveis de mercado (produtor, atacadista e varejista) cada qual caracterizado por certo nível de preço. Assim, num dado momento, o preço se refere a um certo nível de mercado e a um certo grau de transformações sofridas pelo produto.

Percebe-se, pois, que, ao invés de se observar um único preço de um certo produto, o que se vê é uma complexa estrutura de preços. Essa estrutura, na verdade, é tridimensional. Cada preço observado é como um vetor em um espaço tridimensional, cuja coordenada é o *quantum* de transformações sofridas pelo produto a que se refere. Assim, um mesmo produto, à medida que é transportado, armazenado e processando, vai tendo seu preço alterado. Em uma economia competitiva, os preços de um produto em diferentes estágios de transformação são interligados através dos custos dessas transformações.

Neste e no próximo capítulo, tratar-se-á de conhecer essa estrutura tridimensional dos preços através de teorias de mercados competitivos. O material apresentado, baseia-se largamente na excelente obra de BRESSLER & KING (1970). Nas seções seguintes serão discutidos vários aspectos relativos à dimensão espacial dos preços.

4.2. Princípio de Comércio Inter-Regional

4.2.1. O Caso das Duas Regiões[38]

Considera-se o caso de um bem produzido em duas regiões separadas (*X* e *Y*). Se não houver comércio entre elas, sabe-se que o preço em cada região (P_x e P_y) será determinado em função das respectivas curvas de oferta e demanda (Figura 4.1).

Supondo agora que haja comércio entre as regiões *X* e *P* e ignorando, por enquanto o custo de transferência do produto entre as regiões, será lucrativo transferir o produto de *Y* para *X*, uma vez que P_x

[38] Texto baseado em BRESSLER & KING, pp. 87-92.

> P_y . A tendência será de que o fluxo do produto de *Y* para *X* continue até que o suprimento do produto em *X* aumente o suficiente para os preços em ambas as regiões se igualem.

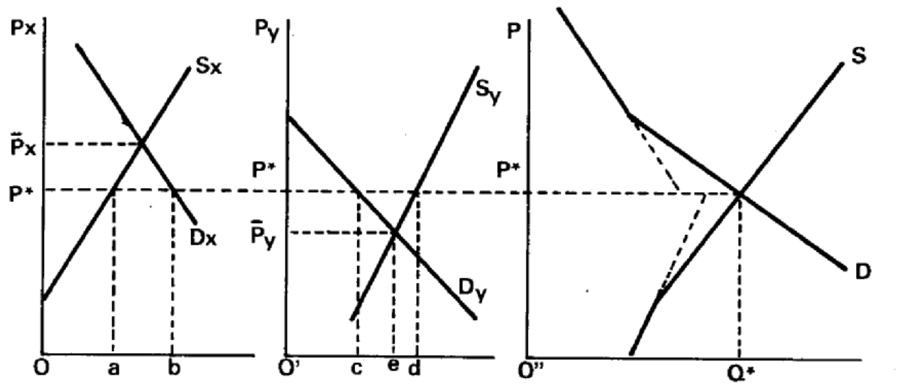

Figura 4.1. Comércio regional sem custos de transferência.
FONTE: BRESSLER & KING, p.87.

Graficamente a situação acima pode ser representada de duas maneiras. Na Figura 4.1 procede-se à soma horizontal tanto das duas curvas de demanda como das duas curvas de oferta, chegando-se às curvas de demanda e oferta combinadas, respectivamente[139]. A interseção das duas curvas combinadas determina o preço P^* comum às duas regiões (pois o custo da transferência é nulo) e o volume total de produto vendido ou comprado nas duas regiões conjuntamente ($O''Q^*$). A projeção à esquerda desse nível de preço P^*, modo a alcançar os dois gráficos correspondentes a cada região, determinará nas curvas de oferta regional a quantidade produzida em cada região e nas curvas de demanda regional a quantidade demandada em cada região. Na Figura 4.1, percebe-se que com o comércio inter-regional, na região *X* se demandará *Ob* de produto e se produzirá *Oa* com um **déficit** de **ab** a ser coberto pelo fluxo precedente de *Y*. Nesta última região, será demandado *O'c* e produzido *O'd*, com um **superávit** de produto correspondente a **cd**. Pelo método empregado, resulta que **ab =cd**.

Alternativamente, pode-se representar o comércio entre duas regiões através do diafragma "back to back" como na Figura 4.2. Nesta figura, à direita do eixo vertical aparecem as curvas normais de oferta e demanda para a região *Y*. À esquerda aparecem as curvas da região *X* invertidas, pois as quantidades para essa região são medidas da direita para a esquerda a partia do ponto O.

A seguir, traçam-se as curvas de excesso de oferta para cada região (ES_x e ES_y), curvas essas que relacionam diferentes níveis de preços (comuns a ambas as regiões) e os respectivos montantes pelos quais as ofertas regionais excedem as demandas regionais (Figura 4.3). Para se obter graficamente ES_x e ES_y, toma-se para cada nível de preço a diferença horizontal entre a curva de oferta e curva de demanda em cada região.

[39] Essas curvas correspondem à relação entre os preços comuns as duas regiões e o total demandado e produzido, em conjunto, nas duas regiões.

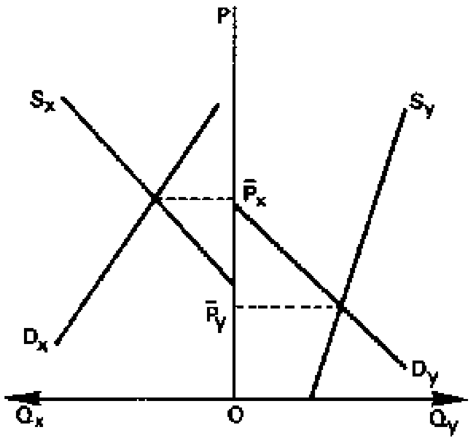

Figura 4.2. O diagrama "Back to Back".

Em função do posicionamento das curvas de oferta e demanda regionais as curvas de excesso de oferta se cruzam de um dos lados. Por exemplo, na Figura 4.3, a interseção se dá do lado direito, significando que ao preço P^* haverá um excesso de demanda ("excesso de oferta negativo") em *X*. Esse excesso é igual a **Of** que equivale também a **ab** e **cd** nas Figuras 4.1 e 4.3.

Das observações das Figuras 4.1 e 4.3 constata-se que o comércio tende a expandir a produção na região de preço menor e retrair a produção na região de preço maior. Assim, em *Y* expande-se a produção de **Oe** para **Od**, para o que devem ter sido utilizados recursos produtivos provenientes de usos alternativos (isto é, da produção de outros bens). Em *X*, cai a produção do bem em questão com liberação de recursos produtivos para outros fins.

Do lado do consumo, em *X*, onde o preço era maior, há um aumento de consumo do bem em questão, o contrário acontecendo em *Y*. Conclui-se, pois, que o comércio provoca também uma realocação das rendas regionais entre os diferente bens de consumo.

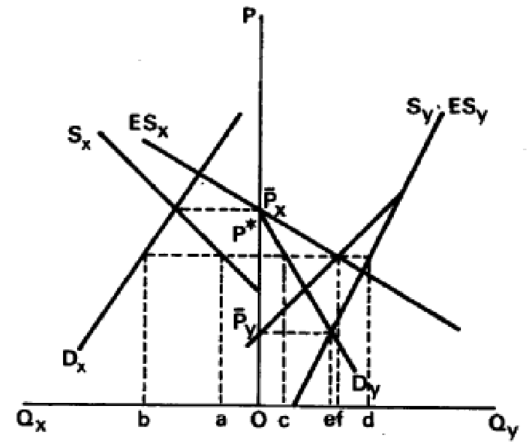

Figura 4.3. Curvas de excesso de oferta e equilíbrio regional
FONTE: BRESSLER & KING, pp. 88.

Deve-se notar que a realocação dos recursos produtivos pode gerar descontentamento entre os produtores, cuja produção foi reduzida devido à importação de outras regiões a menores preços. É importante, no entanto, ter em mente que o comércio pode liberar recursos de uma aplicação para outra, não significando que irá ocorrer desemprego dos mesmos. Os recursos não seriam desempregados mesmo se não possuíssem emprego alternativo, caso em que o custo de oportunidade dos mesmos seria nulo e, logo, a produção do bem em questão não seria reduzida pela queda do preço.[40] Como para os consumidores a importação a menores preços é interessante, a criação de barreiras protegendo a produção interna não é recomendável, a não ser temporariamente para produtos em fase de adaptação a um novo nível (maior) de produtividade.

Considera-se agora o custo de transferência (CT) por unidade entre as regiões *X* e *Y*. Nesse caso, a transferência de produtos de *Y* para *X* não prosseguiria até o ponto de igualdade entre P_x e P_y, mas sim, enquanto a diferença entre esses preços for maior ou, quando muito, igual a CT.

Uma maneira de analisar o efeito do custo de transferência sobre o comércio inter-regional é através do diagrama "back to back" (Figura 4.4). O procedimento envolve, inicialmente, a obtenção da curva de diferença de excessos de oferta, ou seja, (ES_x - ES_y). A ordenada dessa nova curva correspondente a diferença vertical entre as duas anteriores. Com ela serão relacionadas a quantidade transacionada e a respectiva diferença de preços que prevaleceria entre as regiões *X* e *Y*.

Como o comércio inter-regional se dá enquanto $P_x - P_y \geq CT$, deve-se comparar as diferenças de preços (ordenada de ES_x - ES_y) com CT. Graficamente marca-se no diagrama uma linha horizontal de ordenada igual a CT (*Og* na Figura 4.4). Onde esta corta a curva (ES_x - ES_y) ter-se-á o ponto em que $P_x - P_y = CT$ (ponto U), cuja abcissa dará a quantidade comercializada de *Y* para *X*, ou seja, *Oh*.

[40] Haverá, evidentemente, uma queda da renda econômica recebida por esses recursos sem custo de oportunidade.

Na Figura 4.4, observa-se que se *CT = O*, a quantidade transacionada seria *Of*, onde (ES_x - ES_y) cruzar o eixo horizontal. Com *CT = Og* no exemplo, a quantidade transacionada será *Oh*. Outras informações de interesse são os preços regionais. Para tal projeta-se para cima o ponto *h* sobre as curvas ES_x e ES_y . P_y^* será a ordenada do ponto sobre ES_x e P_y^* a ordenada do ponto sobre ES_y.

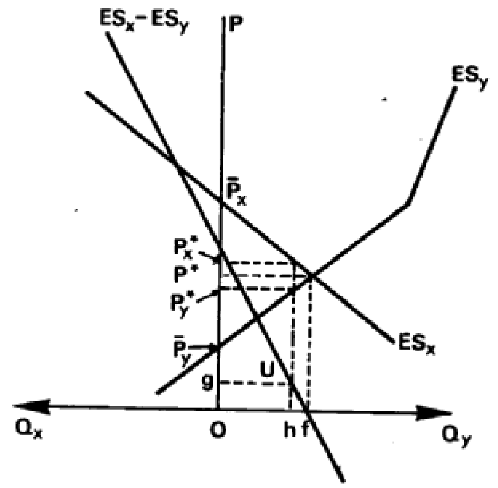

Figura 4.4. Efeito do custo de transferência sobre o comércio
FONTE: BRESSLER & KING, p.91.

As implicações das análises feitas sobre o comércio entre duas regiões são: (a) com comércio, a diferença de preços entre regiões tende a se reduzir, sendo o limite dado pelo custo de transferência, e (b) quanto maior o custo de transferência entre regiões, maior a diferença de preços que prevalecerá e menor a quantidade comercializada entre elas.

4.2.2. Modelos Multi-regionais

4.2.2.1. O Modelo e sua Solução

Com o objetivo de apenas introduzir a questão da alocação de produtos a partir de várias regiões produtoras para várias regiões de consumo, limita-se ao caso de modelos com produção e consumo regionais fixos (KING,1961 e BRESSLER & KING, 1970).

O modelo parte das hipóteses de que um produto homogêneo é produzido em quantidades predeterminadas em **m** pontos produtores e consumidos também em quantidades predeterminadas em **n** pontos consumidores. Os diversos pontos de produção e consumo são conectados por vias de transporte, a custos unitários também predeterminados. O objetivo do modelo é obter o padrão de comércio inter-regional que minimizará o custo total de transferência.

As informações predeterminadas são resumidas numa tabela como aparece na Tabela 4.1, na qual as colunas 1 a n representam as diferentes regiões de consumo e as linhas 1 a m as regiões de produção. A última coluna fornece a produção total de cada região (S_i) e a última linha o consumo total de cada região (D_j). No corpo da tabela aparecem os custos por unidade transportada de cada região produtora para cada região consumidora (C_{ij}).

Tabela 4.1. Informações para modelos multi-regionais.

Consumo Produção	1	2	...	*n*	S_i
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	S_1
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	S_2
:	:	:		:	
M	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	S_m
D_j	D_1	D_2	...	D_n	$\Sigma_i S_i = \Sigma_j D_j$

Fazendo-se X_{ij} corresponder ao fluxo (quantidade) de produto saindo da região *i* $(i = 1, 2,... m)$ e indo a região *j* $(j = 1, 2,...,n)$, o objetivo do modelo será minimizar o custo de transferência (C).

$$C=\Sigma_i \Sigma_j X_{ij} C_{ij} \qquad (4.1)$$

sujeito a

$$\Sigma_j X_{ij} \leq S_i ; \qquad i = 1,...,m \qquad (4.2)$$

$$\Sigma_i X_{ij} \geq D_j ; \qquad j = 1,...,m \qquad (4.3)$$

$X_{ij} \geq 0$ (4.4)

$\Sigma_i S_i - \Sigma_j D_j = 0$ (4.5)

Trata-se, pois, de determinar os fluxos X_{ij} que minimizem (4.1) sujeito a (4.2), (4.3), (4.4) e (4.5). Um exame destas restrições revela que existem ($m + n - l$) equações independentes, significando que se pode resolver apenas para ($m + n - l$) variáveis básicas.

A solução por tentativa do problema pode ser obtida de várias formas. Uma delas consiste em:

(a) Fazer $X_{ll} = min\ (S_l, D_l)$

(b) Selecionar o próximo elemento abaixo ou à direita de X_{ll}, conforme se tenha escolhido S_l ou D_l em (a) e completar com o máximo valor possível. Prosseguir sempre de cima para baixo e da esquerda para a direita até preencher (m + n - l) rotas.

(c) Caso as restrições sejam satisfeitas com menos de ($m + n - l$) valores de X_{ij} maiores do que zero, completar aquela cifra com volumes nulos de X_{ij} de forma a se poder examinar a economicidade da solução proposta.

(d) Para cada rota (i, j) incluída na solução tem-se $P_j - P_i = C_{ij}$, onde P representa o preço do produto em cada ponto. O conhecimento desses preços não é necessário para verificar se a solução proposta é ótima (minimiza o custo de transferência) ou não, pois esses preços podem ser transformados em diferenciais de preço em relação a uma determinada região k, tal que

$(P_j - P_k) - (P_i - P_k) = C_{ij}$, ou

$v_i - u_i = C_{ij}$

Como resultado $u_k = 0$ ou $v_k = 0$, conforme a região k seja de produção ou consumo. Logo, a partir de C_{ij} e u_k ou v_k determinam-se todos diferenciais de preços em relação à região k.

(e) Calcular os preços-sombra de cada rota, como sendo:

$P_{ij} = v_j - u_i$

que corresponde ao valor explícito (nas rotas escolhidas) ou implícito (nas rotas não escolhidas) que se deve pagar o produto fluir pela rota (i, j). Nota-se que, tratando-se de uma rota em uso, $P_{ij} = C_{ij}$. No caso de (i, j) ser uma rota não escolhida, o valor implícito pode exceder o custo efetivo (C_{ij}), sendo interessante a inclusão da rota em questão. Isto é detectado como se segue.

(f) Calcular o custo do uso das rotas não escolhidas:

$\varnothing_{ij} = C_{ij} - P_{ij}$

Se $\varnothing$ for positivo ou nulo para todo *i, j*, conclui-se que não é possível reduzir o custo global de transferência do produto. Entretanto, se para alguma rota (não escolhida) $\varnothing_{ij} < 0$, então o custo implícito atual é maior que o custo efetivo. Essa rota deve, portanto, passar a ser usada com redução no custo global.

(g) Entre as rotas não escolhidas que apresentaram $\varnothing_{ij} < 0$, escolher aquela que apresentar o maior valor absoluto de $\varnothing_{ij}$, a qual se deve alocar a maior quantidade possível, conforme será exemplificado abaixo.

(h) Somente após o desaparecimento de qualquer $\varnothing_{ij} < 0$ ter-se-á alcançado a solução ótima[41].

4.2.2.2. Um Exemplo Numérico

Seja o problema de transporte abaixo, onde *I*, *II* e *III* são regiões de consumo e *A* e *B* são regiões de produção; no corpo da tabela estão os custos de transferência.

	I	II	III	S_i
A	3	2	2	50
B	2	3	4	70
D_j	45	50	25	120

1° Passo: Obter umas solução inicial começando por colocar o máximo valor possível em *AI*, ou seja, fazer $X_{II} = 45$. Com isso atende-se plenamente a região *I*. Na região *A* permanece em excedente de 5 (50-45) que é alocado em *AII*, atendendo a região de produção *A*. Segundo a estratégia mencionada, passa-se a rota *BII* que recebe o máximo valor possível, ou seja, 45. Este valor é determinado como sendo o mínimo possível entre (50-5) e 70. Indo à direita preenche-se a rota *BIII* com oferta remanescente de *B* ou seja, 25 (70-45). Assim, serão preenchidas $(m + n - l)$, ou seja, 4 rotas.

[41] Para que haja uma única solução ótima, deve-se ter para toda rota não escolhida $\varnothing_{ij} > 0$. Se para uma ou mais rotas não escolhidas $\varnothing_{ij} = 0$, então haverá mais soluções ótimas envolvendo tais rotas. Restringindo-se às soluções de números inteiros, o número de soluções é finito, havendo uma solução para cada combinação de valores possíveis atribuídos as rotas não escolhidas com $\varnothing_{ij} = 0$.

	I	II	III	S_i
A	45	5	-	50
B	-	45	25	70
D_j	45	50	25	120

2° Passo: Determinar os diferenciais de preços u_i e v_j a partir de C_{ij} para as rotas utilizadas.

	I	II	III	u_i
A	3	2	-	-3
B	4	3	4	-4
v_j	0	-1	0	

No caso, tomou-se $v_3 = 0$, que, no presente exemplo, resulta em $v_I = 0$ também.

3° Passo: Calcular os preços-sombra P_{ij} para todas as rotas.

	I	II	III	u_i
A	3	2	3	-3
B	4	3	4	-4
v_j	0	-1	0	

4° Passo: Calcular o custo do uso das rotas não escolhidas $\varnothing_{ij} = C_{ij} .- P_{ij}$

	I	II	III
A	0	0	-1
B	-2	0	0

Conclui-se que a solução sugerida não é ótima, pois se observam dois valores negativos para $\varnothing_{ij}$. Passa-se ao segundo turno do problema com a inclusão da rota *BI* que apresentou o maior valor negativo de $\varnothing_{ij}$. Seja θ maior valor possível a incluir em *BI*. Essa inclusão provocará alterações em outras rotas de modo a se atender às restrições do problema. No caso, ao se incluir θ unidades em *BI*, deve-se retirar θ unidades de *AI* para não alterar a demanda global de *I*. Retirando θ de *AI* há que se inclui θ em *AII* para atender ao escoamento da produção de *A*. Além disso, a inclusão de θ em *AII* exige a exclusão de θ de *BII* para atender a demanda de *II*.

	I	II	III	S_i
A	45 - θ	5 + θ	-	50
B	θ	45 - θ	25	70
D_j	45	50	25	120

O exame da tabela anterior permite concluir que o maior valor atribuível a θ será 45. Valores maiores violariam o requisito de que todo $X_{ij} \geq 0$.

Após essas alterações, a nova solução proposta será:

	I	II	III	S_i
A	-	50	-	50
B	45	-	25	70
D_j	45	50	25	120

que representa apenas 3 rotas em uso, quando deveria apresentar $4(m + n - l)$.Trata-se de uma solução degenerada e, portanto, deve-se acrescentar uma rota com valor 0 à solução. Antes, porém, é interessante verificar que a degeneração impede o prosseguimento da análise da solução proposta.[42] Tenta-se pois, a partir da tabela anterior, determinar os valores de u_i e v_j.

	I	II	III	u_i
A		2		
B	2		4	-4
v_j	-2		0	

Ficam, portanto, indeterminados u_i e v_j. Para determinar esses valores, atribui-se o valor 0 para a rota *BII*.[43]

	I	II	III	u_i
A		2		-3
B	2	3	4	-4
v_j	-2	-1	0	

Para uma nova solução, os preços-sombra P_{ij} serão:

[42] Ver também THIERAUF & GROSSE, pp. 296-314.

[43] Como norma, cada solução proposta deve substituir apenas uma rota da solução anterior. No exemplo, a introdução de θ unidades em *BI* anula os fluxos *AI* e *BII*. Para não infringir a norma, arbitrariamente, se exclui *AI* e se mantém *BII*.

	I	II	III	u_i
A	1	2	3	-3
B	2	3	4	-4
v_j	2	-1	0	

e os custos $\varnothing_{ij}$ serão:

	I	II	III
A	2	0	-1
B	0	0	0

O que permite concluir que a segunda solução não é ótima, devendo-se incluir a rota *AIII*. Considere-se a inclusão de θ unidades nessa rota.

	I	II	III	S_i
A	-	50 - θ	θ	50
B	45	θ	25 - θ	70
D_j	45	50	25	

Pode-se verificar facilmente que $\theta = 25$ e a utilização das rotas passa a ser:

	I	II	III	S_i
A	-	25	25	50
B	45	25	-	70
D_j	45	50	25	120

Os preços sombras neste caso serão:

	I	II	III	u_i
A	1	2	2	-2
B	2	3	3	-3
v_j	-1	0	0	

e os custos do uso das rotas serão:

	I	II	III
A	2	0	0
B	0	0	1

Em função disso, conclui-se que a solução em questão é ótima. O custo global da transferência relativo a essa solução será:

$CT^* = 25(2) + 25(2) + 45(2) + 25(3) = 265$

Lembre-se que a solução inicialmente proposta envolvia os seguintes fluxos e os seguintes custos de uso ($\varnothing_{ij}$):

	I	II	III
A	45/0	5/0	- /-1
B	- /2	45/0	25/0

e o seu custo global correspondia a

$CT_0 = 45(3) + 5(2) + 45(3) + 25(4) = 380$

Nota-se também que a diferença entre CT_0 e CT^* é de 115 que corresponde ao produto das quantidades incluídas em *BI* e *AIII* - não utilizadas na solução inicial - pelos respectivos custos de uso na solução inicial. Ou seja,

$CT^* - CT^0 = 45(-2) + 25(-1) = -115$

Consta-se assim que o custo de uso de qualquer rota corresponde à variação que ocorrerá no custo global da solução em análise por unidade de produção colocada nessa rota.

4.2.2.3. Conclusões e Comentários

Convém a esta altura examinar o alcance do modelo utilizado nesta seção. Trata-se de um procedimento que minimiza o custo global de transferência. Pode-se verificar que o padrão de transferência por ele apontado é o que prevaleceria num mercado de competição perfeita. Por inspeção, no exemplo dado, se verifica que produtores não poderiam aumentar suas receitas vendendo a regiões consumidoras alternativas. Verifica-se também que os consumidores não poderiam receber o produto a menores preços de mercados alternativos. Trata-se de uma solução ótima para produtores e consumidores.[44]

Embora se saiba que a otimização mencionada verificar-se-ia numa economia funcionando em competição perfeita, no mundo real é mais fácil imaginar que a alocação de mínimo custo seja obtida numa economia centralizada. Isto é, se tal economia realmente conseguisse minimizar o custo de transferência, ela estaria obtendo exatamente o mesmo resultado de uma economia competitiva.

Uma importante limitação do modelo discutido decorre do fato de que sejam fixas as quantidades produzidas e consumidas regionalmente.[45] Por essa razão deve-se considerar como sendo de curto prazo as soluções ótimas obtidas. Em circunstância em que produção e consumo se ajustem aos preços dos produtos, outras alternativas de otimização deveriam ser procuradas (BRESSLER & KING).

Há ainda um problema de ordem metodológica que deve ser comentado. Trata-se da questão relativa a se o padrão sugerido pela otimização deve ou não ser utilizado para avaliar a eficiência e promover alterações no mundo real. Como os modelos envolvidos não estão sujeitos a testes, seus resultados são extremamente dependentes das suas pressuposições e do conjunto particular de dados utilizados. Uma recomendação razoável seria que o modelo produzisse a realidade mediante ajustes de pressuposições e dados, para, posteriormente, ser utilizado na análise do impacto de mudanças nos dados do problema. Poderiam, pois, ser examinadas questões tais como efeitos de alterações em certos custos de transporte, nos excedentes regionais, etc.

4.3. Função de Custo de Transferência[46]

A transferência espacial de produtos agrícolas envolve mais do que seu transporte propriamente dito. Entre as atividades envolvidas na transferência podem ser incluídas: coleta do produto a partir de fazendas relativamente atomizadas; reunião em terminais de transporte onde serão realizadas operações de carregamento, etc.; transporte para maiores centros de consumo ou exportação; nos centros de consumo, realizam-se ainda as distribuições para unidades atacadistas e varejistas. O custo de transferência envolve, pois o custo de transporte - diretamente relacionado à distância percorrida - e o custo terminal - invariável com a distância.

O custo de transporte envolve, portanto, os itens: combustíveis, lubrificantes, reparos, depreciação associada a distância. O custo terminal inclui juros sobre capital (veículos, instalações), depreciação não associada à distância (instalações por exemplo), gastos com carregamento, descarregamento e serviços administrativos e burocráticos.

[44] Examinando-se a solução ótima encontrada, verifica-se que se A vendesse a *I* "receberia" um valor $u_I = 1$ ao invés de *-1*. Não vale a pena para ninguém usar a rota *AI*. O mesmo se passa com a rota *BIII*.

[45] Notar que não há limitação no fato de que a soma dessas quantidades produzidas e consumidas sejam iguais. Na verdade tal igualdade é obtida como meio de solucionar o problema através da criação de regiões consumidoras ou produtoras fictícias, conforme o caso.

[46] Baseado em BRESSLER & KING, pp. 108-110.

A função de custo de transferência relaciona o custo por unidade transferida à distância percorrida. Dados sobre o custo unitário de transferência e distância permitiram a estimação de uma função que provavelmente possuiria uma interseção positiva (custo terminal) e derivada primeira positiva(custo de transporte por quilometro).

É sempre importante distinguir o custo para o prestador de serviços (ou transportador) dos custo para o usuário, isto é, a despesa cobrada pelo transportador. BRESSLER & KING sugerem quatro formas para a função de custo de transferência. As funções *A* e *B*, na Figura 4.5,seriam representativas para o caso de custo para o usuário. No primeiro caso seria cobrada uma taxa fixa para qualquer distância; no segundo, haveria cobrança por zona. Essas são situações encontradas, por exemplo, nos serviços de correio e de fretes ferroviários. Os casos *C* e *D* representariam os custos para o transportador. No caso *C*, tem-se simplificadamente uma linha reta ascendente com interseção positiva para a qual se mantém constantes todos os fatores associados a transferência (tamanho e tipo de equipamentos). A função *D* resultaria de uma mudança nos equipamentos utilizados no sentido de adequá-los a distância a ser percorrida.

É sabido que, além da distância, vários fatores influenciam o custo de transferência. Entre eles podem-se mencionar: (a) condições de estrada e topografia; (b) tipo de veículo utilizado, cada qual representando funções de custo típicas; (c) mudanças na tecnologia de transporte, como, por exemplo, a seqüência de modalidades de transporte por via térrea, asfáltica, por ferrovias modernas, aerovias; há ainda as mudanças como transporte a granel, refrigerado, etc.; (d) características do produto, como volume, perecibilidade, segurança necessária, uso ou não de embalagem.

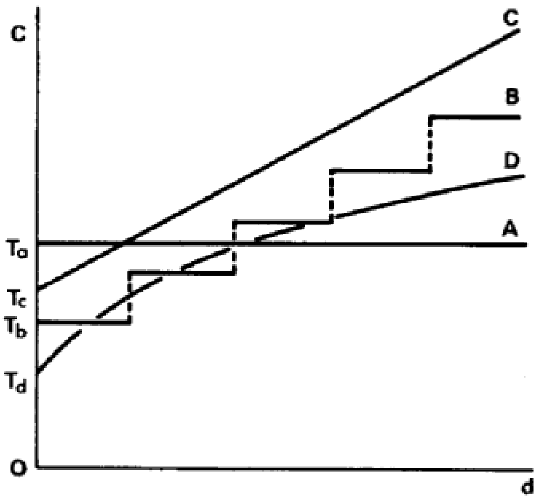

Figura 4.5. Distância e custo de transferência.
Fonte: BRESSLER & KING, p. 109.

Certos itens de custo para o usuário, embora fundamentais, podem não fazer parte do custo para o transportador nem das despesas cobradas ao usuário. Entre elas estão as perdas de produto (em qualidade e quantidade), que nas condições brasileiras são bastante significativas. Outro item refere-se ao grau de morosidade do transporte que nas condições brasileiras também oneram bastante o custo de transferência para o usuário. A demora no transporte aumenta o custo do capital empatado na forma de produto e tem sido relevante especialmente no caso do transporte ferroviário. Mesmo o transporte rodoviário, na época das safras, costuma ter seu custo elevado pela morosidade nas operações terminais tanto nas cooperativas, unidades armazenadoras, como nos portos para embarque[47].

No que se refere especificamente à modalidade de transporte, parece prevalecer uma regra básica: em geral, quanto mais sofisticado o meio de transporte, maiores os custos terminais e menores os custos operacionais unitários por quilometro (inclinação da curva). A justificativa para tal constatação é a seguinte. Por um lado, veículos com capacidade maior[48] não implicam em investimentos proporcionalmente maiores. Por exemplo, um caminhão *A* com o dobro da capacidade de um caminhão *B* custa menos do que o dobro do valor deste. Assim, custos unitários, tanto fixos como variáveis, decresceriam com a capacidade. Por outro lado, no entanto, outros custos terminais, principalmente carregamento e descarregamento, associados às operações de coleta e entrega, tendem a aumentar com a capacidade por envolverem pequenos percursos, com muitas paradas e baixa velocidade.

A Figura 4.6 mostra que variações nas modalidades de transporte resultam em custos de transferência que crescem a taxas decrescentes com a distância, como a curva *OTUVX*. Mostra também as zonas *Oa, ab,* e além de *b*, a serem servidas com diferentes modalidades de veículos[49]. Os custos unitários para cada distância são dados pelas ordenadas *OTUVX*. Deve-se observar que a Figura 4.6 não se refere à mudança de modalidade de veículo durante o percurso, mas à utilização desde a origem de um veículo apropriado (mais eficiente) para a distância a ser percorrida.

[47] O transporte na safra é feito também a taxas maiores em conseqüência da maior demanda por esse serviço.

[48] Em geral, o veículo de maior capacidade é considerado mais sofisticado por ser contratado para utilização em condições especiais. Por exemplo, grandes caminhões serão usados somente em via asfáltica.

[49] Por exemplo, no trecho *Oa* seria usado caminhão pequeno; no trecho *Ob* seria empregado caminhão grande; para distâncias superiores a *ob* seria utilizado o trem.

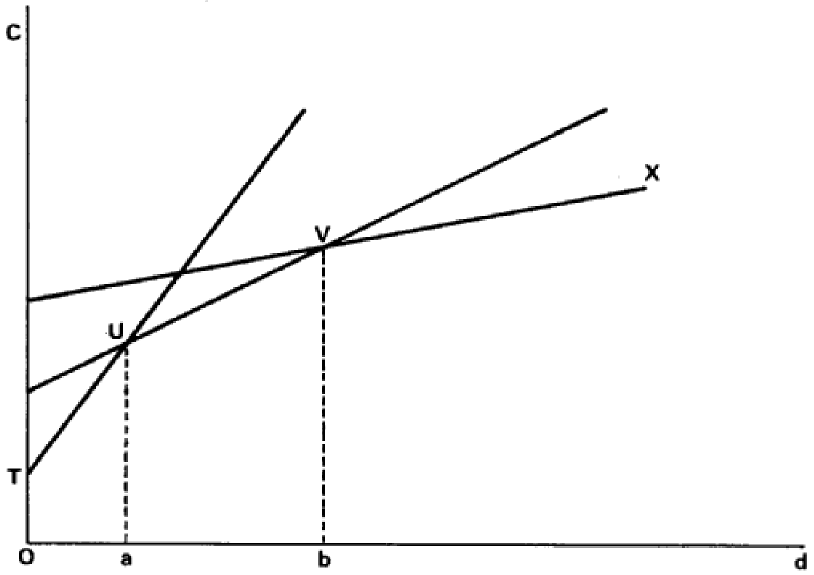

Figura 4.6. Custo de transferência com várias modalidades de transporte.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 115.

Em muitas situações, a transferência se dá mediante combinação de modalidades de veículos. Apenas para ilustrar a questão, imagine-se que um dado produto deve inicialmente ser coletado nas unidades de produção, operação essa que envolve 30 quilômetros (Km). Após essa distância, há disponível uma rodovia asfaltada conduzindo a uma ferrovia a 100 Km da origem. Admita-se que: (a) a modalidade a ser usada na coleta na zona rural (primeiros 30 Km) é um caminhão pequeno com custo unitário terminal de 10 e custo unitário de transporte de 5 por Km; (b) o transbordo do produto do caminhão pequeno para o grande custa 30 por unidade; (c) o custo de transporte do caminhão seja de 2 por Km; (d) o transbordo caminhão-trem seja de 40 por unidade; e (f) o custo de transporte no trem seja de 1 por unidade por Km. Pretende-se determinar a forma do custo de transferência neste caso.

Deve-se notar que até 30 Km, a operação de coleta será feita em caminhão pequeno, com custo de transferência igual a $C_1 = 10 + 5d$. Ao final dos 30 Km há disponibilidade de caminhão maior, com custo de $C_2 = 30 + 2d$; porém, há a opção de prosseguir na modalidade anterior (sem transbordo) enquanto for viável economicamente. Assim, no 30º Km, deve-se comparar o custo de prosseguir no caminhão pequeno, ou seja, $5d$, ou passar para o caminhão maior, ou seja, $30 + 2d$. A opção melhor será prosseguir no caminhão menor enquanto $5d \leq 30 + 2d$, isto é, até $d \leq 10$ Km. Conclui-se que se o produto for levado até a distância de 40 Km não deve haver transbordo; se a distância for maior do que isso, faz-se o transbordo no 30º Km.

O produto poderá ser, a seguir, levado de caminhão grande até o 100º Km e ser transferido para trem ou prosseguir no mesmo caminhão, enquanto for viável economicamente. Desta feita, prossegue-se no caminhão enquanto $2d \leq 40 + d$ ou $d \leq 40$. Portanto, o produto prossegue no caminhão se se destinar a uma distância inferior a 140 Km, ou será transferido para o trem, no 100º Km se se destinar a uma distância superior a 140 Km. A Figura 4.7 ilustra o problema em questão. Notar que embora se use o caminhão pequeno até 40 Km, o transbordo para o caminhão grande (mais eficiente entre 40 Km e 140 Km) se dá no 30º Km. Da mesma forma, embora o trem leve o produto para distâncias maiores que 140 Km, o transbordo para o mesmo se dá no 100º Km.

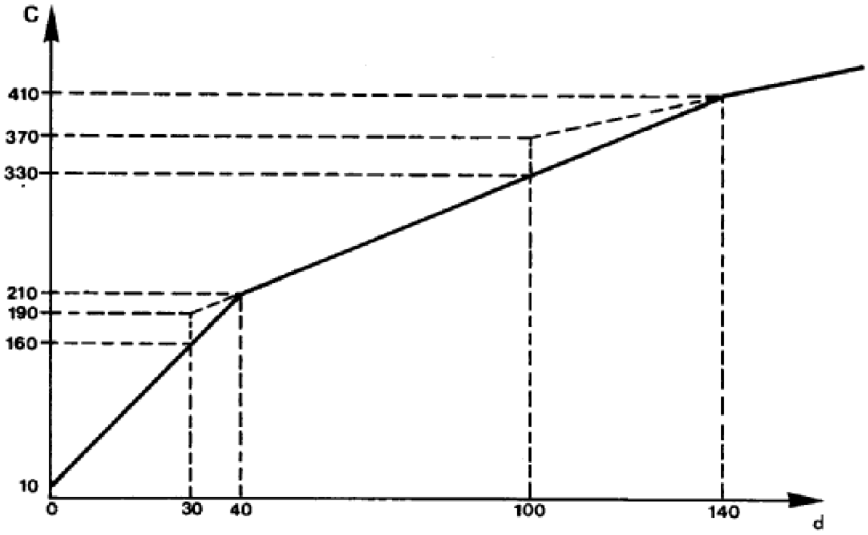

Figura 4.7. Custo de transferência com combinação de várias modalidades de veículos.

Encerrando-se esta seção, deve-se mencionar, ainda que rapidamente, o problema da fixação de taxas para cobrança dos serviços de transporte. Em certas situações, a determinação do custo de transferência para cada cliente e sua cobrança individual podem ser demasiadamente custosas (custos administrativos) a ponto de essa determinação ser antieconômica. Opta-se, assim, pela cobrança por zonas, de forma a reduzir os custos terminais. A Figura 4.8 ilustra a questão[50]. A reta *CR* representa o custo real de transporte exceto os custos da cobrança individual das despesas (não incluindo o custo da cobrança de taxas). CR^* inclui o custo dessa cobrança e, no exemplo, é maior do que a taxa *T* cobrada dos clientes num esquema de despesas por zona.

[50] Na Figura 4.8, a curva representativa das taxas é tal que as áreas acima e abaixo de CR são iguais.

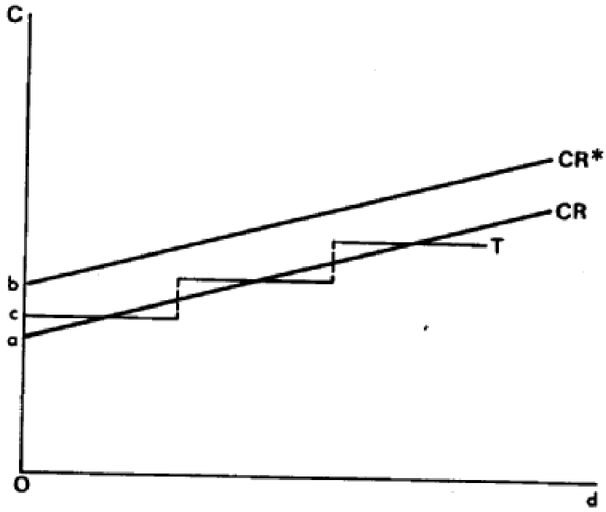

Figura 4.8. Custo de transferência e taxas de frete.

Na Figura 4.8, a distância *ab* representa o adicional nos custos administrativos para determinação e cobrança individual do custo de transferência. Sempre que $Ob > Oc$ (como na figura) todos os clientes preferirão o sistema de cobrança de taxas por zona. Se, entretanto, $Oa < Ob < Oc$, parte dos clientes preferirá a cobrança do custo total CR^*, pois, por estarem mais próximos dos limites inferiores das zonas, estarão na verdade subsidiando os clientes localizados mais próximos dos limites superiores.

4.4. Preços Locais e Limites de Mercados

4.4.1. Superfície de Custo de Transferência[51]

Teoricamente, concebe-se a superfície de custo de transferência como o padrão de custo de transferência formado a partir de um mercado circundado por pontos dispersos de produção. Considerando uma área uniforme e plana, a superfície mencionada pode ser vista transversalmente (Figuras 4.9 (a) e 4.9 (b)) e projetada num plano (Figuras 4.9 (a') e 4.9 (b')).

As Figuras 4.9 (a) e 4.9 (a') foram construídas admitindo-se uma função linear de custo de transferência, enquanto nas Figuras 4.9 (b) e 4.9 (b') admite-se uma função curvilinear. Em ambas as figuras, o ponto *M* representa o mercado para o qual se transporta o produto a partir da área ao seu redor. Os valores de CT_1 a CT_4 são níveis eqüidistantes de custo de transferência. Em 4.9 (a') tem-se círculos

[51] Baseado em BRESSLER & KING, pp. 111-114.

concêntricos eqüidistantes, enquanto em 4.9 (b') os círculos se afastam cada vez mais do centro em decorrência da curvatura da função de custo em 4.9 (b).

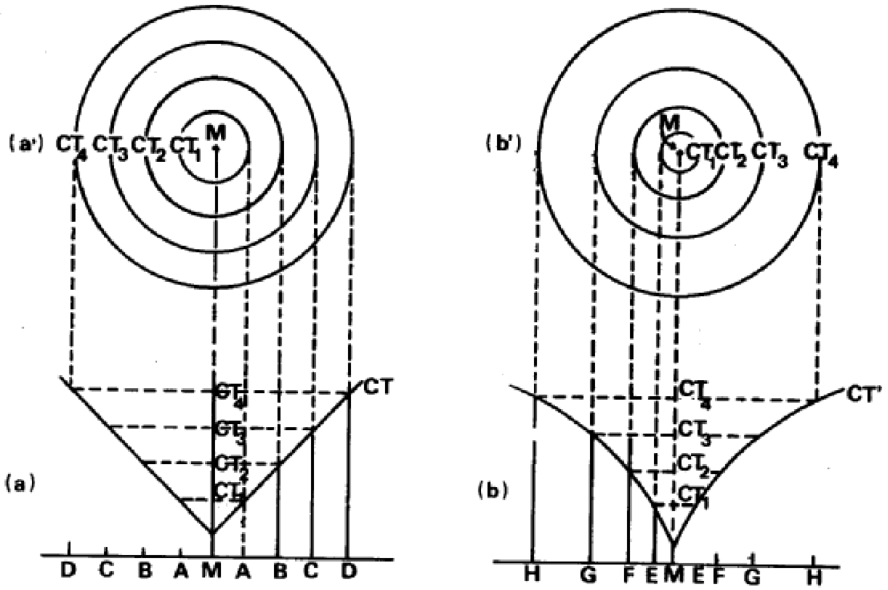

Figura 4.9. Superfícies de custo de transferências.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 112.

Na Figura 4.9, as superfícies de custo de transferência projetadas no plano resultam em círculos concêntricos, cada qual denominado de contorno de isocusto, uma vez que representam os pontos do plano de igual custo de transferência para o mercado em questão.

Evidentemente, o grau de realismo da superfície teórica apresentada depende da correlação entre a distância em linha reta do mercado aos pontos de produção e a distância real pelas rotas disponíveis. No mundo real a disponibilidade de rotas apenas em determinadas direções distorcem a simetria apresentada na Figura 4.9. Entretanto, os princípios ilustrados através dessa figura são relevantes para análises de questões relacionadas ao transporte.

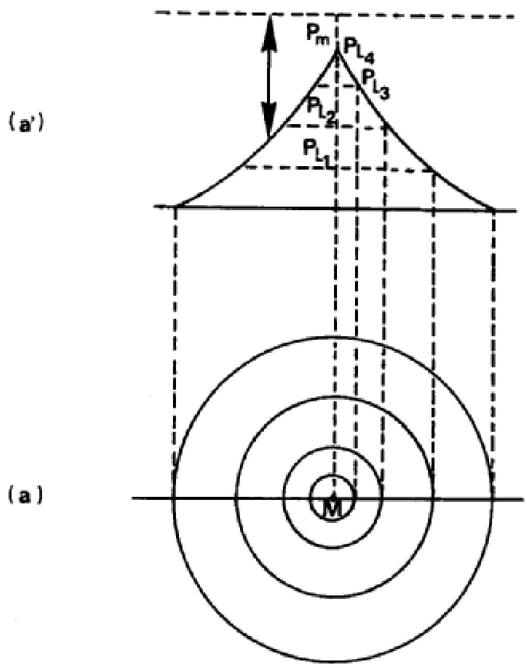

Figura 4.10. Superfície de preços locais com produção dispersa.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 126.

4.4.2. Superfícies de Preços Locais[52]

Em virtude do padrão de custos de transferência de produtos das suas regiões de origem para o mercado, estabelece-se um padrão de preços nos diferentes locais de produção em relação a esse mercado. Generalizando, em torno de cada mercado forma-se um padrão de preços, de tal forma que cada região de produção é caracterizada por diferentes níveis de preço cada qual correspondendo a um dado mercado comprador.

Considere-se um dado mercado. Preço-local é o preço do produto num determinado lugar; é obtido pela diferença entre o preço nesse mercado e os custos de transferência desse lugar ao mercado.

Para simplificar, considera-se um mercado circundado por áreas produtoras de um certo produto. Então para qualquer região de produção o preço-local (P_L) e o preço de mercado (P_m) relacionam-se ao custo de transferência (*CT*), que, por sua vez, é uma função *f(d)* da distância (*d*) envolvida; ou seja:

---

[52] Texto baseado em BRESSLER & KING, pp. 124-129.

$P_L = P_m - CT = P_m - f(d)$

Assim como no caso dos custos de transferência, fala-se também na superfície de preços locais, que pode ser vista transversalmente e projetada no plano (Figura 4.10). Em 4.10 (a'), tem-se a vista transversal, onde se percebe, em qualquer local, que a distância vertical entre P_m e P_L é o custo de transferência desse local ao mercado. Mesmo áreas adjacentes ao mercado apresentam P_L diferindo de P_m pelo custo terminal[53].

Na Figura 4.10, apresentam-se vários níveis de preços-locais. A cada nível de preço correspondente, na parte (a) da figura, uma curva de isopreço, que é o conjunto de pontos de produção que possuem o mesmo preço-local em relação ao mercado considerado. Na Figura 4.10 (a'), percebe-se que os preços locais decrescem a taxas decrescentes em razão de os custos de transferência - diferença vertical entre P_m e P_L - crescerem a taxas decrescentes. Em decorrência, para variações iguais de preços-locais, de tal forma que $P_{L2} - P_{L1} = P_{L3} - P_{L2} = P_{L4} - P_{L3}$, as curvas de isopreço se afastam uma das outras à medida que se distanciam do mercado.

Conhecidas as superfícies de preços-locais referentes a vários mercados, cada unidade de produção colocará seu produto naquele mercado que lhe oferece o maior preço-local. Embora o custo de produção não afete a decisão relativa a onde colocar o produto, ele será importante para a decisão quanto a produzir ou não o produto em questão. A produção ocorrerá sempre que o preço-local for igual ou maior do que o custo variável médio mínimo.

A Lei das Áreas de Mercado (BRESSLER & KING, p. 126) estabelece o limite entre dois mercados (A e B) para um dado produto. Esse limite é dado pelo conjunto de pontos para os quais os preços-locais, derivados dos preços dos dois mercados, são iguais; ou seja, no limite,

$P_{LA} = P_{LB}$

ou ainda

$P_{mA} - CT_A = P_{mB} - CT_B$

onde P_L é o preço-local, P_m é o preço de mercado e CT é o custo de transferência.

Dito de outra forma, no limite entre os mercados A e B:

$P_{mA} - P_{mB} = CT_A - CT_B$

Essa igualdade permite que se visualize melhor os limites entre mercados. Considere-se dois mercados de preços iguais: $P_{mA} = P_{mB}$. Assim, no limite de dois mercados $CT_A = CT_B$ e se as funções de custo de transferência forem iguais para os dois mercados, esse limite será uma reta formada de pontos eqüidistantes dos mercados (Figura 4.11)[54].

[53] Na Figura 4.10, vê-se que $P_L = P_m$ - *custo terminal*, ainda que o produto não tenha saído do mercado.

[54] Notar que na Figura 4.11, as circunferências de mesmo diâmetro representam pontos de preços locais iguais.

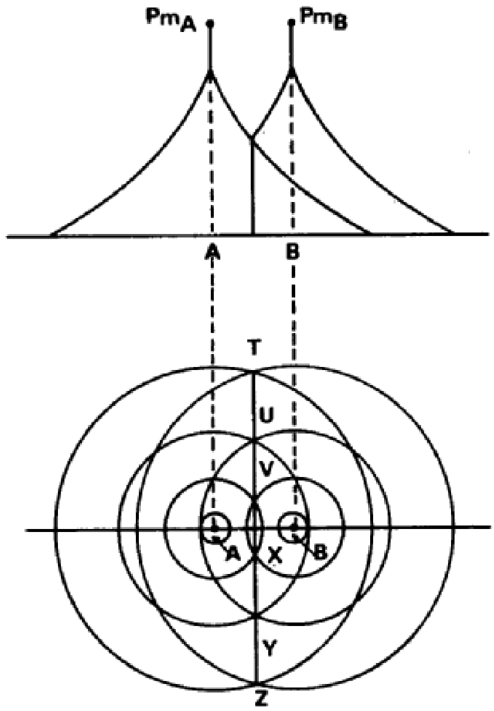

Figura 4.11. Limite entre duas áreas de mercados com preços iguais.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 128.

Na Figura 4.11, a reta *TUVXYZ* é a projeção no plano de um corte transversal nas duas superfícies de preços locais. Esse corte tem a forma de uma curva posicionada verticalmente ao segmento *AB*. Os pontos dessa curva possuem ordenadas variáveis e conforme ela se afasta lateralmente do segmento *AB* (mantendo-se eqüidistantes de *A* e *B*) as ordenadas tornam-se menores. Isto é, os preços locais - dados por essas ordenadas - diferem ao longo do limite *TUVXYZ.*

Considere-se agora que $P_{mA} > P_{mB}$. Então no limite $CT_A > CT_B$ e, sendo iguais as funções de custo de transferência, nesse limite as distâncias a *A* são maiores do que a *B*. Em outras palavras, o limite é empurrado para perto de *B*, significando que a área que abastece o mercado *A* é maior agora em relação a situações de preços iguais (Figura 4.12)[55].

[55] Notar que na Figura 4.12 as circunferências de mesmo diâmetro não correspondem a preços locais iguais. Na verdade, na sua construção, considerou-se que o preço-local referente a cada circunferência em *A* é igual ao preço-local da circunferência em *B* imediatamente menor.

Na Figura 4.12, $P_{mA} > P_{mB}$ e sendo iguais as funções de custo de transferência, os pontos em que se cruzam as curvas de isopreço de mesmo nível para os dois mercados se posicionam de modo a iniciar um envolvimento do mercado *B*, conforme indica a curva *TUVXY*. Essa curva é formada pelas projeções de pontos de preços locais iguais para os dois mercados. Como no caso anterior, ao longo de *TUVXY* esses preços diferem entre si, atingindo o máximo sobre o segmento *AB*.

É importante lembrar que os pontos sobre o limite de mercado, neste caso, situam-se mais próximos de *B*, o mercado de menor preço, porque no referido limite, para se ter preços-locais iguais, $CT_A > CT_B$. Esse limite entre mercados, é também chamado de **Hipérbole Econômica**, por ser uma curva caracterizada por pontos cuja diferença de custos de transferência aos mercados é constante. Como se sabe, essa diferença é igual à diferença entre os preços P_{mA} e P_{mB}.

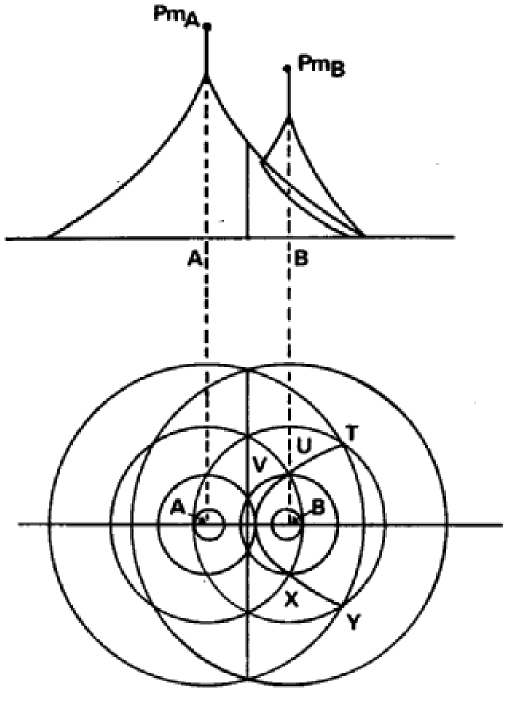

Figura 4.12. Limite entre duas áreas de mercado com preços diferentes.
FONTE:BRESSLER & KING, p. 128.

Há casos em que o limite se aproxima bastante de um dos mercados, por causa da diferença de preços, podendo ocorrer, inclusive, um envolvimento completo do mesmo. Nesses casos, o mercado de preço maior receberá o produto não só de regiões entre os dois mercados como também de regiões além do mercado de menor preço (Figura 4.13).

Na Figura 4.13, o mercado *B* somente recebe o produto de uma área delimitada pelos pontos *C* e *D*. Em regiões à direita de *D*, conforme se pode observar, os preços locais do mercado *A* são maiores do que aqueles do mercado *B*. Essas regiões estão, pois, na área do mercado *A*.

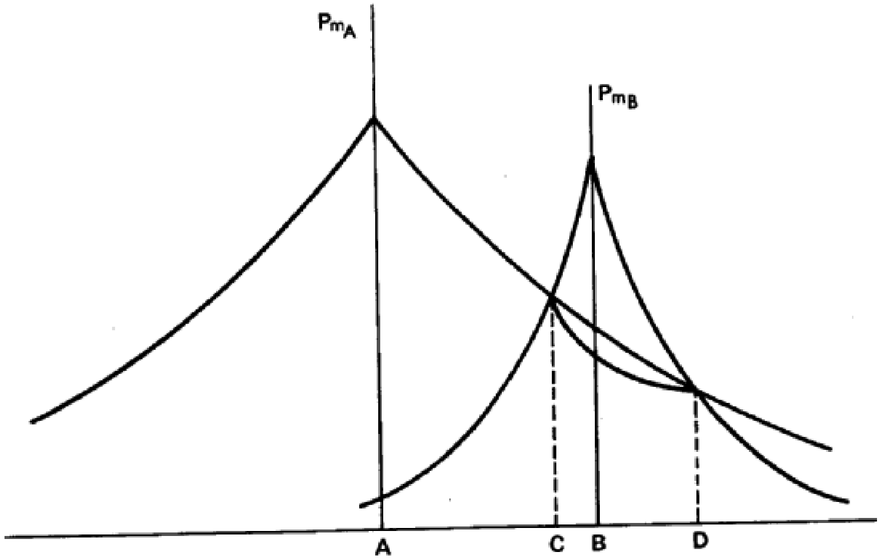

Figura 4.13. O envolvimento de um mercado pelo outro.

4.5. Arranjos Espaciais da Atividade Econômica[56]

Até a seção anterior, considerou-se a distribuição de apenas um produto entre mercados alternativos. Trata-se agora do caso de vários produtos que podem ser produzidos numa mesma região. À guisa de simplificação, admite-se que a terra é o único fator de produção fixo na região. Os demais recursos acham-se disponíveis em quantidades ilimitadas, a preços conhecidos e iguais para todas as regiões. Ao final da seção admite-se que a terra varia em qualidade de região para região.

4.5.1. A Superfície das Rendas-Locais

Não se pode fazer comparação direta entre preços-locais para diversos produtos quando os insumos usados por unidade de produto variam de produto para produto. Para fazer comparação entre

[56] Texto baseado em BRESSLER & KING, pp. 331-342.

produtos é necessário transformar preços-locais numa medida de retornos líquidos anuais por unidade de terra. Renda-local (ou renda devido à localização ou renda econômica) é usada para descrever essa medida. Renda-local é o retorno máximo por unidade de terra e é expressa como a diferença entre receita (preço-local vezes produção) e despesas com recursos usados na produção. A renda-local não é limitada à renda da terra no sentido de um pagamento por um recurso usado na produção. Ela representa o retorno a todas as características do local e que não podem ser reproduzidas em qualquer outro lugar a um custo nulo. Se no processo produtivo, outro fator além da terra for fixo, a renda local incluirá a remuneração a esse fator.

A Figura 4.14 está dividida em três partes. A primeira parte mostra os preços-locais como uma função da distância ao mercado. A segunda mostra os custos médio e marginal; eles não incluem pagamento algum ao fator terra. Na terceira parte apresenta-se a situação a nível agregado. Pressupõe-se que as relações de custo apresentadas na segunda parte são apropriadas para qualquer localização da produção.

Uma fazenda localizada a *OX* do mercado terá um preço local *OC* e, portanto, produzirá uma quantidade *O'f* dada pelo ponto de igualdade entre preço-local e custo marginal. Assim os retornos líquidos por ha são maximizados (*C G H I*). À medida que o preço de mercado varia, o preço-local variará pelo mesmo montante (de modo a manter a mesma diferença que representa os custos de transferência). Mudanças no preço de mercado alteram o volume produzido. Essas alterações são dadas pela curva de custo marginal (CM_a). Para se relacionar mudanças na produção com mudanças no preço de mercado, tem-se de elevar a curva de custo marginal pelo montante dos custos de transferência (*CT*). Isso é feito na terceira parte da figura anterior, onde se obtêm as curvas de custo marginal transferidas. Notar que nessa parte tem-se no eixo horizontal *Q* que corresponde ao produto global de mercado, sendo representado, porém, em escala reduzida em relação à parte anterior da figura.

Fazendas mais distantes do mercado teriam suas curvas de custo marginal transferidas mais elevadas que as mais próximas. Na figura anterior, fez-se isso para três fazendas que representariam o total da produção[57]. A soma horizontal dessas curvas dará a curva de oferta do mercado (*S*). Agora só resta adicionar ao gráfico a curva de demanda do mercado *(D)* para se obter o preço de mercado, que deve ser o mesmo da primeira parte da figura.

Na Figura 4.15 mostra-se a distribuição espacial das rendas-locais (retornos líquidos por unidade de terra). Elas tendem a cair à medida que a distância aumenta, podendo-se chegar a um ponto como **c**, onde essa renda é nula (preços-locais iguais ao custo variável médio mínimo). Terras localizadas daí para a frente não produziriam esse produto para venda no mercado considerado.

[57] Na Figura 4.14, terceira parte, a curva de custo marginal mais baixa, inicia-se no ponto correspondente ao menor custo médio (*CMe*) acrescida do custo de transferência (*CT*).

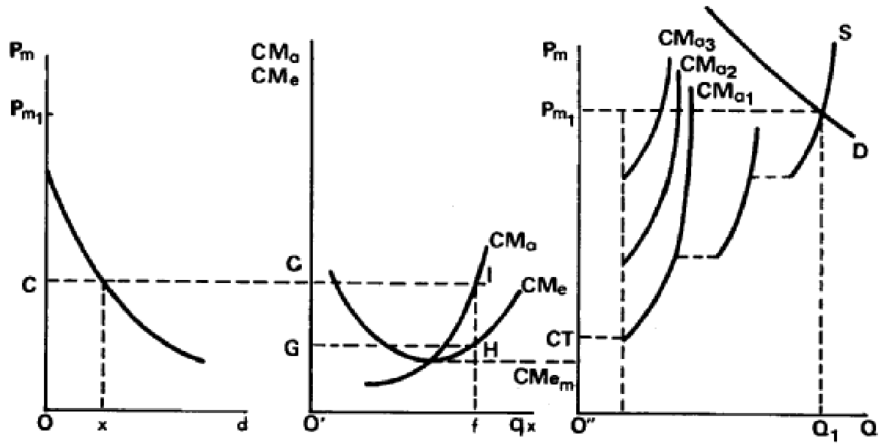

Figura 4.14. Preços-locais e a determinação da oferta de mercado.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 333.

Da discussão anterior depreende-se que a estrutura de rendas-locais depende da demanda de mercado, dos custos de produção excluindo a terra, e dos custos de transferência do produto. Mudanças no preço de mercado vão alterar para baixo ou para cima toda a estrutura de renda. Se os preços dos insumos também aumentarem com a distância, o nível das curvas de custo subirá e o decréscimo das rendas será ainda mais rápido com a distância. Finalmente, diferenças na qualidade das terras (até aqui tidas como homogêneas) alterarão as relações insumo-produto e darão lugar a diferenças de renda para qualquer distância dada. Essas diferenças atribuídas à terra propriamente dita (para um mesmo local) resultam nas chamadas rendas de Ricardo. No mundo real, a renda da terra é uma combinação desses dois elementos - renda devida à localização e renda devida à qualidade. Além disso, é preciso não esquecer que a renda da terra, ao lado da taxa de juros, determina o preço de mercado da terra. Assim, a tendência é se observar o custo médio total, inclusive remuneração à terra, igualar-se ao preço local. Por exemplo, na Figura 4.14, segunda parte, ao custo médio *O'G*, referente ao produto produzido a uma distância *OX*, seria acrescentada uma remuneração à terra de *CG*, equivalente a renda da terra por unidade produzida, para se chegar ao custo médio total. Como este último, sob competição perfeita, tende a igualar-se ao preço-local, torna-se de certa forma redundante a sua determinação[58].

[58] Ver FRIEDMAN, p. 118.

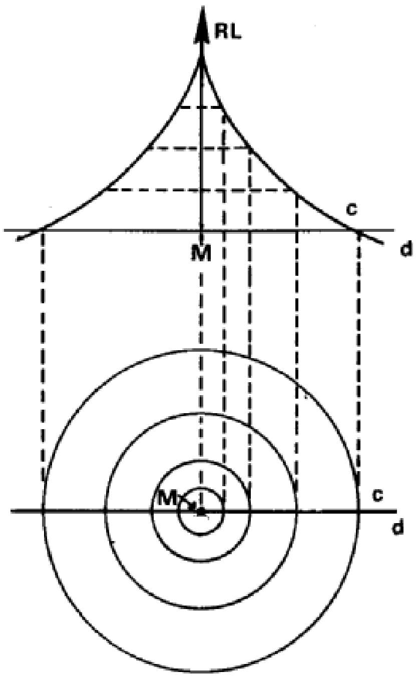

Figura 4.15. Renda-local e sua distribuição espacial.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 335.

4.5.2. O Caso de Vários Produtos e o Efeito da Qualidade da Terra[59]

Nesta seção considera-se o caso de vários produtos alternativos. Cada produto apresentará diferente estrutura geográfica de renda e, assim, terá potencial diferente para competir por terra de qualquer qualidade e localização. Em primeiro lugar, há o efeito da demanda de mercado pelo produto. Além disso, a estrutura de renda variará de produto para produto, em parte, devido a suas características de volume, perecibilidade e outros fatores que afetam o custo de transferência. Outro fator que influencia a estrutura de renda é a adaptabilidade do produto à terra.

A introdução de diferenças em qualidade de terra destrói a simetria das zonas de produção ao redor do mercado, mas os efeitos da localização e dos custos de transporte permanecem.

Considera-se três produtos (1, 2 e 3) e três qualidades de terra (*A, B, C*); produto 1 é o que tem rendimento por unidade terra com menor peso. Os produtos 2 e 3, nessa ordem, têm rendimento mais pesados (Ver Tabela 4.2).

[59] Ver BRESSLER & KING, cap. 17.

Tabela 4.2. Efeitos da qualidade e da localização sobre o uso da terra.

	Terra A			Terra B			Terra C		
	Produto			Produto			Produto		
	1	*2*	*3*	*1*	*2*	*3*	*1*	*2*	*3*
Rendimento (Kg/ha)	*30*	*60*	*80*	*40*	*50*	*70*	*25*	*70*	*90*
Preço de Mercado	*4*	*3*	*2,5*	*4*	*3*	*2,5*	*4*	*3*	*2,5*
Receita Bruta /ha	*120*	*180*	*200*	*160*	*150*	*175*	*100*	*210*	*225*
Custo /ha	*20*	*40*	*50*	*15*	*30*	*40*	*20*	*35*	*50*
Receita Líquida /ha	*100*	*140*	*150*	*145*	*120*	*135*	*80*	*175*	*175*
Custo de Transporte /Km	*3*	*6*	*8*	*4*	*5*	*7*	*2,5*	*7*	*9*

A seguir pressupõe-se que a função de custo de transporte é linear (10 centavos por Kg) e determinam-se as estruturas das rendas locais por produto e por qualidade de terra.

Para determinar a organização das zonas de produção em torno do mercado, as rendas locais para os produtos 1, 2 e 3 são calculadas, verificando-se o intervalo de distância mais favorável para cada produto. A renda-local é calculada subtraindo da receita-líquida por ha a preço de mercado o custo de transferência do volume produzido por ha, conforme mostrado acima (ver Figura 4.16).

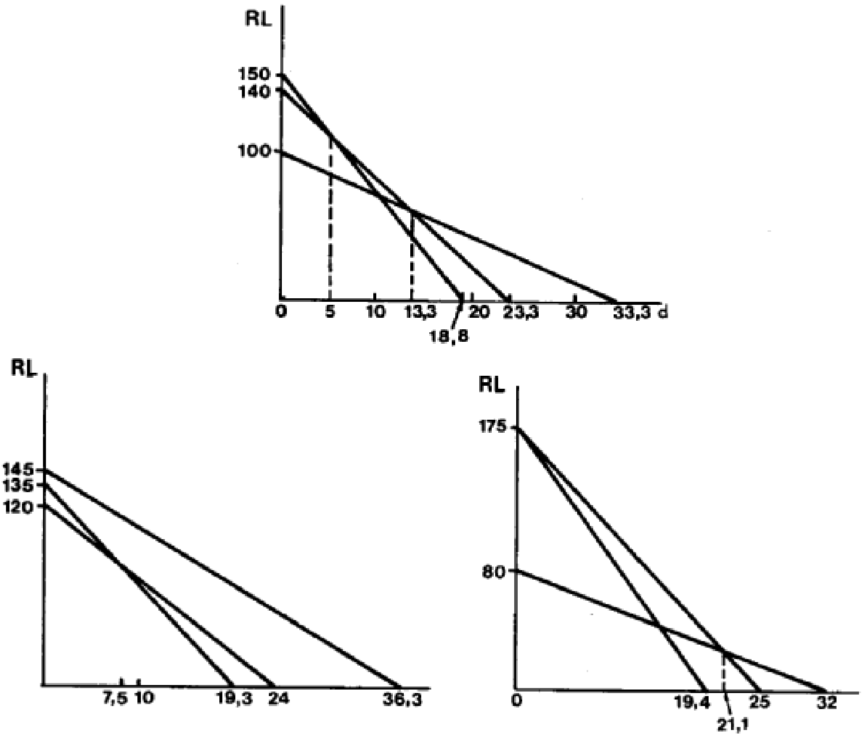

Figura 4.16. Determinação das zonas de produção em terras de qualidades diferentes.

Examinando a Figura 4.16, e complementando-a com simples álgebra, verifica-se que, na terra do tipo *A* produz-se o produto 3 até 5 Km do mercado, a seguir produz-se o produto 2 até 13,3 Km e, finalmente, o produto 1 até 33,3 Km. Na terra do tipo *B* cultiva-se apenas o produto 1 até 36,3 Km do mercado. Na terra do tipo *C*, produz-se o produto 2 até 21,1 Km, e a seguir o produto 1 até 32 Km. (Figura 4.17)

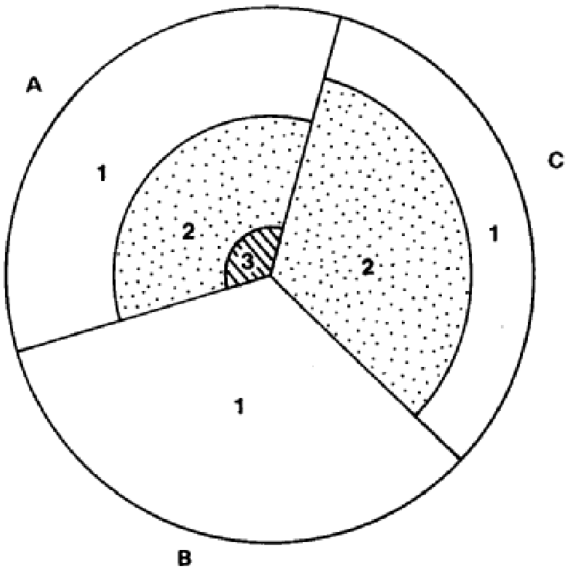

Figura 4.17. Utilização de terras de qualidade diferente.

O produto 3 tem o rendimento mais pesado e sua renda-local é a que decresce mais rapidamente. As zonas de produção são sempre ordenadas com os produtos mais pesados próximos do mercado e os leves mais distantes. Mas as diferenças de rendimento devido à qualidade de terra podem eliminar completamente a produção de alguns produtos. Na terra *A* todos os produtos são produzidos. Mas os produtos 2 e 3 não são produzidos na terra *B* e o produto 3 não é produzido na terra *C*. Note que o produto 3 é a pior alternativa na terra *C*, embora seja nesta terra que ele tenha o maior rendimento absoluto. Isto leva a se questionar certas políticas que pretendem estabelecer zonas de produção com base no rendimento da cultura.

A complexidade de problema aumenta quando se consideram padrões irregulares de localização de terra de acordo com a qualidade. Além disso, estruturas de custo de transporte mais realistas iriam tornar o problema ainda mais complicado.

É relativamente simples expandir o conceito de estruturas de renda-locais de modo a incluir diversos mercados alternativos. Entretanto, os sistemas de preços-locais e rendas-locais e os padrões de produção podem ser muito complexos.

Quando diversos mercados são considerados, cada produto será caracterizado por uma estrutura de renda-local referente a cada mercado. Ao produtor caberá selecionar entre todas as alternativas aquela de maior renda-local. Se a solução final, após todos os produtores terem tomado suas decisões, não for consistente com os preços originais, os preços se modificarão e com eles toda a estrutura de rendas e zonas de produção. Isso ocorrerá até que o equilíbrio final seja atingido.

4.5.3. Monopólio e Aspectos Espaciais

A consideração de aspectos espaciais traz à luz alguns fenômenos pouco tratados no âmbito da teoria econômica. Um deles, conforme salientam BRESSLER & KING[60], é o conflito inerente e inevitável entre competição e eficiência resultante de fatores locacionais favoráveis ao surgimento de monopólio.

Um exemplo elementar de tendência à monopolização ocorre no caso das chamadas rotas de coleta. Suponha-se o problema de coletar quantidades iguais de leite de 100 pontos de produção eqüidistantes numa dada rota. Admita-se que o caminhão mais eficiente para essa coleta tenha capacidade para transporte da produção de 10 pontos. Nesse caso, a solução mais econômica (de menor custo de transferência) é oferecer rotas exclusivas de 10 pontos para cada transportador, tendo-se um total de 10 transportadores.[61].

De forma semelhante, a instalação de processadores e compradores em geral, numa certa região, a partir de certo número implicará em duplicações de atividades e em ineficiências resultando em custos mais elevados. Como regra geral, a atividade de processamento – assim como a de transporte - é sujeita a economias de escala, o que por si só favorece o aparecimento de um número menor de firmas. Todavia, conforme já se discutiu, a estrutura de preços-locais oferece sempre um atrativo à instalação de novas indústrias em pontos de preços sensivelmente menores, isto é, em pontos mais distantes das indústrias já instaladas. Como resultado, o número excessivamente grande de indústrias pode elevar os custos, tanto pela perda de economia de escala no processamento, como pela duplicação de esforços para coleta e distribuição do produto. Dessa forma, a solução competitiva - de menores custos de processamento e transferência conjuntamente - pode ser destruída pelo crescente número de novas indústrias, podendo conduzir a uma ineficiência tal que leve a monopolização completa, como forma de restabelecer a estrutura de custo mínimo.

O elemento de monopólio, inerente ao aspecto espacial, ainda pode distorcer a estrutura de preços-locais. Desde que uma determinada agência detenha o monopólio de uma determinada área poderá implantar um sistema de taxas por zona (ou mesmo taxa única), sistema esse que tende a favorecer alguns produtores em detrimento de outros que, apesar de estarem mais próximos dos compradores, carecem de alternativas de mercado para garantirem a concretização de suas rendas da terra. Em casos extremos, a estrutura de taxas pode inverter completamente a estrutura de preços locais competitivos, principalmente em situações de acirramento na competição por matéria-prima de produtores localizados em áreas próximas aos limites de mercados.

Sob concorrência, prevalece o sistema de preços indicado na figura 4.14: a oferta (acrescida de custo de transferência) e a demanda de mercado, representando uma interação entre um grande número de vendedores (produtores) e compradores determinam o preço P_m. Nestas condições, o produto mais bem localizado será disputado pelos compradores por implicar menor custo de transferência. Cada produtor recebe seu preço local, que será maior quanto menor a distância ao mercado. Se não houver concorrência,

[60] Ver BRESSLER & KING, pp. 153-155.

[61] Um caminhão deve ir até o 10º ponto e voltar coletando a produção. Outro caminhão vai vazio até o 20º ponto e volta coletando até o 11º ponto e assim por diante. Portanto, a coleta envolverá 1100 km (20+40+ 60+...+ 180+200) se a distância entre pontos for de 1 km (BRESSLER & KING, pp. 119-123).

a estrutura de preços pode ser alterada. No longo prazo, no entanto, seria irracional não pagar um preço menor pelo produto vindo de regiões mais distantes por causa do custo de transporte.

Referências

BRESSLER, R.G.; R.A. KING, 1970. **Market, Prices and Interregional Trade.** John Wiley & Sons, Inc., New York.

FRIEDMAN, M., 1962. **Price Theory**. Aldine P.C., Chicago, Illinois.

KING, R.A. (editor), 1961. **Interregional Competition.** School of Agriculture and Life Sciences, North Carolina State University, Raleigh, Carolina do Norte.

THIERAUF, R.J.; R.A. GROSSE, 1970. **Decision Making Through Operation Research.** John Wiley & Sons, Inc. New York.

WRIGHT, C.L., 1982. "Método Econométrico: Algumas Reflexões sobre a Obra de Von Thunen". **Revista de Econometria** II(2):77-94.

Exercícios

4.1. Demonstre graficamente que o aumento nos custos de transporte tende a reduzir a quantidade comerciailizada entre duas regiões. O que tenderá a acontecer aos preços regionais?

4.2. Mostre graficamente como se estabelecem os preços regionais em decorrência do comércio entre duas regiões, uma das quais não produz o produto em questão.

4.3. Mostre graficamente o efeito do estabelecimento do comércio entre duas regiões sobre o emprego e a renda referentes a determinado produto, em cada região. Considere que, na região de maior preço, os recursos empregados na produção têm custo de oportunidade nulo.

4.4. Duas regiões, *X* e *Y*, produzem e consomem um dado bem. Suas ofertas e demandas são as seguintes:

Região *X* : $q^s = -5 + 1/2\ P$
$q^d = 40/3 - 1/3\ P$

Região Y: $q^s = 5 + 1/2\ P$
$q^d = 50/3 - 1/3\ P$

(a) Determinar os preços e quantidades de equilíbrio para cada região isoladamente;
(b) Determinar o preço de equilíbrio com comércio entre regiões na ausência de custos de transporte. Determinar as quantidades produzidas e consumidas a esse preço em cada região e, assim, a quantidade comercializada entre as regiões.
(c) Se o custo de transporte for $CT = 6$, determinar o preço, quantidade consumida e quantidade produzida em cada região. Qual a quantidade comercializada com esse custo de transporte?

4.5. Quanto ao modelo multirregional de transporte:
(a) qual o objetivo de sua utilização?
(b) que tipo de dados são necessários?
(c) qual o significado de preço-sombra?
(d) como se constata a ocorrência do ótimo? Por que?

4.6. Determinar o esquema de distribuição que minimiza os custos de transporte para as três situações abaixo:

(a)

Consumo / Produção	1	2	S_i
1	1	3	20
2	2	4	40
3	2	5	70
D_j	40	90	

(b)

Consumo / Produção	1	2	S_i
1	1	3	40
2	2	4	80
D_j	30	70	

(c)

Consumo / Produção	1	2	3	S_i
1	2	3	4	60
2	1	4	5	70
D_j	30	60	50	

Observação: Nos casos (b) e (c) é necessário criar uma região fictícia para igualar os totais produzidos e consumidos. Para essa região, atribuir custos nulos de transporte, uma vez que os fluxos envolvendo tais regiões não ocorrerão de fato.

4.7. “Os modelos de transporte são falhos porque não consideram os custos de produção de cada região”. Para analisar essa afirmação considere o seguinte problema de transporte:

O/D	*A*	*B*	*C*	S_i
1	*4*	*3*	*1*	*50*
2	*1*	*1*	*2*	*70*
D_j	*20*	*70*	*30*	

(a) Solucionar esse problema.
(b) Solucionar o problema considerando os custos unitários de produção de $ 2 para a região 1 e $ 3 para a região 2. Observe que esses custos devem ser somados aos custos de transporte a partir dessas regiões.
(c) Comparar e comentar os resultados de (a) e (b).

4.8. “O limite entre dois mercados não depende dos preços nesses mercados, mas da diferença entre eles.” Comente.

4.9. “O preço de um produto agrícola qualquer é determinado pelo custo de sua produção nas piores terras.” Comente.

4.10. “As curvas de oferta de produtos agrícolas são positivamente inclinadas por causa dos custos de produção e de transferência.” Comente.

4.11. Sob que condições as afirmações abaixo seriam verdadeiras:

(a) o limite entre dois mercados *A* e *B* é uma linha reta formada de pontos eqüidistantes dos dois mercados, isto é, $d_A = d_B$;
(b) o limite entre dois mercados é formado pelos pontos cujas distâncias aos dois mercados diferem entre si por um valor constante, isto é, $d_A - d_B = k$.

4.12. Determine as alterações em termos de utilizações das terras de classe *A, B* e *C* se os preços apresentados na Tabela 4.2 passassem a ser $P_1 = 6$, $P_2 = 4$ e $P_3 = 3$.

4.13. “Quanto mais bem localizada for uma fazenda, maior o preço de suas terras”. “Quanto mais bem localizada for uma fazenda, maior a renda proporcionada por suas terras”. “A taxa de retorno ao fator terra é maior nas terras mais bem localizadas". Quais dessas hipóteses você consideraria mais prováveis de serem observadas? Justifique sua resposta.

4.14. Em 1826, J.H. von Thunen em sua célebre obra "O Estado Isolado"[62], desenvolveu com grande rigor metodológico os princípios da teoria da localização de produtos agrícolas. Suas deduções permitiam prever que: (a) numa primeira faixa ao redor do mercado seriam cultivadas hortaliças e leite, devido à alta perecibilidade; (b) uma segunda faixa seria ocupada pela produção de madeira, usada nas cidades como lenha; (c) seguiam-se, então, outras três faixas com produção de grãos, estando os produtos de maior peso em relação ao preço mais próximos do mercado; a atividade de cria de animais se expandia nas últimas faixas, enquanto a engorda se concentrava nas proximidades do mercado; (d) a última faixa compreendia a fronteira agrícola a partir da qual a renda da terra seria nula. Analise essas previsões à luz dos modelos apresentados neste capítulo.

[62] Ver WHIGHT (1982) e BRESSLER & KING (1970).

CAPÍTULO 5

AS DIMENSÕES DE FORMA E TEMPO DOS PREÇOS

5.1. Introdução

Este capítulo se dedica a examinar os efeitos do processamento e do armazenamento sobre os preços. A seção 5.2 trata da relação entre os preços e o grau de processamento sofrido pelos produtos. As duas últimas seções fazem o mesmo com relação ao armazenamento estacional sem transferência de um período de produção para outro, enquanto a terceira dedica-se basicamente a esta questão.

5.2. Processamento e sua Relação com os Preços[63]

5.2.1. Preços e Custo de Processamento

Assim como um mercado pode se estender sobre uma grande área com uma estrutura de preços inter-relacionados através dos custos de transferência, ele envolve formas alternativas de um produto com uma estrutura de preços inter-relacionados pelos custos de processamento.

Num mercado perfeito e ignorado os custos de transporte, os preços da matéria-prima e de produtos processados estarão relacionados do seguinte modo:

$$P = k\,(p - c) \tag{5.1}$$

onde: P é o preço da matéria-prima; k é o número de unidades do produto processado resultante de uma unidade da matéria-prima; p é o preço do produto processado; c é o custo por unidade de produto processado.

Se p fosse menor que o especificado em (5.1) os processadores teriam prejuízo e o processamento não ocorreria; se p fosse maior que em (5.1), lucros acima do normal ocorreriam de modo a atraírem novas firmas de processamento para o mercado até que a relação de equilíbrio se estabelecesse.

Quando existem m produtos alternativos resultantes do processamento da matéria-prima, a generalização será a seguinte:

[63] Texto baseado em BRESSLER & KING, cap. 9, pp. 163-166 e cap. 10

$P = k_1\,(p_1 - c_1) = k_2\,(p_2 - c_2) = ... = k_m\,(p_m - c_m)$ (5.2)

Se para quaisquer formas i e j se verificasse:

$k_i\,(p_i - c_i) > k_j\,(p_j - c_j)$ (5.3)

ou $P_i > P_j$

onde P_i e P_j são os preços equivalentes da matéria prima nas formas i e j, mais matéria-prima seria oferecida para a produção de forma i do que para j. Isso levaria a um aumento na produção da forma i o que acarretaria uma redução em p_i em relação a p_j e a uma redução no primeiro termo em relação ao segundo em (5.3). O processamento continuaria até que a igualdade se estabelecesse.

O leite, por exemplo, pode ser vendido numa variedade de formas: leite integral, creme, manteiga ou queijo. Admita-se que 1 kg de leite (ignorando os subprodutos) possa ser convertido em 0,20 kg de creme ou 0,05 kg de manteiga ou ainda 0,10 kg de queijo. Suponha-se que 1 kg de leite custe 3 reais e que os custos de processamento por unidade do produto processado sejam: leite integral, 3 reais; creme, 2 reais; manteiga, 8 reais; e queijo, 10 reais. Em competição perfeita, o preço dos produtos processados refletirão exatamente os custos da matéria-prima e processamento. Isso é mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Relações entre preços do leite e seus derivados.

Produto final	Rendimento por kg de leite	Custo por kg do produto final (R$)		Preço por kg do produto final (R$)
		Matéria Prima	Processamento	
Leite Integral	1,00	3	3	6
Creme	0,20	15	2	17
Manteiga	0,05	60	8	68
Queijo	0,10	30	10	40

FONTE: BRESSLER & KING, p. 465.

Se todas as processadoras tivessem os mesmos custos (ignorando localização e custos de transferência), a indústria estaria em equilíbrio quando os preços da Tabela 5.1 se verificassem. Se o preço de um produto processado fosse maior que o indicado na tabela, mais processadoras passariam a produzi-lo até que a igualdade em (5.2) se verificasse.

5.2.2. Diferentes Formas de Produto e Mercados Separados Espacialmente

Uma dada matéria-prima pode dar origem a produtos processados que diferem em concentração, volume e valor por unidade de peso. Daí se deduz que custos de transporte devem ter grande importância na seleção das formas a serem produzidas. Consideração simultânea das dimensões de espaço e forma dos preços estabelecerá um padrão ótimo de organização da produção para um dado mercado.

Considera-se um modelo simples onde se ignora a existência de subprodutos. Considera-se três formas alternativas de um produto: leite, creme e manteiga. Precisa-se primeiramente transformar os preços dessas diferentes formas de modo a poderem ser comparados. Pode-se calcular o preço equivalente da matéria-prima nas diferentes formas, a nível de mercado, usando a fórmula (5.2):

$$P_I = (p_I - 3)$$

$$P_c = 0{,}20\ (p_c - 2)$$

$$P_m = 0{,}05\ (p_m - 8) \qquad (5.4)$$

onde P refere-se ao preço equivalente de 1 kg da matéria prima e p ao preço por kg do produto final - leite integral (I), creme (c) e manteiga (m).

A seguir compara-se a lucratividade de cada alternativa em cada possível localização de sua produção. Considerando-se os custos de transferência, obtém-se o valor líquido (V) por unidade de matéria-prima (1 kg). Esses valores são:

$$V_I = (p_I - 3) - td$$

$$V_c = 0{,}20\ (p_c - 2) - 0{,}2\ td$$

$$V_m = 0{,}05\ (p_m - 8) - 0{,}05\ td \qquad (5.5)$$

Esses são os valores de 1 kg de matéria-prima sob diferentes formas a uma distância d do mercado. O custo de transporte aumenta com a distância, mas o custo por kg (t), por hipótese, é o mesmo para qualquer forma. O modelo poderia ser aperfeiçoado usando-se funções curvilíneas para os custos de transporte, os quais poderiam ser diferentes para cada forma.

As expressões em (5.5) podem ser generalizadas da seguinte maneira:

$$V_i = k_i\ (p_i - c_i) - k_i\ t_i\ d \qquad (5.6)$$

onde: k_i é o rendimento do produto i por unidade de matéria-prima; t_i é o custo de transporte por unidade de peso do produto i.

Em cada caso, pode-se visualizar a estrutura dos valores líquidos (V) com centro no mercado e declinando em todas as direções pelo montante dos custos de transferência. No caso de produtos volumosos, os valores de V cairão mais rapidamente por causa das grandes quantidades transportadas. Para os produtos concentrados esse declínio é mais lento porque nesse caso uma unidade do produto original corresponde a um menor peso. Esses fatos são ilustrados na Figura 5.1.

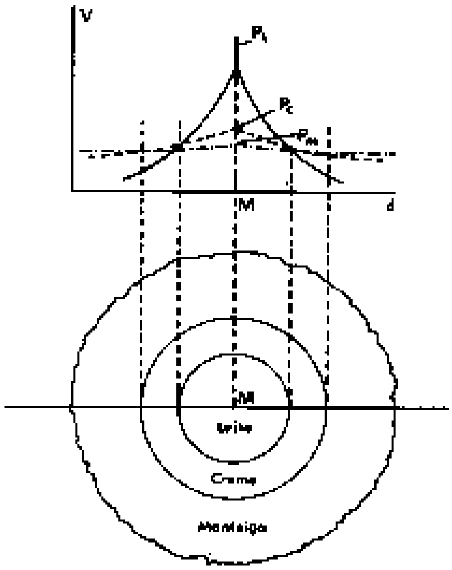

Figura 5.1. Zonas de produção de leite e derivados em torno de um mercado.
FONTE: BRESSLER & KING, p. 184

O preço equivalente do leite integral é o mais alto e seu valor líquido declina mais rapidamente. O preço equivalente do creme é menor mas seu valor líquido decresce mais lentamente. O preço equivalente mais baixo é o da manteiga, mas a estrutura geográfica de seu valor líquido é quase plana.

5.2.3. Delimitação da Área para cada Forma

Dados os preços e custos de transporte, os produtores próximos do mercado preferirão comercializar o leite integral, dado que seu valor líquido é maior nas proximidades do mercado. Numa zona intermediária o creme será mais lucrativo, enquanto em pontos mais afastados a preferência será dada à manteiga. O limite entre as zonas de duas formas será dado por pontos onde as duas formas apresentem os mesmos valores líquidos, isto é, para o caso do leite integral e creme:

$V_I = V_c$ ou

$P_I - td = P_c - 0{,}20\ td$ ou

$d_{I\text{-}c} = (P_I - P_c)/0{,}8\ t$

ou generalizando:

$$d_{i\text{-}j} = [k_i\,(p_i - c_i) - k_j\,(p_j - c_j)]\,/(k_i\,t - k_j\,t)i \qquad (5.7)$$

Quando se considera as dimensões de forma e espaço a seguinte observação pode ser feita: produtos volumosos terão preços equivalentes relativamente maiores no mercado e serão produzidos em áreas adjacentes ao mercado; produtos concentrados terão menores preços equivalentes no mercado e serão produzidos a maiores distâncias. Se isso não fosse verdade, não haveria região alguma onde fosse lucrativo produzir o produto volumoso (no exemplo, o cone de valores do leite estaria sempre abaixo daquele correspondente ao creme). Esse conhecimento é importante porque mostra que uma política de controle de preços que leve em conta somente informações relativas ao rendimento do produto e ao custo de processamento, ignorando os custos de transporte, pode inviabilizar o fornecimento das formas mais volumosas.

Note-se que os preços das diferentes formas estão interligados. Por exemplo, um aumento relativo no preço do creme (devido a um aumento na sua demanda) aumentará a quantidade oferecida de creme na medida em que sua área de produção se expande. Por outro lado, um aumento no preço de leite ou manteiga tende a reduzir a área de produção (e, portanto, a oferta) de creme. Do mesmo modo, mudanças nos custos de processamento ou de transferência afetarão não somente a oferta do produto envolvido mas também as ofertas das outras formas.

A Figura 5.2 mostra os efeitos de um aumento relativo no preço do creme (*a*) e uma redução no custo unitário de transporte do creme (*b*).

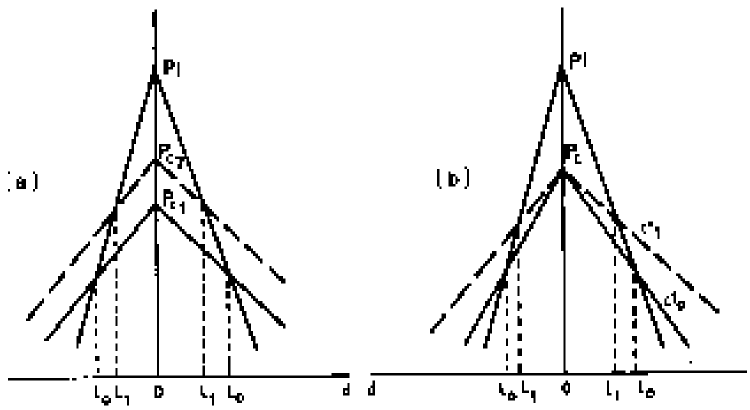

Figura 5.2. Efeitos de alterações de preços (*a*) e custos de transferência (*b*) sobre a localização da produção de leite e creme.

Num mercado competitivo, o equilíbrio representará os menores custos agregados de transferência. Qual será o efeito sobre os custos de transferência se uma unidade de matéria-prima for mudada da zona de leite para a produção de creme e, para compensar, passar-se uma unidade de matéria-prima na zona de creme para a produção de leite? A distância percorrida por uma unidade de leite será aumentada pelo mesmo montante pelo qual a distância percorrida por uma unidade de creme terá reduzido. Mas, desde que é mais custoso o transporte de leite do que creme, conclui-se que o efeito líquido é um aumento nos custos agregados. Como isto é verdade para quaisquer dois pontos que sejam escolhidos, vê-se que, de fato, em mercados competitivos os custos agregados de transferência serão minimizados. Além disso, os retornos agregados aos produtores também são maximizados. Isso porque no exemplo acima o valor líquido do creme seria menor na zona do leite e o valor líquido do leite seria menor na zona do creme, e, portanto, perder-se-ia duplamente.

5.2.4. Seleção da Forma do Produto

A oferta e a demanda de produtos agrícolas estão sujeitas a variações com conseqüentes variações nos preços. Durante a safra, por exemplo, as ofertas de todas as formas do produto aumentam, mas os preços de mercado variarão diferentemente conforme a elasticidade das demandas. Desse modo, os limites entre as zonas de produção ora se aproximarão ora se afastarão do mercado. Por exemplo, uma zona produzirá sempre leite e outra sempre creme, mas uma zona intermediária produzirá leite em certas épocas e creme em outras (Figura 5.3).

Baseando-se nos pressupostos utilizados, percebe-se, pois, clara tendência à especialização regional em termos de formas de um dado produto. Se, entretanto, os rendimentos associados ao processamento não forem constantes, alguma diversificação pode ser observada. Em regiões mais próximas ao mercado, haverá tendência à especialização na produção de leite. Essa especialização implica na seleção de gado bovino adequado, alimentação apropriada, etc. Em regiões mais afastadas a especialização se dará em termos de uma matéria-prima mais gordurosa visando à produção do creme.

Quando a demanda de creme aumenta, por exemplo, as processadoras terão de, no curto prazo, expandir a produção de creme a partir de matéria-prima com menor teor de gordura e, portanto, com menor rendimento. Assim a taxa de transformação de leite em creme diminui e o custo do creme em relação ao leite aumenta. Isto é, proporcionalmente mais leite tem que ser sacrificado para produzir cada unidade adicional de creme. Para que tal seja viável, o preço do creme deve crescer em relação ao do leite integral.

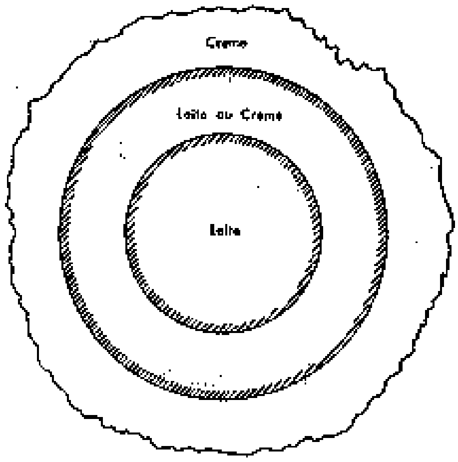

Figura 5.3. Zonas de produção de leite e derivados.

A figura 5.4. apresenta duas curvas de transformação de leite em creme e quatro (0, 1, 2, 3) valores diferentes de preços locais do leite em relação ao creme. A linha direta ilustra o caso do exemplo acima onde a taxa de transformação do leite em creme é fixa. Nesse caso, se a relação de preços locais é aquela correspondente ao ponto 0, produz-se só creme; se é aquela correspondente ao ponto 3, produz-se só leite. Se a relação é aquela do ponto 1 (com o segmento, que representa a relação de preços, paralelo a reta de transformações) será indiferente à produção de uma ou de outra forma.

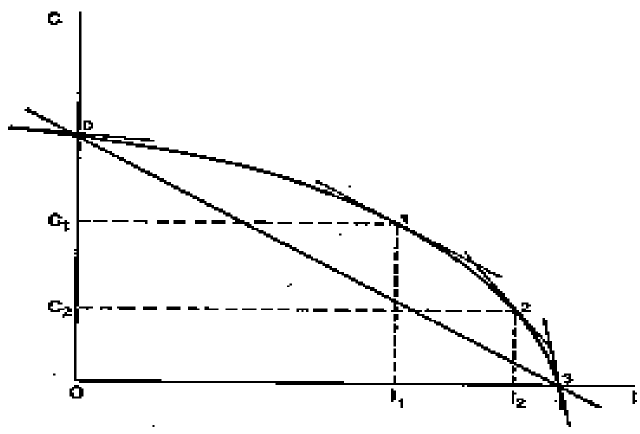

Figura 5.4. Efeitos de variação na relação de preços de leite e creme na produção das regiões de diversificação.

Quando a taxa de transformação de leite em creme se reduz à medida que mais creme é produzido, a curva apresentada na Figura 5.4. pode ser relevante. Nota-se, nesse caso, que as variações de preço do creme em relação ao leite dificilmente anularão a produção de uma outra forma, o que se terá mais provavelmente são variações na proporção em que as formas são vendidas. Por exemplo, quando o preço do leite integral cresce em relação ao do creme, como acontece do ponto 1 para o ponto 2, na figura 5.4, a proporção de leite integral em relação ao creme cresce de I_1 /C_1 para I_2 /C_2.

5.2.5. Modelo de Transporte de Diferentes Formas do Produto

O modelo de transporte apresentado no Capítulo 4 pode ser adaptado para incluir diferentes formas de um mesmo produto. Nesse caso, os dados necessários serão as produções de matéria-prima de cada origem (S_i), a demanda de matéria-prima ao natural ou processadas em cada região de consumo (D_j e D_j'), a matriz de custo de transferência da matéria-prima ao natural (c_{ij}) e processada (c_{ij}'). O esquema básico é apresentado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2. Dados para Modelo de Transporte de Diferentes Formas do Produto.

Destino	1		2		3		S_i
Origem	MP	PP	MP	PP	MP	PP	
1	c_{11}	C'_{11}	c_{12}	c'_{12}	c_{13}	c'_{13}	S_1
2	c_{21}	C'_{21}	c_{22}	c'_{22}	c_{23}	c'_{23}	S_2
3	c_{31}	C'_{31}	c_{32}	c'_{32}	c_{33}	c'_{33}	S_3
D_j	D_1	D'_1	D_2	D'_2	D_3	D'_3	

Na tabela 5.2., *MP* e *PP* referem à matéria-prima e ao produto processado. A resolução do problema segue os mesmos princípios já discutidos no Capítulo 4. A solução incluirá os fluxos do produto, expressados em termos de matéria-prima e vendidos tanto como matéria-prima como processada, de cada origem a cada destino. Em princípio, uma mesma origem pode vender as duas formas do produto.

Notar que, no caso, $c_{ij}' = kc + ktd$, onde k é o coeficiente de transformação da matéria-prima em produto transformado, c é o custo de processamento por unidade de produto transformado e t é o custo de transferência por unidade. Notar também que $c_{ij} = td$.

Os resultados em termos de diferenciais de preço incluirão: u_i - valor da matéria-prima na região i; v_j - valor da matéria-prima na região j; v_j' - valor do equivalente da matéria-prima transformada. Os resultados são tais que:

$$u_i = v_j - c_{ij} = P - td$$

e também

$$u_i = v_j' - c_{ij}' = kp - (kc + ktd)$$

gscbarro@esalq.usp.br

se a região *i* enviar duas formas do produto à região *j*.[64]

Como ilustração, considera-se o caso de duas regiões produtoras e duas de consumo. Este se dá na forma de matéria-prima e processado. Os dados aparecem abaixo:

Destino	1		2		S_i
Origem	MP	PP	MP	PP	
1	3	1	4	2	40
2	2	1	5	3	60
D_j	30	10	10	50	

Uma solução ótima para o problema seria:

Destino	1		2		u_i
Origem	MP	PP	MP	PP	
1	-	-	10	30	-1
2	30	10	-	20	-2
v_j	0	-1	3	1	

Os resultados indicam que a origem 1 deve vender 10 unidades ao natural e 30 processadas ao destino 2. A região de origem 2 venderá 30 unidades ao natural ao destino 1, 10 unidades processadas ao destino 1 e 20 unidades processadas ao destino 2. Nota-se que os resultados fornecem indicações sobre a capacidade de processamento que cada região deve possuir.

Os resultados também indicam que no destino 1, o produto processado valerá $ 1 a menos que o equivalente ao natural; no destino 2, ele valerá $ 2 menos que o equivalente ao natural; o produto ao natural valerá $ 3 a mais que no destino 2 do que no destino 1.

5.3. Relações de Preço no Tempo sob Certeza[65]

5.3.1. O Caso de Dois Períodos

A discussão das dimensões de espaço e forma mostrou que os preços estariam inter-relacionados pelos custos de transferência e processamento. Quando a dimensão de tempo é considerada, os preços são inter-relacionados pelos custos de armazenamento.

[64] Lembrar que *P* é o preço da unidade matéria-prima e *p* é o preço da unidade da forma processada. Notar ainda que nessas expressões v_j corresponde ao preço equivalente e u_i ao valor equivalente.
[65] Texto baseado em BRESSLER & KING, pp. 205-219.

Produção e consumo não são somente separados espacialmente, mas também temporalmente. Esta separação é preenchida pela criação de utilidade tempo, o que se dá somente por um certo custo.

Os custos de armazenamento são de dois tipos. Os custos fixos (independentes do tempo de armazenagem) incluem itens relativos a instalações e equipamentos (depreciação e juros) e itens relativos a manuseio (colocação e remoção do produto). Os custos variáveis (associados ao tempo de armazenagem) incluem despesas com proteção e manuseio, combustíveis, energia elétrica e também juros sobre o capital empatado na forma de estoques. Nessa lista incluem-se os custos diretos; todavia, perdas de qualidade e de peso, associadas a causas diversas, representam custos indiretos.

Quando se consideram apenas dois períodos de tempo, o diagrama "back-to-back" é igualmente útil como no problema espacial (Figura 5.5).

Suponha que um dado produto possa ser produzido num período 1 e consumido nos períodos 1 e 2; ou seja, não há produção no período 2. A oferta é considerada inelástica (Figura 5.5). Na ausência de armazenamento, a quantidade *Oa* seria consumida no período 1 a um preço *P*. Na possibilidade de armazenamento, traçam-se as duas curvas de excesso de oferta ($ES_1 = S - D_1$; $ES_2 = -D_2$) mostrando o excesso da oferta sobre demanda a cada preço. Na ausência de custo de armazenamento, preços idênticos ocorrerão nos 2 períodos (P_s). O suprimento total *Oa* será utilizado do seguinte modo: *Od* é consumido no período 1, armazenando-se *Ob = ad = Oe* para o 2º período. O efeito de armazenagem foi o de aumentar o preço no 1º período e assim restringir o consumo de modo a permitir consumo no período 2.

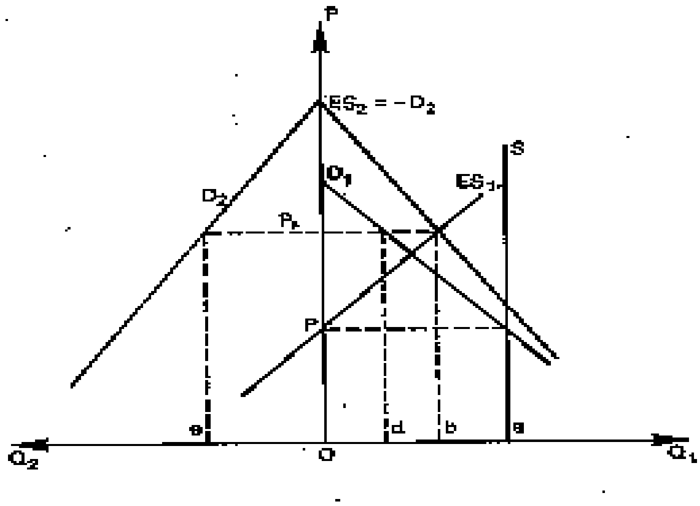

Figura 5.5. Equilíbrio em dois períodos, sem custo de armazenamento
FONTE: BRESSLER & KING, p. 207

A seguir leva-se em conta os custos de armazenamento. Para isso, obtém-se a curva de diferença entre os excessos de oferta (ES_2 - ES_1). Se o custo do armazenamento for uma constante *c*, determina-se a quantidade a ser transferida (armazenada) do período 1 para o período 2 e os preços em cada período.

Na figura 5.6, tem-se também completa analogia com o problema de transporte em dois períodos. Assim a ordenada de *Oc* (custo) determina em (ES_2 - ES_1), a quantidade *Od'* a ser transferida para o período 2. Logo, *Od'* será consumida no período 1. Os preços serão P_1 no período 1 e P_2 no período 2, com $P_2 - P_1 = Oc$.

5.3.2. O Caso de Mais de Dois Períodos

O próximo passo será a consideração de mais de dois períodos. Especulação ocorrerá tanto em problemas espaciais como temporais[66]. É através da especulação que os preços são inter-relacionados no tempo.

Pressupondo conhecimento perfeito, os comerciantes estarão a par da oferta e demanda no presente e futuro. Se a expectativa é de preços suficientemente maiores no futuro, o armazenamento ocorrerá. À medida que o armazenamento ocorre, reduz-se a oferta presente e eleva-se o preço presente, ao mesmo tempo em que a oferta potencial futura aumenta reduzindo assim o preço futuro. Especulação e armazenamento ocorrem enquanto o preço futuro exceder o preço presente por mais que o custo de armazenamento. Esse excesso representaria o lucro.

Nota-se que esse é um processo que se dará numa só direção. Se as expectativas futuras são de preços mais altos o armazenamento pode baixá-los, enquanto eleva os preços presentes. Mas se as expectativas são para preços futuros menores, a discrepância permanecerá por que não se pode armazenar o suprimento futuro para ser consumido no presente (i.e., não há armazenamento inverso). O que poderia ocorrer seria um adiamento do consumo em vista de menores preços no futuro, i.e., uma transferência de demanda e não oferta.

---

[66] No caso de problemas espaciais, é preferível o termo arbitragem.

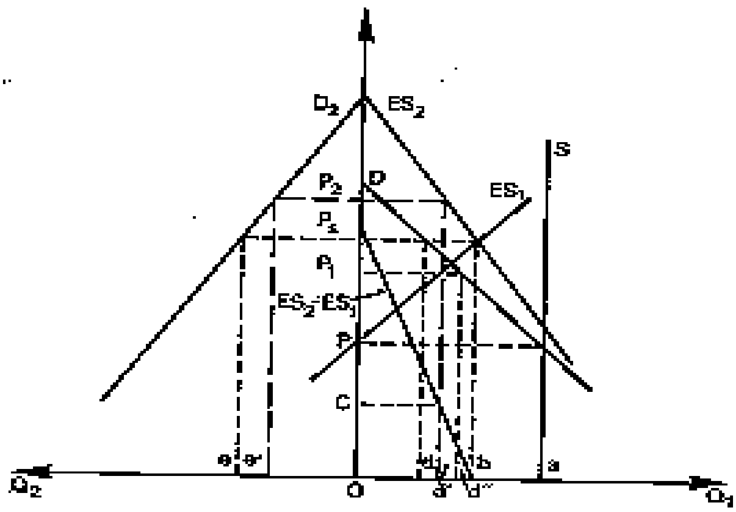

Figura 5.6. Equilíbrio em dois períodos, com custo de armazenamento
FONTE: BRESSLER & KING, p. 208

A produção estacional de não-perecíveis ilustra o comportamento da relação entre preços e armazenamento. Em geral tendo ocorrido o período de produção, a oferta não poderá mais ser alterada. O consumo se dá durante todos os períodos considerados. O problema é o de como distribuir o suprimento disponível através do armazenamento. Admita que a produção (Q_0) se dá num dado mês, e não há transferência de 1 ano para outro, e que as demandas em todos os meses são idênticas e iguais a:

$D_t = a - b\,P_t$; $t = 1$ (colheita), $2, ..., 12$ (5.8)

Para resolver o problema, determina-se primeiramente P_1. A seguir, obtém-se os demais preços pela relação entre preços e custo de armazenamento, em equilíbrio.

Suponha que o custo de armazenamento é uma função do tipo:

$C_t = d + e * s$ (5.9)

onde $s = t - 1$ é o período de armazenamento.

Então, em equilíbrio:

$P_t = P_1 + C_t = P_1 + d + e * s$; $t = 2,3,...,12$ (5.10)

Além disso há a restrição de que

$Q_0 = D_1 + D_2 + ... + D_{12}$ (5.11)

Substituindo cada D_t pela sua respectiva fórmula, dada em (5.8) e usando (5.10):

$$Q_0 = [a\text{-}bP_1] + [a\text{-}b(P_1 + d + e)] + [a\text{-}b(P_1 + d + 2e)] + ... + [a\text{-}b(P_1 + d + 11e)]$$

$$Q_0 = 12a - 12bP_1 - 11bd - 66be$$

Da equação acima, *a, b, d, e* e Q_0 são conhecidos. É fácil determinar P_1. A partir daí determina-se os preços e as quantidades de todos os meses usando (5.10) e (5.8).

Os preços mensais a partir da colheita, em condições competitivas, aumentam pelo custo de armazenamento, da seguinte maneira:

t	P_t	ΔP_t
1	P_1	$> d+e$
2	$P_1 + d + e$	$> e$
3	$P_1 + d + 2e$	$> e$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12	$P_1 + d + 11e$	$> e$

Assim, o maior aumento de preço se dá do 1º para o 2º mês de modo a refletir o custo fixo de armazenamento. Os demais aumentos referem-se apenas ao custo variável. Em conseqüência, o consumo mensal sofre queda mais acentuada do 1º para o 2º mês, seguindo um padrão de queda menos intenso a partir de então. Consistentemente com essas observações, a quantidade armazenada do produto cai continuamente a medida que os meses passam. Essa queda se dá a taxas decrescentes porque a contínua elevação de preços reduz continuamente o consumo mensal que corresponde à redução mensal de estoques (Figura 5.7).

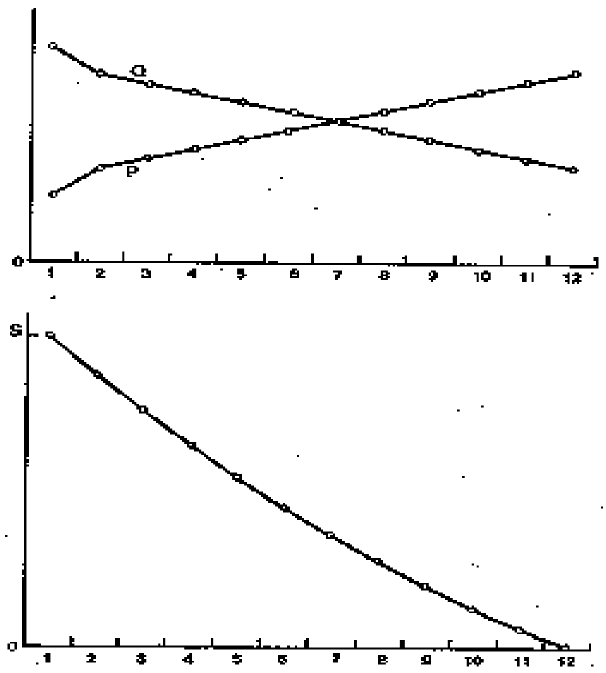

Figura 5.7. Padrão estacional de preços (P), quantidade consumida (Q) e quantidade armazenada (S).
FONTE: BRESSLER & KING, p. 214.

A análise da armazenagem entre períodos de produção pode ser realizada como extensão dos métodos expostos nesta seção. Entretanto, propõe-se que esse tipo de armazenagem deva ser analisada num contexto de incerteza. Isso é feito na seção seguinte com auxílio de algumas pressuposições adicionais. É preciso não esquecer, todavia, o caráter complementar das seções 5.3 e 5.4.

Antes porém de se passar para a próxima seção, deve-se mencionar que o modelo transporte, já utilizado em questões de transporte propriamente ditas e de processamento, pode ser empregado também no tratamento de questões relativas ao armazenamento. Neste caso, as regiões de consumo demandarão o produto em dois ou mais períodos. Assim, os custos de transferência deverão incluir, quando for o caso, os custos de armazenamento.[67]

[67] Ver BRESSLER & KING, cap. 11.

5.4. Formação Ótima de Estoques sob Incerteza[68]

5.4.1. Introdução

O armazenamento pode ser visto sob dois ângulos diferentes: individual e agregado. Para um agente de mercado (produtor, consumidor, intermediário) o armazenamento é uma atividade econômica como qualquer outra, com custos e receitas. Admitindo um mercado em concorrência, um agente que resolver armazenar um produto de um ano para outro (ou entre dois períodos consecutivos, 1 e 2), terá por objetivo maximizar o lucro desta atividade. A receita é dada pelo volume a ser armazenado no período 1 (I_1) multiplicado pela diferença entre o preço do período 1 e preço que o agente espera obter no período 2, $E(P_2)$, descontando-se o custo de oportunidade financeiro entre os dois períodos dado pela taxa de juros. Cada agente determina o volume de produto que vai armazenar maximizando o valor esperado do lucro ($E\Pi$):

$$E\Pi(I) = E[(P_2 - P_1)*I] - K(I)$$

$$\frac{\partial E\Pi}{\partial I} = E(P_2) - P_1 - k = 0$$

$$\begin{array}{ll} E(P_2) \geq P_1 + k & I \geq 0 \\ E(P_2) < P_1 + k & I = 0 \end{array}$$

onde I é o estoque formado no período 1, ($K(I_1)$ é a função de custo de armazenamento, e k é o custo marginal de armazenar (aqui considerado constante). Para simplificar faz-se $r = 0$. Note que um agente só irá armazenar se o preço esperado for superior ou igual (em concorrência será igual) ao preço corrente mais o custo de armazenar. Se não, o armazenamento será zero. Isto coloca uma descontinuidade importante no problema: é possível guardar para o futuro, mas não é possível emprestar produto do futuro. Em resumo, o estoque não pode ser negativo.

Observe que a decisão é tomada levando em conta uma expectativa e não uma certeza com relação ao preço futuro. Esta é outra característica fundamental do problema de armazenamento e a incerteza deve ser devidamente considerada.

O outro ponto de vista é agregado, no qual as decisões individuais passam a influenciar tanto o preço do período 1 quanto do período 2. Quanto maior o estoque formado pelos agentes no período 1, maior o preço neste período e menor o preço esperado para o período seguinte (mais produto disponível). Portanto, o problema do armazenamento é essencialmente dinâmico o que torna a análise estática comparativa inadequada.

---

[68] Texto preparado em colaboração com a profa. Vania Di Addario Guimarães.

Conforme salientam Wright & Williams (1982 e 1984), a temática do armazenamento é intrinsecamente complexa e bastante refratária ao tratamento analítico. Muitas das impressões comumente mantidas a respeito do armazenamento revelam-se incorretas após o tratamento adequado do assunto, que é inerentemente dinâmico e, por envolver informações sobre o futuro, deve ser tratado num cenário de incerteza. Por exemplo, mesmo em mercados competitivos, não tende a ocorrer completa estabilização de preços. Primeiro, porque uma possível seqüência de quebras de safra pode simplesmente exaurir os estoques existentes, com conseqüente queda do consumo e alta de preços. Segundo, porque a armazenagem implica em custos, que precisam ser incorporados aos preços. Terceiro, porque há uma assimetria no armazenamento devido ao fato de que ele somente pode-se dar no sentido do presente para o futuro e não no sentido contrário.

Neste texto cuida-se unicamente do armazenamento competitivo, ou seja, tanto produtores quanto consumidores e agentes armazenadores, considerados individualmente, não têm influência sobre os preços estabelecidos nos mercados. Entretanto, conforme lembra Gardner (1979), sob certas pressuposições haverá coincidência entre as decisões que seriam tomadas em mercados concorrenciais e aquelas que prevaleceriam em situações em que uma autoridade central se encarregasse da formação de estoques tendo como meta a maximização da função representativa do valor esperado do bem-estar social. Se o valor marginal dessa função corresponder à demanda pelo produto e se a oferta do produto puder ser associada ao custo social marginal (custo de oportunidade) dos recursos produtivos empregados na produção, então, em ambos os casos, estará ocorrendo a maximização da soma dos valores esperados dos excedentes dos produtores e consumidores, subtraídos os custos de armazenamento. Neste texto o problema do armazenamento será formulado considerando uma autoridade central e não as decisões individuais, já que ambas são equivalentes nas condições apresentadas acima.

A seqüência da apresentação é a seguinte. Primeiramente, apresenta-se um exemplo desenvolvido por Gardner, em que um agente central enfrenta o problema de estabelecer uma regra ótima de armazenamento, ou seja, formula-se uma relação entre a disponibilidade de um produto e quantidade do mesmo que deve ser armazenada de um período para outro. O exemplo de Gardner, que se baseia num contexto de oferta perfeitamente inelástica sujeita a flutuações ou choques que seguem uma distribuição uniforme discreta, presta-se para explicitar a complexidade das decisões envolvidas e a imensidão de cálculos necessários. Procede-se de duas formas: primeiro descobre-se numericamente o estoque que proporciona o maior valor esperado de bem-estar; segundo, obtém-se o mesmo resultado através de análise de utilidade marginal. A seguir, ilustra-se, para o mesmo problema usado por Gardner, o emprego de modelos de mercado com funções de oferta e demanda, em que os agentes do setor privado decidem sobre o armazenamento tendo como objetivo a maximização dos lucros.

Imagina-se que um agente central controlador – o Estado – esteja empenhado em assegurar que o armazenamento se dê de forma a maximizar o bem-estar da sociedade. Assim, o problema geral a ser resolvido pode ser apresentado como sendo obter:

$$W^*(S) = \underset{It}{Max}\, E\left\{\sum_{t=1}^{T}\left[V\left(X_t + I_{t-1} - I_t\right) - K(I_t)\right]1/(1+r)^t\right\} \qquad \text{para } I_t \geq 0 \quad (5.12)$$

onde W* é o valor máximo de bem estar esperado, tomando o horizonte dado pelos períodos de 1 até T, dada a disponibilidade inicial $S_1 = (X_1 + I_0)$, onde X_1 é a produção inicial e I_0 é o estoque inicial,

V = valor da função de bem estar decorrente do consumo do produto no período t

K = função do custo de armazenamento

r = taxa de desconto

Notar que o consumo corresponde a $Q_t = (X_t + I_{t-1} - I_t)$.

A solução do problema se dá por programação dinâmica, do tipo "da frente para trás", ou seja, de um ponto no futuro de volta para o presente. Então diz-se que I_t é uma variável de controle e $S_t = X_t + I_{t-1}$ é a variável de estado, sendo X_t uma variável estocástica.

A seguir, desenvolve-se um exemplo numérico bastante simplificado para ilustrar a natureza do problema.

5.4.2. O Modelo de Gardner

Gardner (1979) desenvolve um exemplo "simples" de obtenção da regra ótima de armazenamento. Parte-se de uma função de bem-estar, ou melhor, dada a existência de incerteza sobre eventos futuros, trabalha-se com o valor esperado da função de bem-estar. Sendo essa função maximizada, chega-se a uma política ótima de formação de estoques, estabelecendo regras a serem seguidas em circunstâncias específicas.

Suponha-se que a função de bem-estar seja:

$$W_t = 13Q_t - 0{,}05Q^2_t \qquad (5.13)$$

onde Q_t é a quantidade consumida do produto no período t, W_t é a medida do bem-estar, cujo valor marginal decresce com Q_t:

$$W'_t = 13 - 0{,}1Q_t \qquad (5.14)$$

A expressão (5.14) será posteriormente associada à demanda pelo produto em questão; (5.13) será associada à área sob a curva de demanda pelo mesmo bem.

Por simplicidade, supõe-se, no exemplo, que a taxa intertemporal de desconto (r) seja nula, bastando, assim, somar os valores de bem-estar em cada ano para obter o valor acumulado ao longo dos anos. Alternativamente, pode-se imaginar que a taxa de desconto acha-se incluída nos custos de armazenamento, dispensando seu emprego no cálculo do valor presente do bem-estar acumulado (Gardner, p.18).

O problema é estabelecer quanto armazenar num determinado ano, por exemplo, para consumo nos demais anos futuros. Trata-se de um problema de programação dinâmica, cuja solução admite que existe um ano final no qual não haverá armazenagem. Nesse ano em particular (t), o consumo iguala-se à disponibilidade do produto (produção mais estoque inicial), não se tendo de resolver quanto reservar para o futuro. Isso torna o problema solúvel por etapas. Num primeiro passo, supõe-se que o ano final seja o segundo; posteriormente, admite-se que ele seja o terceiro e assim por diante. No exemplo, consideram-se apenas números inteiros.

O quanto armazenar para o futuro é uma decisão a ser tomada primeiramente no ano (t−1). Supõe-se que, em qualquer ano, a produção (X_t) possa assumir três valores diferentes: 90, 100 e 110 com probabilidades iguais a 1/3. Assim, seu valor esperado será:

$$E(X_t) = 90(1/3) + 100(1/3) + 110(1/3) = 100$$

(a) Soluções para o caso de 2 anos

Admite-se agora, por exemplo, que a disponibilidade de produto em (t−1) seja $S_{t\text{-}1} = (I_{t\text{-}2} + X_{t\text{-}1}) = 110$, onde $I_{t\text{-}2}$ representa o estoque formado em (t−2). Sabendo-se ainda que $I_t = 0$, quanto dessa disponibilidade em (t−1) deverá ser armazenado para o ano t, isto é, quanto deve ser $I_{t\text{-}1}$? A seguir apresenta-se 3 alternativas de solução para esse problema.

(a1)Solução numérica através da função de bem estar

Neste caso, simula-se vários valores alternativos de $I_{t\text{-}1}$, calculando-se os correspondentes efeitos sobre o bem estar.

(a1.1) Se $I_{t\text{-}1} = 0$, então $Q_{t\text{-}1} = 110$ e, logo, o bem estar em t−1 será:

$$W_{t-1} = 13Q_{t-1} - 0{,}05Q_{t-1}^2 = 825$$

Para o ano t calcula-se o bem estar esperado de W_t como sendo:

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 90 - 0{,}05 \cdot 90^2) + (1/3)(13 \cdot 100 - 0{,}05 \cdot 100^2) + (1/3)(13 \cdot 110 - 0{,}05 \cdot 110^2) = 796{,}66$$

Conclui-se que o valor esperado do bem estar para os anos (t−1) e t conjuntamente considerados será:

$W_2 = W_{t\text{-}1} + E(W_t) = 825 + 796{,}66 = 1.621{,}66$

(a1.2) Se $I_{t\text{-}1} = 1$, então $Q_{t\text{-}1} = 109$ e $W_{t\text{-}1} = 822{,}95$

Por sua vez, o valor esperado do bem estar para o ano t será:

$$E(W_t) = (1/3)(13\cdot 91 - 0{,}05\cdot 91^2) + (1/3)(13\cdot 101 - 0{,}05\cdot 101^2) + (1/3)(13\cdot 111 - 0{,}05\cdot 111^2) = 799{,}47$$

Assim, o bem estar acumulado nos dois anos será agora:

$$W_2 = W_{t\text{-}1} + \mathrm{E}(W_t) - 1k = 822{,}25 + 799{,}47 - 0{,}2 = 1.622{,}22$$

onde $k = 0{,}20$ é o custo unitário por ano de armazenamento.

(a1.3) Se, ainda, $I_{t\text{-}1} = 2$, então $Q_{t\text{-}1} = 108$ e $W_{t\text{-}1} = 820{,}80$

$$E(W_t) = (1/3)(13\cdot 92 - 0{,}05\cdot 92^2) + (1/3)(13\cdot 102 - 0{,}05\cdot 102^2) + (1/3)(13\cdot 112 - 0{,}05\cdot 112^2) = 802{,}47$$

e, também

$$W_2 = W_{t\text{-}1} + E(W_t) - 2k = 820{,}80 + 802{,}47 - 0{,}4 = 1.622{,}87$$

Na Tabela 5.3 apresentam-se os resultados para outros níveis de estoque $I_{t\text{-}1}$, sempre se considerando uma disponibilidade em t−1 dada por $S_{t\text{-}1} = 110$. Examinando-se essa tabela, verifica-se que o estoque ótimo (que maximiza o bem estar acumulado) é $I_{t\text{-}1} = 4$.

Tabela 5.3. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1} = 110$.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem estar (t–1)**	**Bem estar esperado (t–1)**	**Custo**	Bem estar **(2 anos)**
110	0	825,00	796,66	0,0	1.621,66
109	1	822,95	799,47	0,2	1.622,22
108	2	820,80	802,47	0,4	1.622,87
107	3	818,55	805,22	0,6	1.623,17
106	4	816,20	807,87	0,8	1.623,27
105	5	813,75	810,42	1,0	1.623,17

Fonte: Gardner, p.8.

A Tabela 5.4 traz os resultados referentes a uma disponibilidade de $S_{t\text{-}1} = 100$. Percebe-se que, neste caso, o estoque ótimo é $I_{t\text{-}1} = 0$.

Tabela 5.4. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1}$ = 100.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem estar (t–1)**	**Bem estar esperado (t–1)**	**Custo**	Bem estar **(2 anos)**
100	0	800,00	796,66	0,0	1.596,66
99	1	796,95	799,47	0,2	1.596,22

Fonte: Gardner, p.8.

Na Tabela 5.5 são apresentados os resultados para $S_{t\text{-}1}$ = 90. Aqui também não deve haver formação de estoque, ou seja, $I_{t\text{-}1} = 0$.

Tabela 5.5. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1}$ = 90.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem estar (t–1)**	**Bem estar esperado (t–1)**	**Custo**	**Bem estar (2 anos)**
90	0	765,00	796,66	0,0	1.561,66
89	1	760,95	799,47	0,2	1.560,42

Fonte: Gardner, p.8.

(a2) Solução numérica para $S_{t\text{-}1}$ = 110 através da condição marginal da função de bem estar

Até aqui usou-se o procedimento de calcular o bem-estar no ano (t–1) e o bem estar esperado em t para decidir o montante a armazenar em (t–1). Resultados iguais são obtidos trabalhando-se com o valor marginal do bem-estar, W'.

O princípio de otimização reza que se deve armazenar de (t–1) para t enquanto o bem estar adicional esperado em t (devido ao estoque transferido) – dado por $E(W'_t)$ – superar a queda de bem-estar no ano (t–1) – dada por $W'_{t\text{-}1}$ – mais o custo de armazenamento. Portanto, deve-se aumentar o estoque $I_{t\text{-}1}$ enquanto

$$E(W'_t) \geq W'_{t\text{-}1} + K' \qquad (5.14)$$

onde $K_t = 0{,}2I_{t\text{-}1}$ é a função de custo de armazenamento e W'_t é dado por (5.13).

Tome-se o caso da Tabela 5.3 em que $S_{t\text{-}1}$ = 110. Então se $I_{t\text{-}1} = 0$:

$$W'_{t-1} = 13 - 0{,}1Q_{t-1} = 13 - 0{,}1(110) = 2$$

$$E(W_t^{'}) = (1/3)W^{'}(90) + (1/3)W^{'}(100) + (1/3)W^{'}(110) = (1/3)4 + (1/3)3 + (1/3)2 = 3$$

Logo,

$$E(W'_t) = 3 > W'_{t-1} + K' = 2 + 0{,}2 = 2{,}2$$

o que sugere que se deve aumentar o volume estocado.

Aumentando-se o estoque para $I_{t-1} = 1$, resulta:

$$W'_{t-1} = 13 - 0{,}1Q_{t-1} = 13 - 0{,}1(109) = 2{,}1$$

$$E(W'_t) = (1/3)W'(91) + (1/3)W'(101) + (1/3)W'(111) = 2{,}9$$

Como 2,9 > 2,1 + 0,2 = 2,3 deve-se aumentar o volume armazenado.

Prosseguindo com os cálculos, pode-se verificar que para $I_{t-1} = 4$, $W'_{t-1} = 2{,}4$ e $E(W'_t) = 2{,}6$, donde se conclui que

$$E(W'_t) = 2{,}6 = W'_{t-1} + K' = 2{,}4 + 0{,}2 = 2{,}6$$

e, logo, que $I_{t-1} = 4$ é o valor que maximiza o bem-estar[69].

Prosseguindo-se com este procedimento para os demais valores de S_{t-1}, obtêm-se os mesmos resultados da seção anterior.

(a3) Solução algébrica através da condição de maximização de lucro

Uma forma alternativa de encontrar a solução para o problema é considerar que a atividade de armazenamento implica a arbitragem de preços até que:

$$E(P_t) = P_{t-1} + K' \qquad (5.16)$$

Identificando-se W'_t como a função de demanda no mercado pelo produto com o preço colocado como variável dependente[70] tem-se:

$$P_{t-1} = 13 - 0{,}1Q_{t-1} = 13 - 0{,}1(S_{t-1} - I_{t-1}) \qquad (5.17)$$

$$E(P_t) = 1/3\{[13 - 0{,}1(110 + I_{t-1})] + [13 - 0{,}1(100 + I_{t-1})] + [13 - 0{,}1(90 + I_{t-1})]\} = 13 - 10 - 0{,}1I_{t-1}$$

2 Notar que para $I_{t-1} = 5$, $W'_{t-1} = E(W'_t) = 2{,}5$.

70 A pressuposição necessária é a de que se trata da demanda compensada, ou seja, mantendo-se a renda real constante, conforme definida por Hicks.

$$E(P_t) = 3 - 0{,}1I_{t\text{-}1} \qquad (5.18)$$

Logo, usando-se (5.17) e (5.18) em (5.16):

$$3 - 0{,}1I_{t\text{-}1} = [13 - 0{,}1(S_{t\text{-}1} - I_{t\text{-}1})] + 0{,}2$$

e

$$\begin{cases} I_{t\text{-}1} = 0{,}5S_{t\text{-}1} - 51, & S_{t\text{-}1} \geq 102 \\ I_{t\text{-}1} = 0, & S_{t\text{-}1} < 102 \end{cases} \qquad (5.18')$$

que estabelece a regra ótima para formação de estoques dada a demanda considerada no problema e a distribuição probabilística da produção. Ver figura 5.8. Notar que, no caso considerado acima, isto é, para $S_{t\text{-}1} = 110$, resulta $I_{t\text{-}1} = 4$, e nos demais casos, como $I_{t\text{-}1} < 102$, temos $I_{t\text{-}1} = 0$, resultados já obtidos por outros métodos.

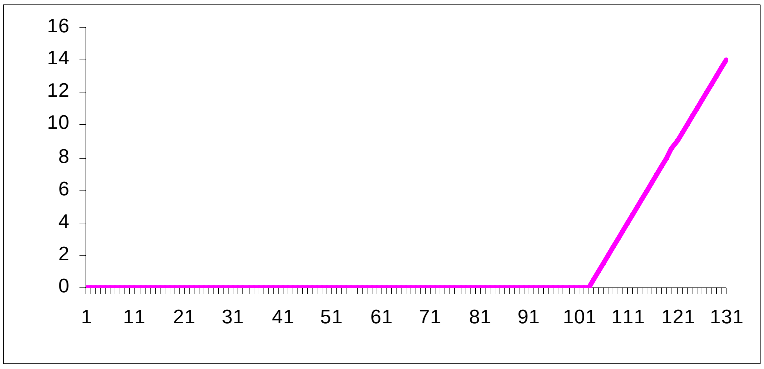

Figura 5.8. Regra ótima para armazenamento por 2 anos

(b) Solução para o caso de 3 anos

A partir deste ponto considera-se o armazenamento por 3 anos. O ano t continua sendo o ano final, com $I_t = 0$. O problema é decidir quanto armazenar em (t–2), ou seja, qual o valor de $I_{t\text{-}2}$. A questão do armazenamento de (t–1) para t já foi tratada no caso de 2 períodos. Usa-se o procedimento de otimização da função de bem-estar.

Admite-se, para ilustração, que a disponibilidade de produto em (t–2) seja $S_{t\text{-}2} = 110$.

(b1) $I_{t\text{-}2} = 0$

O bem-estar no ano (t–2) será $W_{t\text{-}2} = 825$, usando-se (2). Por outro lado, sabe-se que o bem-estar esperado para os 2 próximos anos, ou seja, (t–1) e t será dado por:

$$E(W_2) = (1/3)W_2^*(90) + (1/3)W_2^*(100) + (1/3)W_2^*(110) \qquad (5.19)$$

em que W^*_2 representa o valor maximizado do bem-estar para os 2 anos para cada nível alternativo de $S_{t\text{-}1}$ e $I_{t\text{-}2}$. Especificamente para $S_{t\text{-}1} = 110$ e $I_{t\text{-}2} = 0$, como em (5.19), tem-se:

$$E(W_2) = (1/3)(1.561{,}66) + (1/3)(1.596{,}66) + (1/3)(1.623{,}27) = 1.593{,}86$$

resultado que se obtém considerando que para $S_{t\text{-}1} = 110$ haveria um estoque $I_{t\text{-}1} = 4$, que é o valor ótimo já obtido para o caso de 2 anos. Nos demais casos, $S_{t\text{-}1} = 100$ ou 90, sabe-se que $I_{t\text{-}1} = 0$.

Logo, o valor esperado para o bem-estar nos 3 anos considerados em conjunto será:

$W_3 = W_{t\text{-}2} + \mathrm{E}(W_2) = 825 + 1.593{,}86 = 2.418{,}86$

Prossegue-se, então com outros valores de $I_{t\text{-}2}$ até que se encontre o valor ótimo para $S_{t\text{-}2} = 110$.

(b2) $I_{t\text{-}2} = 1$

Então, $W_{t\text{-}2} = 822{,}95$, o que se obtém fazendo $Q_{t\text{-}2} = 109$ em (5.13). Além disso,

$$E(W_2) = (1/3)W_2^*(91) + (1/3)W_2^*(101) + (1/3)W_2^*(111)$$

Para determinar os novos W^*_2 , refazem-se os cálculos como nas 3 tabelas seguintes.

*(b2.1)*Começando com $W^*_2(111)$, imagina-se que houvesse $S_{t\text{-}1} = 111$ e verifica-se a alocação ótima entre (t–1) e t.

(b2.1.1) Se $I_{t\text{-}1} = 0$, então:

$$W_{t-1} = 13(111) - 0{,}05(111)^2 = 826{,}95$$

E o valor esperado de W_t será:

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 90 - 0{,}05 \cdot 90^2) + (1/3)(13 \cdot 100 - 0{,}05 \cdot 100^2) + (1/3)(13 \cdot 110 - 0{,}05 \cdot 110^2) = 796{,}66$$

Conclui-se que W_2 = 826,95 + 796,66 = 1.623,61.

(b2.1.2) Se $I_{t\text{-}1}$ = 1, então:

$$W_{t-1} = 13(110) - 0{,}05(110)^2 = 825$$

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 91 - 0{,}05 \cdot 91^2) + (1/3)(13 \cdot 101 - 0{,}05 \cdot 101^2) + (1/3)(13 \cdot 111 - 0{,}05 \cdot 111^2) = 799{,}47$$

e, portanto, W_2 = 825 + 799,47 = 1.624,77.

(b2.1.3) Os demais resultados para $S_{t\text{-}1}$ = 111 estão na Tabela 5.6.

Tabela 5.6. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1}$ = 111.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem-estar (t–1)**	**Bem-estar esperado (t–1)**	**Custo**	Bem-estar **(2 anos)**
111	0	826,95	796,66	0,0	1.623,61
110	1	825,00	799,47	0,2	1.624,27
109	2	822,95	802,47	0,4	1.625,02
108	3	820,80	805,22	0,6	1.625,42
107	4	818,55	807,87	0,8	1.625,62
106	5	816,20	810,42	1,0	1.625,62

Os resultados da Tabela 5.6 indicam que o nível ótimo de estoque em (t–1) para $S_{t\text{-}1}$ = 111 é I_{t-1} = 4, com bem-estar acumulado em 2 anos (t–1 e t): W^*_2 = 1625,62.

(b2.2) Continuando com $W^*_2(101)$, imagina-se que houvesse $S_{t\text{-}1}$ = 101 e verifica-se a alocação ótima entre (t–1) e t.

(b2.2.1) Se $I_{t\text{-}1}$ = 0

$$W_{t-1} = 13(101) - 0{,}05(101)^2 = 802{,}95$$

e

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 90 - 0{,}05 \cdot 90^2) + (1/3)(13 \cdot 100 - 0{,}05 \cdot 100^2) + (1/3)(13 \cdot 110 - 0{,}05 \cdot 110^2) = 796{,}66$$

e

W_2 = 802,95 + 796,66 = 1.599,61

(b2.2.2) Com $I_{t\text{-}1} = 1$

$$W_{t-1} = 13(100) - 0{,}05(100)^2 = 800$$

e

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 91 - 0{,}05 \cdot 91^2) + (1/3)(13 \cdot 101 - 0{,}05 \cdot 101^2) + (1/3)(13 \cdot 111 - 0{,}05 \cdot 111^2) = 799{,}47$$

e

$$W_2 = 800 + 799{,}47 - 0{,}2 = 1.599{,}27$$

conforme a Tabela 5.7.

Tabela 5.7. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1} = 101$.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem estar (t–1)**	**Bem estar esperado (t–1)**	**Custo**	**Bem estar (2 anos)**
101	0	802,95	796,66	0,0	1.599,61
100	1	800,00	799,47	0,2	1.559,27

Conclui-se que o valor máximo de bem estar considerando-se 2 anos (1.599,61) se dá com $I_{t\text{-}1} = 0$

(b2.3) Continuando com $W^*_2(91)$, imagina-se que houvesse $S_{t\text{-}1} = 91$ e verifica-se a alocação ótima entre (t–1) e t.

(b.2.3.1) Se $I_{t-1} = 0$

$$W_{t-1} = 13(91) - 0{,}05(91)^2 = 768{,}95$$

e

$$E(W_t) = (1/3)(13 \cdot 90 - 0{,}05 \cdot 90^2) + (1/3)(13 \cdot 100 - 0{,}05 \cdot 100^2) + (1/3)(13 \cdot 110 - 0{,}05 \cdot 110^2) = 796{,}66$$

e

$$W_2 = 768{,}95 + 796{,}66 = 1.565{,}61$$

(b.2.3.2) Outros resultados para $S_{t\text{-}1} = 91$ estão na Tabela 5.8.

Tabela 5.8. Consumo, estoque e bem estar anual e acumulado em 2 anos – $S_{t\text{-}1} = 91$.

Consumo (t–1)	**Estoque (t–1)**	**Bem estar (t–1)**	**Bem estar esperado (t–1)**	**Custo**	Bem estar **(2 anos)**
91	0	768,95	796,66	0,0	1.565,61
90	1	765,00	799,47	0,2	1.564,27
89	2	760,95	802,47	0,4	1.563,02

Conclui-se que com $I_{t\text{-}1}$ =0 tem-se o valor máximo de W^*_2 = 1.565,61.

Com base nas Tabelas 5.6, 5.7 e 5.8, pode-se concluir que o bem-estar esperado para os 2 anos ou seja, (t–1) e t, considerando-se a alocação de $I_{t\text{-}2}$ = 1, será

$$E(W_2) = (1/3)W_2^*(91) + (1/3)W_2^*(101) + (1/3)W_2^*(111)$$

$$E(W_2) = (1/3)(1.625,62) + (1/3)(1.599,61) + (1/3)(1.565,61) = 1.596,95$$

Considerando-se agora que o consumo no ano (t–2) será 109 unidades e, logo, que $W_{t\text{-}2}$ = 822,95 e E(W_2) = 1596,95 obtém-se:

W_3 = 822,95 + 1.596,95 – 0,2 = 2.419,71

Na tabela 5.9 estão os demais resultados para $S_{t\text{-}2}$= 110 e vários níveis alternativos de $I_{t\text{-}2}$.

Tabela 5.9. Consumo, Estoque e Bem-Estar Anual e Acumulado em 3 Anos - S_{t-2} = 110

Consumo (t–2)	Estoque (t–2)	Bem-Estar em (t–2) $W_{t\text{-}2}$	Bem-Estar Esperado em (t–1) e t E(W_2)	Custo (C')	Bem-Estar (3 anos) W_3
110	0	825	1593,87	0,0	2.418,87
109	1	822,95	1596,96	0,2	2.419,71
108	2	820,80	1599,97	0,4	2.420,37
107	3	818,55	1602,89	0,6	2.420,84
106	4	816,20	1605,77	0,8	2421,17
105	5	813,75	1608,55	1,0	2421,30
104	6	811,20	1611,30	1,2	2421,30

Conclui-se que para S_{t-2}= 110, o nível ótimo de estoque será I_{t-2} = 5. Lembra-se que quando o horizonte considerado era de 2 anos uma disponibilidade de S_{t-1} = 110 levava a um estoque ótimo de $I_{t\text{-}1}$ = 4.

Gardner calcula estoques ótimos para uma disponibilidade igual a 110 considerando um horizonte de até 25 anos a frente (Tabela 5.10). O ano t é sempre tomado como o último, no qual o estoque é zero. Ele observou que o horizonte de tempo considerado é suficiente para que o nível de estoque convirja para um valor definido. Quando isso acontece, entende-se que a pressuposição inicial de que o estoque final é zero (ou que toda disponibilidade no ano final será consumida) torna-se irrelevante.

Tabela 5.10. Estoque Ótimo para $S = 110$

Número de Anos Considerado	Estoque Ótimo
2	4
3	5
4	6
5	6
6	6
7	6
8	6
9	6
10	7
11	7
...	...
25	7

Como se pode imaginar, o número de cálculos envolvidos na obtenção da Tabela 5.10 é muito grande; a obtenção de estoques ótimos para outros valores de S envolve um número formidável de cálculos, mesmo atendo-se às aproximações a números inteiros. O resultado final é a obtenção de uma regra de armazenamento como a ilustrada na Figura 5.9, onde se pode verificar o percentual da produção média (X_t = 100) que deve ser armazenada para cada nível de disponibilidade.

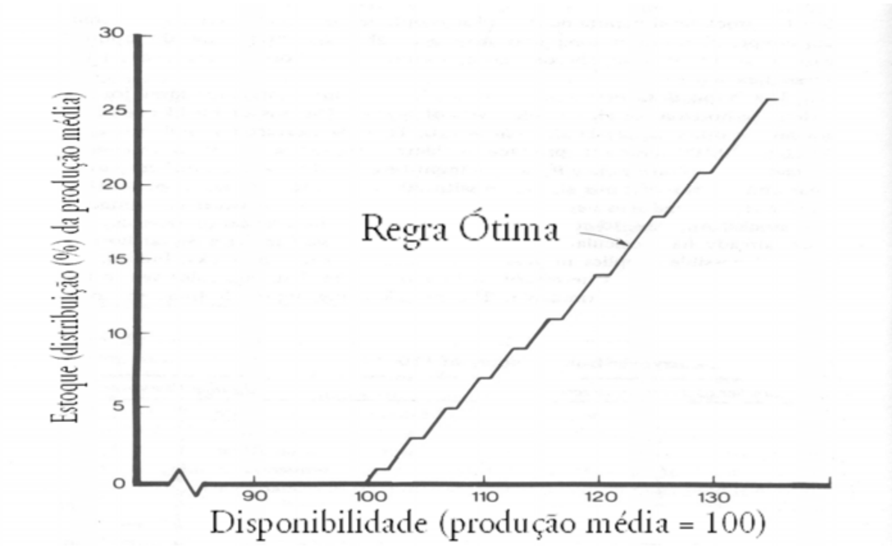

Figura 5.9. Regra ótima de armazenamento

5.4.3. O Exemplo Analítico de Wright & Williams

Deve-se a Gustafson (1958) a dedução de regras de armazenamento através de métodos numéricos aplicados a mercados com oferta inelástica. Supunha ele a existência de um planejador central que visava a maximizar a função de bem-estar social. Williams & Wright desenvolveram métodos numéricos que utilizam aproximações polinomiais à função que relaciona preços esperados e estoque atual; dessa forma podem trabalhar com funções de oferta que não sejam perfeitamente inelásticas.

Soluções analíticas para a regra de armazenamento, ainda que envolvendo situações bastante simplificadas, permitem que se entendam aspectos importantes envolvidos na lógica da obtenção da regra. Nesta seção se apresenta o modelo criado por Williams & Wright (1991, pp: 58-62) com esse objetivo.

O exemplo envolve 3 períodos: t, $(t-1)$ e $(t-2)$. No período t não há armazenamento. A função de demanda é linear:

$$P_t = \alpha + \beta q_t \qquad \alpha > 0 \text{ e } \beta < 0 \qquad (5.20)$$

A oferta é perfeitamente inelástica com média h. A função de densidade dos choques v_t aditivos é do tipo uniforme:

$$f(v_t) = \begin{cases} [1/(2\sqrt{3}\,\sigma)] & \text{para } -\sqrt{3}\sigma < v_t < \sqrt{3}\sigma \\ 0 & \text{para outros valores} \end{cases} \qquad (5.21)$$

O custo marginal de armazenamento é uma constante k e a taxa de juros é considerada igual a zero.

Pergunta-se: qual seria o volume de armazenamento de equilíbrio? Deve-se descobrir a relação entre I_{t-2} e S_{t-2}, que por sua vez se relaciona com os parâmetros σ e k. O primeiro passo é resolver para a regra de armazenamento em (t–1), pois a decisão em (t–2) depende do prospecto para armazenamento em (t–1).

A condição de arbitragem num mercado competitivo – que também se observa no caso do planejador central – é dada por:

$$P_{t-1} + k = E_{t-1}(P_t) \qquad (5.22)$$

que aplicada ao presente caso resulta em:

$$\alpha + \beta q_{t-1} + k = \int (\alpha + \beta q_t)[1/(2\sqrt{3}\sigma)]dv_t \quad \text{para } -\sqrt{3}\sigma < v_t < \sqrt{3}\sigma$$

que expresso em termos de variáveis já definidas leva a:

$$\alpha + \beta(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = [1/(2\sqrt{3}\sigma)\int[(\alpha + \beta(h + v_t + I_{t-1})]dv_t$$

Pode-se então resolver a integral acima e obter[71]:

$$I_{t-1} = (S_{t-1} - h)/\ 2 + \ k/2\beta \qquad I_{t-1}>0$$

e

$$I_{t-1} = 0 \qquad \text{em outras situações.} \qquad (5.23)$$

É interessante observar que se $k = 0$ (custo de armazenamento nulo), então o volume armazenado deveria corresponder à metade do montante pelo qual a disponibilidade excede a produção média do ano $[(S_{t-1} - h)/\ 2]$, ou seja, esse excedente deve ser dividido em partes iguais entre os 2 anos considerados, t−1 e t.

A derivação da regra de armazenamento para o ano (t−2) é mais complexa. A condição de arbitragem passa a ser:

$$P_{t-2} + k = E_{t-2}\,(P_{t-1}) \qquad S_{t-2} > 0 \qquad (5.24)$$

Como a decisão envolve $E_{t-2}(P_{t-1})$, que, por sua vez depende de haver ou não estoque em (t−1), faz-se necessário estabelecer as condições que levam a existência de I_{t-1}. O que precisa ser feito é descobrir o valor do choque de oferta (v_{t-1}) que geraria a expectativa de $I_{t-1} > 0$. Para tal, toma-se a expressão (9) fazendo-se $I_{t-1} = 0$ e resolvendo-se para v_{t-1}. Ou seja:

$$0 = (S_{t-1} - h)/\ 2 + \ k/2\beta$$

e

$$0 = [(h + v_{t-1} + I_{t-2}) - h]/\ 2 + k/2\beta$$

onde

$$v_{t-1}^{*} = - I_{t-2} - k/\beta \qquad (5.25)$$

Esse é, portanto, o valor crítico do choque de oferta, a partir do qual haveria a formação de estoque em (t−1). Para valores abaixo desse choque crítico, não haveria estoques em (t−1). Dadas essas duas circunstâncias possíveis, a expectativa de preço para (t−1) deverá ser uma média ponderada das expectativas que ocorreriam em cada uma delas. Assim, (5.24) fica:

[71] *Demonstração em anexo*

$$\alpha + \beta q_{t-2} + k = \int_{-\sqrt{3}\sigma}^{v_{t-1}^*} (\alpha + \beta q_{t-1})[1/(2\sqrt{3}\sigma)]dv_{t-1} + \int_{v_{t-1}^*}^{\sqrt{3}\sigma} (\alpha + \beta q_{t-1})[1/(2\sqrt{3}\sigma)]dv_{t-1}$$

(5.26)

sendo: $q_{t-2} = S_{t-2} - I_{t-2}$

$q_{t-1} = h + v_{t-1} + I_{t-2}$ para $-\sqrt{3}\sigma < v_{t-1} < v_{t-1}^*$

$q_{t-1} = h + v_{t-1} + I_{t-2} - I_{t-1}$ para $v_{t-1}^* < v_{t-1} < \sqrt{3}\sigma$

e I_{t-1} dado em (5.23). Do processo de integração resulta a seguinte regra ótima[72]:

$$I_{t-2} = 7\sqrt{3}\sigma - k/\beta - \sqrt{144\sigma^2 - 8\sqrt{3}\sigma(S_{t-2} - h) - 24\sqrt{3}\sigma k/\beta} \quad \text{para } I_{t-2} > 0 \quad (5.27)$$

$I_{t-2} = 0$, caso contrário.

Como ilustração, considere-se o caso em que os parâmetros do modelo são: $\sigma^2 = 75$, k=2, $\beta = -5$, h= 100. Substituindo-se esses parâmetros na expressão acima verifica-se que I_{t-2}> 0 para S_{t-2}> 98,62. Pode-se comparar esse resultado com aquele que se obteria para armazenamento apenas por um ano conforme fórmula (5.19), em que se constata que I_{t-1}> 0 para S_{t-1}>99,6, com $I_{t-1} = -49{,}8 + 0{,}5S_{t-1}$. As figuras 5.14 e 5.15 representam a regra ótima de armazenamento considerando-se horizontes de 2 e 3 períodos, respectivamente.

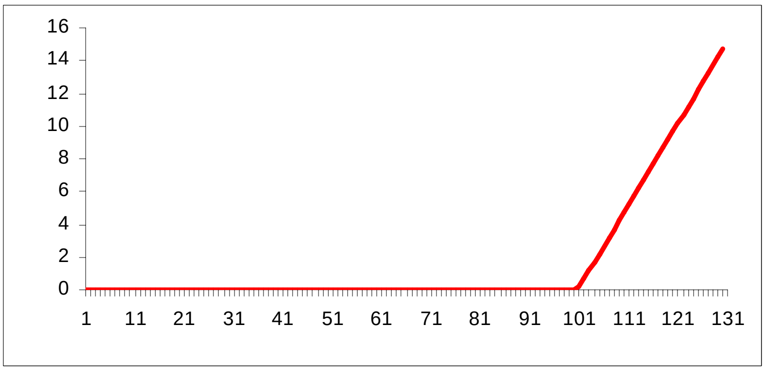

Figura 5.10. Regra ótima de armazenamento – 2 períodos

[72] Demonstração em anexo.

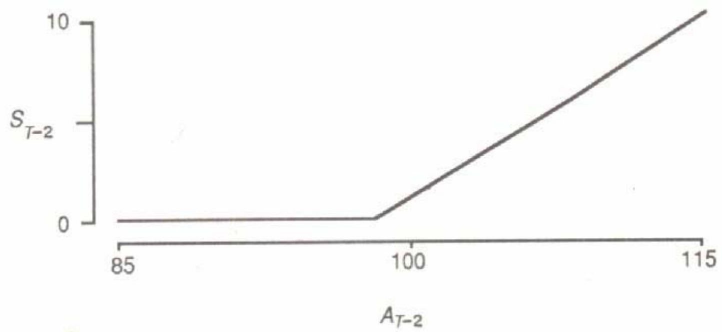

Figura 5.11. Regra ótima de armazenamento – 3 períodos

5.3.4. Comentários

A teoria econômica convencional analisa um mercado competitivo com muitas firmas e consumidores idênticos sob condições de certeza num único período. O problema do armazenamento, no entanto, precisa de um cenário multi-periódico e explícita consideração de incerteza em relação ao futuro (principalmente em relação ao clima). Colocada num cenário de mercado competitivo, a solução de maximização de lucro encontrada para agentes privados neutros com relação ao risco corresponde à que prevaleceria num contexto em que as decisões fossem tomadas por um agente controlador que visasse a maximização do bem-estar social.

A natureza do problema a ser resolvido impede – a não ser em situações muito simplificadas – o emprego de procedimentos analíticos associados a funções contínuas e diferenciáveis. Expectativas de armazenamento futuro que afetam o armazenamento corrente – criando elos intertemporais complexos – e o fato de que não é possível haver armazenamento negativo (importar produção futura para o presente) forçam o encaminhamento das soluções através de métodos numéricos referentes a um conjunto de parâmetros específicos.

Saliente-se ainda o fato de nestas notas, de caráter meramente introdutório, ter-se restringido a casos em que não há resposta da produção a preços. Considerar essa possibilidade – necessária para aplicações em situações próximas da realidade – certamente complica ainda mais a análise, requerendo métodos de soluções numéricas sofisticados.

ANEXO

O Exemplo Analítico de Wright & Williams – Obtenção da expressão (5.23)

No período t não há armazenamento ($I_t = 0$) e, assim

$$P_t(q_t) = P(S_t) = P(h + v_t + I_{t-1})$$

Para período t–1, I_{t-1} é decidido a partir de:

$$P_{t-1}(q_{t-1}) + k = E_{t-1}\,(P_t(q_t))$$

$$P_{t-1}(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = E_{t-1}\,(P_t(h + v_t + I_{t-1}))$$

Para encontrar $E_{t-1}(P_t)$ é preciso integrar a função acima a partir de v_t, ou seja:

Integrando em relação a v_t

$$P_{t-1}(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}\int_{-\sqrt{3}\sigma}^{\sqrt{3}\sigma}(\alpha + \beta(h + v_t + I_{t-1}))dv_t$$

$$P_{t-1}(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}[(\alpha v_t + \beta h v_t + \frac{\beta v_t^2}{2} + \beta I_{t-1}v_t)]_{-\sqrt{3}\sigma}^{\sqrt{3}\sigma}$$

$$P_{t-1}(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = \alpha + \beta(S_{t-1} - I_{t-1}) + k = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}[(\alpha(\sqrt{3}\sigma) + \beta h(\sqrt{3}\sigma) + \frac{\beta(\sqrt{3}\sigma)^2}{2} + \beta I_{t-1}(\sqrt{3}\sigma)) -$$
$$(\alpha(-\sqrt{3}\sigma) + \beta h(-\sqrt{3}\sigma) + \frac{\beta(-\sqrt{3}\sigma)^2}{2} + \beta I_{t-1}(-\sqrt{3}\sigma))] = \alpha + \beta h + \beta I_{t-1}$$

E, logo,

$$I_{t-1} = \frac{S_{t-1} - h}{2} + \frac{k}{2\beta} \qquad I_{t-1} > 0$$

$$I_{t-1} = 0 \qquad \text{em outras situações.}$$

Para período t–2

$$P_{t-2}(q_{t-2}) + k = E_{t-2}\,(P_{t-1}) \qquad S_{t-2} > 0$$

$$\alpha + \beta q_{t-2} + k = \int_{-\sqrt{3}\sigma}^{v_{t-1}^*} (\alpha + \beta q_{t-1})[1/(2\sqrt{3}\sigma)]dv_{t-1} + \int_{v_{t-1}^*}^{\sqrt{3}\sigma} (\alpha + \beta q_{t-1})[1/(2\sqrt{3}\sigma)]dv_{t-1}$$

$$\alpha + \beta q_{t-2} + k = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}[\int_{-\sqrt{3}\sigma}^{v_{t-1}^*} (\alpha + \beta(h + v_{t-1} + I_{t-2})dv_{t-1} + \int_{v_{t-1}^*}^{\sqrt{3}\sigma} (\alpha + \beta(h + v_{t-1} + I_{t-2} - I_{t-1})dv_{t-1}]$$

Substituindo I_{t-1} e integrando:

$$\alpha + \beta(S_{t-2} - I_{t-2}) + k = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}\{[(\alpha v_{t-1} + \beta h v_{t-1} + \frac{\beta v_{t-1}^2}{2} + \beta I_{t-2} v_{t-1})]_{-\sqrt{3}\sigma}^{v_{t-1}^*} +$$

$$\{[(\alpha v_{t-1} + \beta h v_{t-1} + \frac{\beta v_{t-1}^2}{4} + \frac{\beta I_{t-2} v_{t-1}}{2} - \frac{k v_{t-1}}{2})]_{v_{t-1}^*}^{\sqrt{3}\sigma}$$

Procedendo como no caso do período 2, chega-se à uma equação de 2º grau em I_{t-2}, cuja solução é dada por

$$I_{t-2} = 7\sqrt{3}\sigma - k/\beta - \sqrt{144\sigma^2 - 8\sqrt{3}\sigma(S_{t-2} - h) - 24\sqrt{3}\sigma k/\beta} \qquad \text{para } I_{t-2} > 0$$

$$I_{t-2} = 0, \text{ caso contrário.}$$

Referências

BRESSLER, R.G.; R.A. KING, 1970. **Market, Prices and Interregional Trade.** John Wiley & Sons, Inc., New York.

GARDNER, B.L.1979. **Optimal Stockpiling of Grain**. Lexington. D.C. Heath and Company

GUSTAFSON, R.L. 1958. **Carryover Levels for Grains: A Method for Determining Amounts that Are Optimal under Specified Conditions**. Technical Bulletin No.1178. U.S.D.A.

WILLIAMS, J.C., B.D.WRIGHT.1991. **Storage and Commodity Markets**. Cambridge University Press.

WRIGHT, B.B., J.C. WILLIAMS. 1982. “The Economic Role of Commodity Storage”. **The Economic Journal**, 92: 596-614.

WRIGHT, B.B., J.C. WILLIAMS. 1984. “The Welfare Effects of the Introduction of Storage”. **The Quarterly Journal of Economics** (February).

Exercícios

5.1. Um certo produto pode ser transportado ao natural ou na forma concentrada. O quadro abaixo fornece os custos de transporte para a primeira forma e a soma dos custos de transporte e processamento para a forma concentrada. O quadro ainda inclui os suprimentos de matéria-prima nas fontes de produção (1) e (2) e as demandas em termos de matéria-prima - tanto na forma ao natural como concentrada - nos destinos (A) e (B).

	(A)		(B)		
	N	C	N	C	S_i
1	3	1	4	2	40
2	2	1	5	3	60
D_j	35	15	5	45	

Determinar:
(a) o padrão ótimo de comércio;
(b) os diferenciais de preço para a matéria-prima e para as duas formas nas quatro regiões;
(c) indicar as capacidades das indústrias de transformação a serem instaladas nas regiões produtivas.

5.2. Para se produzir 1 kg de queijo são necessários 10 kg de leite. O processamento de queijo custa $ 100 por kg. Então, se o preço do queijo for ao consumidor de $ 10.000 por kg, qual deveria ser o preço do leite ao consumidor?

5.3. A demanda mensal de certo produto é $D_t = 50 - 0,5P_t$. O custo mensal de armazenamento desse produto é $C_t = 6 + 2s$. Sabendo-se que a produção anual - ocorrida no mês 1 - foi de 201 unidades, e admitindo-se que não haja “carryover”, determinar o preço, a quantidade consumida e os estoques mensais no ano considerado.

5.4. A demanda mensal de certo produto é dada por $D_i = 240 - P_i$, ($i = 1, 2, ... 12$). O custo de armazenamento é dado por $C_j = 6 + 2s$. Conhecida a quantidade produzida $Q_0 = 150$ e sabendo-se que não haverá "carryover", determinar os preços mensais e as quantidades consumidas e armazenadas mensalmente.

5.5. Referindo-se à solução numérica apresentada no Modelo de Gardner para 2 períodos em 5.4.2. (a), verifique o valor máximo de bem estar constante na tabela 5.3 para $I_{t-1} = 3$ e $St\text{-}1 = 110$.

5.6. Referindo-se ao modelo para 3 períodos em 5.4.2 (b), verifique o valor máximo de bem estar para $S_{t-2} = 110$ e $Q_{t-2} = 108$ indicado na tabela 5.9.

5.7. Referindo-se ao exemplo de Wright & Williams, use a expressão (5.23) para representar num gráfico a regra para armazenamento por 1 ano considerando h = 100 e β = -5 e k = 0 e 5.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE DA DEMANDA DE PRODUTOS AGRÍCOLAS

6.1. Introdução

A análise da demanda é um dos campos mais desenvolvidos dentro da Teoria Econômica. Existe, no entanto, uma lacuna a ser preenchida quando se passa da teoria pura para a verificação das hipóteses por ela levantadas[73].

Dentro da área da análise de preços, três tipos de profissionais têm atuado. Existem: (1) o grupo interessado primordialmente em fazer previsões de preço, produção e consumo sem especificação propriamente dita de modelos teóricos; (2) o grupo eminentemente teórico que procura contribuir para avanços na teoria pura; (3) os econometristas que pretendem a partir da teoria pura, fazendo uso de matemática e estatística, testar as hipóteses da teoria e ao mesmo tempo fazer boas previsões, tentando preencher a lacuna entre a teoria e a prática.

A distinção básica entre o primeiro e o último grupo está em que o primeiro não se preocupa com a confirmação, ampliação ou correção da teoria, preocupando-se apenas com as partes práticas de previsão e análise de preços, produção e consumo.

A análise econométrica de mercado tem se tornado mais e mais importante nas economias modernas pela necessidade de conhecer as respostas (de curto e longo prazo) do sistema a diversas mudanças a ele impostas pelos responsáveis por políticas e pelo planejamento da atividade econômica. O conhecimento dos resultados de políticas (de incentivo à produção, de preços, de renda, etc.) é necessário antes que essas medidas sejam tomadas. É imprescindível, no entanto, que a teoria permaneça sempre como pano de fundo quando essas previsões forem feitas. A teoria, na medida que classifica os fatores que afetam uma certa variável, permite uma avaliação sistemática dos efeitos desses fatores. O não uso da teoria dificulta a previsão, pois pode levar, em diferentes ocasiões, a se fazer diferentes previsões a partir de um mesmo agente causal.

Assim como a teoria é essencial para boa previsão, a mensuração e a análise estatística são essenciais para o desenvolvimento teórico por se constituírem em testes das hipóteses dessa teoria. Na medida que essas hipóteses sejam rejeitadas, a teoria deve ser reconsiderada ou mesmo refutada.

Em resumo, a análise empírica visa ao teste da teoria (o que possibilita o desenvolvimento teórico) e também medir as relações teóricas de modo a servir de subsídio para políticas e planejamento. A

[73] Ver Waugh (1973)

teoria econômica pura seria inútil se não fosse testada e aplicada; a compilação de dados estatísticos seria inútil, a menos que os dados sejam usados para testar e quantificar a teoria.

Neste capítulo procura-se sintetizar as relações teóricas mais importantes no tocante à especificação de modelos empíricos. Recebem ênfase especial as questões relativas às restrições a que estão sujeitas as funções de demanda, às várias abordagens destinadas a cobrir a lacuna entre a teoria e a estimação, ao papel do tempo nas funções de demanda, à agregação das curvas individuais e a relação entre elasticidades e flexibilidades. O capítulo se encerra com uma breve discussão sobre projeções de demanda.

6.2. Conceitos Básicos da Teoria da Demanda

O modelo econômico usado para estudo do comportamento do consumidor é a Teoria da Maximização de Utilidade.

Essa teoria começa com o problema do consumidor que deve escolher uma combinação de bens a partir de um conjunto dado de bens. Esse consumidor defronta-se com certa renda, preços e, dados seus gostos e preferências, deve escolher a alternativa que lhe proporcione o maior grau de satisfação.

A princípio, alguns autores viam a utilidade como uma medida cardinal de satisfação e, portanto, referiram-se a ela como uma magnitude absoluta (Jevons e Walras). Além disso, esses autores consideravam que a utilidade derivada do consumo de um bem era função da quantidade consumida desse bem somente. Assim, um indivíduo consumindo q_1 , q_2 , ... , q_n de n bens, poderia ter sua função de utilidade representada por:

$$U = U_1 (q_1) + U_2 (q_2) + ... + U_n (q_n) \qquad (6.1)$$

Fisher e Pareto perceberam, mais tarde, que, se uma certa combinação de bens maximiza uma função de utilidade, então qualquer transformação dessa função que preserve a ordem também é maximizada com aquela combinação. Por exemplo, considere-se as seguintes funções de utilidade[74]:

$$U_1 = X_1 \ \ X_2$$

$$U_2 = \log U_1 = \log X_1 + \log X_2$$

$$U_3 = U^2_1 = X^2_1 \ X^2_2 \qquad (6.2)$$

Uma transformação preservará a ordem se $dU_i /dU_j > 0$. Para as funções acima tem-se:

$$dU_2 /dU_1 = 1 /U_1 > 0 \ , \ dU_3 /dU_1 = 2 \ U_1 > 0$$

[74] Ver FRIEDMAN, pp. 41-43

Assim, essas três funções de utilidade têm idênticas curvas de indiferença, embora elas recebam diferentes valores de utilidade.

Isso significa que a maximização da utilidade envolve apenas propriedade ordinal. Esta propriedade é então usada para evitar pressuposições demasiadamente restritivas, uma vez que as três funções em (6.2), submetidas ao processo de maximização condicionada à restrição de orçamento, resultam numa mesma função de demanda, qual seja, $X_1 = Y/2P_1$ e $X_2 = Y/2P_2$, onde P_1 e P_2 são os preços unitários de X_1 e X_2, e Y é a renda.

Para as três funções mencionadas em (6.2) tem-se:

X_1	X_2	U_2	U_1	U_3
1	1	0	1	1
1	2	0,303	2	4
1	3	0,477	3	9
2	1	0,303	2	4
3	1	0,477	3	9
2	2	0,606	4	16

A ordem de preferência deve, no entanto, satisfazer os seguintes requisitos[75]:

(1) **axioma da comparatibilidade**

Dados dois conjuntos de bens q_1 e q_0, o indivíduo indicará uma das seguintes alternativas:

$U(q_0) > U(q_1)$

$U(q_0) = U(q_1)$

$U(q_0) < U(q_1)$

(2) **axioma da antissimetria**

Se $U(q_0) > U(q_1)$, então não é possível que $U(q_0) < U(q_1)$.

(3) **axioma da consistência**

Dados 3 conjuntos de bens q_0, q_1 e q_2, se

$U(q_0) > U(q_1)$ e

[75] Ver GEORGE & KING, pp. 4 e 5.

$U(q_1) > U(q_2)$, então

$U(q_0) > U(q_2)$

(4) **a relação de preferência é monotonicamente crescente**

O consumidor não atinge o ponto de saciedade.

(5) **a curva de indiferença é convexa**

Isso permite que a maximização ocorra em pontos de diversificação de consumo. Verificado esse requisito, as condições de primeira ordem para maximização de utilidade passam a ser necessárias e suficientes para essa maximização. Para tal, a função de utilidade deve ser quase côncava e monotônica.

Estabelecido a princípio por Cournot (1838) e Dupuit, o conceito de demanda foi popularizado por Marshall[76]. Ele focalizava a relação quantidade-preço de um bem, mantendo a renda e todos os outros preços constantes. Pareto e Walras estabeleceram o caso mais geral em que todos os preços e renda eram variáveis, cuja versão moderna é apresentada por Hicks que apresenta os conceitos de efeito-renda e substituição elaborados por Slutsky (1915).

Na escolha dos bens a serem consumidos, o consumidor considera a função de utilidade:

$$U = U(q_1, q_2, \ldots, q_n) \qquad (6.3)$$

onde $q_1 \ldots q_n$ são bens componentes de um conjunto a partir do qual a escolha vai ser feita.

Dados os preços unitários, $p_1 \ldots p_n$, desses bens, a condição é que o dispêndio não ultrapasse a renda:

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 + \ldots + p_n q_n \leq Y \qquad (6.4)$$

Para facilitar os métodos de cálculo, e evitar o uso de programação, só o sinal de igualdade é mantido.

O Método de Lagrange pode ser então utilizado para a maximização de utilidade. Parte-se de:

$$Z = U(q_1, q_2 \ldots q_n) + \lambda (Y - p_1 q_1 - \ldots - p_n q_n) \qquad (6.5)$$

Diferenciando-se Z com respeito a q_i e λ:

$$U_i (q_1, \ldots, q_n) - \lambda p_i = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

$$Y - p_1 q_1 - \ldots - p_n q_n = 0 \qquad (6.6)$$

[76] Ver GEORGE & KING, pp. 5-8.

onde

$U_i = \partial U / \partial q_i$

Tem-se então um sistema de ($n + 1$) equações a ($n + 1$) incógnitas (q_1 , q_2 , ... , q_n e λ), com os preços e renda dados.

A solução para qualquer q_i será do tipo:

$$q_i = q_i\,(p_1\ , p_2\ , \ldots , p_n\ , Y) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (6.7)$$

Esta relação representa a função de demanda e mostra a quantidade comprada de cada bem como função de seu preço, os preços de outros bens e da renda.

Para assegurar que a maximização de utilidade está ocorrendo, uma condição de segunda ordem existe. Para isso é necessário que a função de utilidade possa ser diferenciada duas vezes, de tal sorte que a matriz Hessiana (H) exista.

Define-se H como:

$$H = \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & \ldots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \ldots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \ldots & U_{nn} \end{vmatrix}$$

onde $U_{ij} = \partial U / \partial q_i\, \partial q_j$.

Para um máximo, a matriz Hessiana aumentada (H*) dada em (6.8) deve ser negativa definida. Para tal será necessário que: $(-1)^r D_r > 0$, onde D_r é o menor de H* incluindo derivadas envolvendo até o r-ésimo bem, sendo $r \geq 2$.[77]

$$H^* = \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & \ldots & U_{1n} & U_1 \\ U_{21} & U_{22} & \ldots & U_{2n} & U_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \ldots & U_{nn} & U_n \\ U_1 & U_2 & \ldots & U_n & 0 \end{vmatrix}$$

[77] Essas são as chamadas condições de segunda ordem para maximização da utilidade.

Por exemplo, tem-se:

$$D_2 = \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_2 \\ U_1 & U_2 & 0 \end{vmatrix} \quad ; \quad D_3 = \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_1 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_2 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_3 \\ U_1 & U_2 & U_3 & 0 \end{vmatrix}$$

Como já se disse, o máximo da função de utilidade fica garantido pelas condições de primeira ordem se a função de utilidade for quase-côncava, ou se as curvas de indiferença forem convexas.

Além disso, a convexidade da curva de indiferença garante que as taxas marginais de substituição sejam decrescentes.

Dado $U(q_1, q_2)$, a curva de indiferença é dada por:

$$U_1 dq_1 + U_2 dq_2 = 0$$

Então a inclinação da curva será:

$$dq_2 / dq_1 = - U_1 / U_2$$

$$d(dq_2 / dq_1) / dq_1 = -\{[U_{11} + U_{12} (dq_2 / dq_1)] U_2 - [U_{21} + U_{22} (dq_2 / dq_1)] U_1\} / U_2^2$$

$$= -(U_{11} U_2^2 - U_{12} U_1 U_2 - U_{21} U_1 U_2 + U_{22} U_1^2) / U_2^3$$

Ou usando o menor relevante da matriz Hessiana aumentada

$$d(dq_2 / dq_1) / dq_1 = D_2 / U_2^3 > 0$$

se a curva de indiferença for convexa e $U_2 > 0$.

Como a taxa marginal de substituição é o negativo da inclinação da curva de indiferença, isto é,

$$TMS_{q2q1} = - dq_2 / dq_1$$

tem-se que:

$$d(TMS_{q1q2}) / dq_1 < 0$$

ou seja, a taxa é decrescente se a curva for convexa[78].

[78] Essa propriedade torna desnecessário que a utilidade marginal dos bens seja decrescente. Pode-se verificar que as funções em (6.3) apresentam utilidade marginal constante (a primeira), decrescente (a segunda) e crescente (a terceira).

6.3. Restrições na Função de Demanda

(1) Condições de homogeneidade

Considere-se dois bens. As condições de primeira ordem para maximização de utilidade são:

$U_1 - \lambda p_1 = 0$

$U_2 - \lambda p_2 = 0$

$Y - p_1q_1 - p_2q_2 = 0$

de onde se obtém as condições:

$U_1 /U_2 = p_1 /p_2$ e

$Y - p_1q_1 - p_2q_2 = 0$

Se a renda e os preços forem multiplicados por *k:*

$U_1 - \lambda kp_1 = 0$

$U_2 - \lambda kp_2 = 0$

$kY - kp_1q_1 - kp_2q_2 = 0$

de onde se obtém a condição:

$U_1 /U_2 = p_1 /p_2$ e

$Y - p_1q_1 - p_2q_2 = 0$

Portanto, as condições de primeira ordem permanecem as mesmas, e a ótima combinação de bens não se altera se os preços e a renda são alterados nas mesmas proporções. Isso significa que as funções de demanda são homogêneas de grau zero nos preços e na renda.

Em particular para um bem *i*.

$q_i = q_i (p_1, p_2, \ldots , p_n , Y).$

Usando o teorema de Euler para uma função homogênea de grau zero:

$p_1 \partial q_i /\partial p_1 + p_2 \partial q_i /\partial p_2 \ldots p_n \partial q_i /\partial p_n + Y \partial q_i /\partial Y = 0 * q_i = 0$

Dividindo-se por q_i, tem-se

$$n_{i1} + n_{i2} + ... n_{in} + n_{iy} = 0 \qquad (6.8)$$

Assim pela condição de homogeneidade, a soma das elasticidades direta, cruzadas e renda deve ser igual a zero.

(2) Restrição de Engel

A restrição do orçamento é:

$$p_1q_1 + p_2q_2 + ... + p_nq_n = Y$$

Para se obter o efeito de uma mudança na renda tem-se:

$$p_1\ \partial q_1/\partial Y + p_2\ \partial q_2/\partial Y + ... + p_n\ \partial q_n/\partial Y = 1$$

$$(p_1q_1/Y)(\partial q_1/\partial Y)(Y/q_1)+(p_2q_2/Y)(\partial q_2/\partial Y)(Y/q_2) +...+ (p_nq_n/Y)(\partial q_n/\partial Y)(Y/q_n)=1$$

ou, de modo mais conveniente:

$$W_1\ \eta_{1y} + W_2\ \eta_{2y} + ... + W_n\ \eta_{ny} = 1 \qquad (6.9)$$

Isso significa que a média ponderada das elasticidades renda, sendo o peso dado pela parcela de renda gasta no referido bem (W_i), é igual a 1.

(3) Restrição de Cournot

A restrição de orçamento é:

$$p_1q_1 + p_2q_2 + ... + p_nq_n = Y$$

Toma-se o efeito de uma mudança no preço do j-ésimo bem:

$$p_1\ (\partial q_1/\partial p_j) + p_2\ (\partial q_2/\partial p_j) + ... + q_j + p_j\ (\partial q_j/\partial p_j) + ... + p_n\ (\partial q_n/\partial p_j) = 0$$

ou:

$$(p_1q_1/Y)(\partial q_1/\partial p_j)(p_j/q_1)+(p_2q_2/Y)(\partial q_2/\partial p_j)(p_j/q_2) +...+ (p_nq_n/Y)(\partial q_n/\partial p_j)(p_j/q_n)= - q_jp_j/Y$$

ou:

$$W_1\ \eta_{1j} + W_2\ \eta_{2j} + ... + W_j\ \eta_{jj} + W_n\ \eta_{nj} = -W_j \qquad (6.10)$$

(4) Condição de Simetria

Sabe-se que as seguintes derivadas parciais são iguais[79]:

$$(\partial q_1 / \partial p_2)\big|_u = (\partial q_2 / \partial p_1)\big|_u \qquad (6.11)$$

onde *u* significa que o nível de utilidade é mantido constante no processo de derivação.

A expressão em (6.11) representa os efeitos-substituição das variações nos preços e podem ser transformados em elasticidades, tal que:

$$W_1 / W_2 \, E_{12} = E_{21} \qquad (6.12)$$

onde:

$$E_{ij} = (\partial q_i / \partial p_j)\big|_u \; (p_j / q_i)$$

Além disso, em razão de o efeito de preço poder ser decomposto nos efeitos-substituição (unidade constante) e efeito-renda[80], tem-se:

$$E_{12} = \eta_{12} + W_2 \, \eta_{1y} \qquad \text{e}$$

$$E_{21} = \eta_{21} + W_1 \, \eta_{2y} \qquad (6.13)$$

Substituindo então (6.13) em (6.12) resulta:

$$\eta_{12} = W_2 / W_1 \, \eta_{21} + W_2 \, (\eta_{2y} - \eta_{1y}) \qquad (6.14)$$

A partir dessa expressão percebe-se que é possível observar-se, $\eta_{21} > 0$ e $\eta_{12} < 0$ ao mesmo tempo, embora E_{21} e E_{12} tenham o mesmo sinal.

6.4. A Lacuna entre a Teoria da Demanda e a Análise Empírica

Em teoria, especificam-se certos postulados e deduz-se o comportamento de certas variáveis pelo uso da lógica. Em análise de demanda, os econometristas constróem modelos empíricos baseados na teoria econômica.

[79] Ver HENDERSON & QUANDT, pp. 31-39.

[80] Ver HENDERSON & QUANDT, pp. 31-39.

A teoria em si, na maioria das vezes, não é prontamente aplicável à análise empírica, havendo uma lacuna separando essas duas etapas da pesquisa. A seguir discutem-se algumas maneiras de preencher essa lacuna, ou seja, algumas formas de implementar ou operacionalizar as hipóteses formuladas pela teoria de forma a poder-se testá-las e também poder-se estimar os parâmetros desejados. Merecerão especial atenção a questão de estimação dos parâmetros da função demanda, o papel do tempo na função demanda, o problema da agregação e, finalmente, a relação entre elasticidade e flexibilidade da demanda.

6.4.1. Parâmetros da Função de Demanda

Alguns modelos teóricos não são diretamente sujeitos à verificação empírica, o que dificulta o teste dessas teorias e torna incerto o poder de previsão a partir das mesmas. Isso constitui a lacuna entre teoria e análise empírica.

Nesta seção discute-se algumas maneiras de preencher essa lacuna no caso da teoria da demanda.

Sabe-se, de acordo com a teoria econômica, que o consumo de certo bem depende de seu preço, dos preços de todos os demais bens e da renda. Desse modo, na análise empírica, ter-se-ia que considerar as demandas de todos os bens simultaneamente. Por exemplo, dado n bens, dever-se-ia determinar ($n * n$) elasticidades-preço e n elasticidades-renda, dando um total de $n(n+1)$ parâmetros a serem estimados. Esses parâmetros são sintetizados na matriz abaixo:

$$\begin{vmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{1n} & \eta_{1y} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \eta_{2n} & \eta_{2y} \\ : & : & : & : \\ \eta_{n1} & \eta_{n2} & \eta_{nn} & \eta_{ny} \end{vmatrix}$$

Sendo grande o número de bens, o número geralmente limitado de observações não permite a estimação conjunta daqueles parâmetros (problema de grau de liberdade).

As restrições impostas à função de demanda reduzem o número de parâmetros a serem estimados, na medida em que permitem a estimulação de certas elasticidades indiretamente. Mas tal redução não é considerável. Segundo GEORGE & KING, (p. 21), após serem consideradas as condições de simetria e homogeneidade e a restrição de Engel, ainda restariam a estimar $[½ (n^2 + n - 2)]$ parâmetros para n bens.

Duas abordagens diferentes têm sido usadas para superar o problema representado pelo alto número de parâmetros a estimar. A primeira envolve a análise de um único bem e é chamada de Abordagem Setorial. De acordo com ela, uma simples equação é formulada para estimar as elasticidades diretas e outras poucas cruzadas. Assim sendo, pressupõe-se que os efeitos de outras variáveis são nulos. A escolha dos preços a serem incluídos é baseada em julgamento subjetivo dos pesquisadores. Seu número é, em geral, dependente do número de observações disponíveis. Mais elaborada é a abordagem integracionista, discutida na seção seguinte.

6.4.2. Abordagem Integracionista

Nesta abordagem reconhece-se as interrelações entre todos os bens. Para evitar o problema de graus de liberdade, um certo número de pressuposições são feitas com respeito à interrelação entre variáveis e à natureza das funções de utilidade. Algumas alternativas dentro deste tipo de abordagem são apresentadas a seguir.

(a) Modelo de Frisch[81]

Frisch usa o conceito de independência de vontade (Want independence), definida como:

$$\rho_{ij} = (\partial U_i / \partial q_j)\ (q_j / U_i) = 0 \qquad (6.15)$$

Assim, a utilidade marginal do consumo de um bem i-U_i é considerada independente da quantidade empregada do bem j.

Se a pressuposição de independência abranger todos os bens, obtém-se a completa aditividade da função de utilidade:

$$U(q_1, q_2, \ldots, q_n) = U^1(q_1) + U^2(q_2) + \ldots + U^n(q_n)$$

onde U^k, $k = 1, 2, \ldots, n$, são funções de utilidade de cada bem.

A seguir Frisch usa o conceito de flexibilidade do dinheiro. Lembra-se que λ (o multiplicador de Lagrange na maximização da utilidade) pode ser considerado a utilidade marginal da moeda.

$$\lambda = U_1 / p_1 = U_2 / p_2 = \ldots = U_n / p_n$$

Essa razão comum dá a utilidade por cruzado na margem. Daí pode-se definir a flexibilidade da moeda:

$$\phi = (\partial \lambda / \partial Y)\ (Y / \lambda) = \Delta\%\ \text{na utilidade marginal da moeda} / \Delta\%\ \text{na renda}$$

Frisch prossegue então nas deduções para chegar a duas fórmulas, uma para elasticidade cruzada e outra para elasticidade direta. A pressuposição para usar essas fórmulas é que $\rho_{ij} = 0$.

$$\eta_{ij} = -W_j\ \eta_{iy}\ (1 + \eta_{jy} / \phi) \qquad (6.16)$$

$$\eta_{ii} = -\eta_{iy}\ [W_i - (1 - W_i\ \eta_{iy}) / \phi] \qquad (6.17)$$

A flexibilidade da moeda (se $\rho_{ij} = 0$) será dada por:

---

[81] Ver GEORGE & KING, pp. 22-23.

$$\phi = \eta_{iy} (1 - W_i \eta_{iy}) / (\eta_{ii} + W_i \eta_{iy}) \qquad (6.18)$$

O procedimento empírico deste modelo parte de estimativas anteriores das elasticidades direta e renda de um determinado bem e da parcela de renda gasta nesse bem. Com isso, calcula-se ϕ, usando-se (6.18). Pode-se então determinar as demais elasticidades diretas e cruzadas para todos os bens para os quais se conheça a elasticidade-renda e as parcelas da renda neles despendidas, usando-se (6.16) e (6.17).

Esse procedimento apresenta um problema fundamental. Na prática, conhecem-se muitas estimativas diferentes de elasticidades diretas (para muitos bens) as quais podem conduzir a valores diferentes de ϕ[82] . Além disso, o modelo de Frisch exige que a função de utilidade tenha a propriedade cardinal.

Note-se, finalmente, que o modelo de Frisch não elimina a interdependência nas demandas de diferentes bens, os quais estarão sempre interligados pela restrição de orçamento, como se evidencia pelas elasticidades cruzadas não-nulas.

(b) Maximização de Utilidade em Dois Estágios[83]

A idéia básica é a de que os elementos pertencentes ao conjunto de bens podem ser divididos em grupos distintos (como os ramos de uma árvore).

Presume-se que os indivíduos alocam sua renda de modo que, num primeiro estágio, a renda é dividida entre grupos e, num segundo estágio, o montante alocado a cada grupo é subdividido para cada bem individual.

Por exemplo, primeiro aloca-se a renda entre grandes itens como Moradia, Transporte, Alimentação, Entretenimento, etc., com base em índices de preço para cada item e na renda dentro de cada grupo. Para que isso seja possível é preciso que a função de utilidade apresente certas propriedades.

Admita-se que o conjunto global de n bens possa ser separado, no 1º estágio, em s grupos, tal que a função de utilidade do conjunto de bens possa ser escrita como se segue:

$$U(q_1, q_2, ..., q_n) = F [U^1 (q^1) + U^2 (q^2) + ... + U^s (q^s)] \qquad (6.19)$$

que por sua vez pode ser desdobrada em

$$U^i (q^i) = U^i (q_1^i, q_2^i, ..., q_{ni}^i) \qquad (6.20)$$

com $\Sigma^s_{i=1} n_i = n$

onde q^i é um índice de quantidade de cada grupo, isto é,

[82] Esses valores deveriam ser próximos uns dos outros se a pressuposição de $\rho_{ij} = 0$ fosse válida. GEORGE & KING obtiveram um valor de ϕ igual a (-0,86).

[83] Ver GEORE & KING, pp. 24-28 e GREEN, pp. 154-156.

$$q^i = q^i\ (q_1^i, q_2^i, ..., q_{ni}^i)$$

e q_1^i ($i = 1, 2, ..., q_{ni}^i$) é a quantidade do bem 1 no grupo i. De modo semelhante, define-se um índice de preços para cada grupo,

$$p^i = p^i\ (p_1^i, p_2^i, ..., p_{ni}^i)$$

onde p_1^i é o preço do bem 1 do grupo i.

Então pode-se, no 1º estágio, maximizar (6.19) sujeito a $\Sigma\, p^i q^i = Y$. Desse processo resultam s valores de q^i e, portanto, dados p^i, s rendas Y_i a serem dispendidas em cada grupo de bens, ou seja:

$$Y_i = Y_i\ (p^i, p^2, ..., p^s, Y) \qquad (6.21)$$

O segundo estágio parte da informação sobre Y_i maximizando-se, para cada i, (6.20) sujeito a

$$\Sigma^{ni}_{1=1}\ q_1^i\, p_1^i = Y_i$$

Como resultado tem-se, por exemplo, para o bem 1 no grupo i:

$$q_1^i = q_1^i\ (p_1^i, p_2^i, ..., p_{ni}^i, Y_i) \qquad (6.22)$$

Tendo-se em conta (6.21) pode-se escrever,

$$q_1^i = q_1^i\ (p_1^i, p_2^i, ..., p_{ni}^i, p^1, p^2, ..., p^s, Y) \qquad (6.23)$$

Portanto, as funções (6.22) ou (6.23) podem ser estimadas na prática, tendo-se como argumentos, num caso, os preços individuais dos bens do grupo particular e a renda do grupo; no outro caso, incluem-se os preços individuais do grupo, os índices de preços dos grupos e a renda global[84].

Embora o procedimento acima simplifique bastante o processo de estimação, sua validade teórica necessita de pressuposição conhecida como separabilidade homogênea. Esta consiste do seguinte: (a) o conjunto de n bens pode ser dividido em s grupos tais que a taxa marginal de substituição entre dois bens (1 e m) de um mesmo grupo i seja independente das quantidades de bens não pertencentes a esse grupo; (b) a função de utilidade de cada grupo, dada em (6.20), é homotética em relação à origem, ou seja, que uma reta qualquer partindo da origem atinja todas as curvas de indiferença em pontos de mesma inclinação.

O item (a) implica em que:

$$\partial (U_1^i / U_n^i) / \partial q_k = 0$$

[84] Como ilustração ver VELLUTINI & MENEZES.

sendo que o bem k não pertence ao grupo i. Graças a essa pressuposição pode-se escrever uma função de utilidade com a separação que aparece em (6.19).

A pressuposição (b) é necessária para se poder definir índices de quantidade e preço para uma função como (6.19) que possam ser usados como se fossem quantidades e preços de um bem individual. O fato de que a função de utilidade de cada grupo seja homotética significa que a elasticidade renda de cada bem com respeito à renda despendida no grupo é igual à unidade[85].

Note-se que o procedimento de maximização em dois estágios não fornece elasticidades cruzadas para bens individuais não pertencentes ao mesmo grupo. Para tal há necessidade de pressuposições adicionais, como, por exemplo, aquelas do modelo de Frisch.

(c) Sistema Linear de Dispêndio

Segundo GREEN (1971), funções de demanda lineares do tipo:

$$x_i = a_{i1}\, p_1 + a_{i2}\, p_2 + ... + a_{in}\, p_n + b_i\, Y,\ i = 1 ... n$$

são conhecidos com sistemas lineares de dispêndio[86]. A expressão pode ser rescrita como

$$x_i = a_{i1}\,(p_1 / p_i) + a_{i2}\,(p_2 / p_i) + ... + a_{ii} + ... + a_{in}\,(p_n / p_i) + b_i\,(Y / p_i) \qquad (6.24)$$

por ser a função de demanda homogênea do grau zero.

Para funções como (6.24) tem-se que[87]:

$$a_{ii} / a_{ji} = -\,(1 - b_i) / b_j \qquad (6.25)$$

pois pelas condições de simetria de derivadas parciais (6.11) tem-se:

$$(\partial x_i / \partial p_j) + x_j\,(\partial x_i / \partial Y) = (\partial x_j / \partial p_i) + x_i\,(\partial x_i / \partial Y)$$

que aplicado a (6.24) resulta em:

$$a_{ij} / p_i + (b_i / p_i) x_j = a_{ji} / p_j + (b_j / p_j) x_i$$

ou ainda, substituindo-se x_i por (6.24) e x_j por uma expressão equivalente e multiplicando-se ambos os termos por $p_i p_j$:

$$a_{ij}\, p_j + b_i\,(a_{j1}\, p_1 + ... + a_{ij}\, p_i + a_{jj}\, p_j + a_{jk}\, p_k + ... + a_{jn}\, p_n + b_j\, Y) =$$

---

85 Daí a importância de evitar, por exemplo, colocar no mesmo grupo bens de luxo, necessidades e bens inferiores.

86 Tradução do inglês Linear Expenditure Systems.

87 Ver GREEN, pp. 154-164 e 314-318.

gscbarro@esalq.usp.br

$= a_{ji}\, p_i + b_j\, (a_{i1}\, p_1 + ... + a_{ii}\, p_i + a_{ij}\, p_j + a_{ik}\, p_k + ... + a_{in}\, p_n + b_i\, Y)$

e logo,

$(b_i\, a_{ji} - a_{ji} - b_j\, a_{ii})p_i + (a_{ij} + b_i\, a_{jj} - b_j\, a_{ij})p_j + \Sigma_{k\neq i,\, j}\, (b_i\, a_{jk} - b_j\, a_{ik})p_k + (b_i b_j - b_j b_i)\, Y = 0$

para todo $p_1,\ p_2,\ ...,\ p_n$. Logo todas as expressões entre parênteses devem ser idênticas a zero. Especificamente para p_i verifica-se que:

$a_{ji}\, (b_i - 1) = b_j\, a_{ii}$

verificando-se, portanto, (6.25).

Fazendo-se então $s_i = a_{ii}\, /(1 - b_i)=[a_{ji}(b_i\text{-}1)/b_j(1\text{-}b_i) = -a_{ji}/b_j$, pode-se escrever

$$x_i = s_i + [b_i\, (Y - \Sigma^n_{k=1}\, p_k\, s_k)]\, p_i \qquad (6.26)$$

Por inspeção, tendo-se em conta (6.25), verifica-se que os coeficientes dos preços e da renda e a intersecção são idênticos em (6.24) e (6.26).

Um ponto de interesse da forma (6.26) pode ser melhor compreendido re-escrevendo-a como:

$$p_i\, x_i = p_i\, s_i + b_i\, (Y - \Sigma^n_{k=1}\, p_k\, s_k) \qquad (6.26')$$

cuja interpretação tem sido a de que o dispêndio com um bem qualquer x_i decompõe-se em duas partes: (a) uma quantidade básica fixa s_i, que pode ser vista como associada ao mínimo necessário para o indivíduo; (b) e uma proporção b_i da renda remanescente após ter-se adquirido as quantidades básicas de todos os bens, s_k[88].

A vantagem de empregar a demanda linear na forma (6.26') é a de reduzir os parâmetros a serem estimados[89]. Ao invés das ($n^2 + n$) efeitos diretos (a_{ii}), cruzados (a_{ij}) e da renda (b_i) estimam-se *2n* coeficientes ($s_1,\ s_2,\ ...,\ s_n,\ b_1,\ b_2,\ ...,\ b_n$).

Uma terceira característica dos sistemas lineares de dispêndio é que eles são os únicos sistemas que satisfazem automaticamente todas as restrições associadas às funções demanda[90].

Finalmente, salienta-se o fato de que o sistema em apreço pode ser derivado de uma função de utilidade específica. Tal função é referida como sendo do tipo Stone-Geary:

---

88 A renda remanescente após adquirir s_k de cada bem *k* chama-se também renda supranumerária.

89 Em (6.26), as variáveis independentes são *Y* e $p_k\ (k = 1\ ...\ n)$. Notar que a expressão é não-linear nos parâmetros, devido aos produtos $b_i s_k$, e requer cuidados especiais de estimação. Ver INTRILIGATOR, p.227.

90 Ver INTRILIGATOR, pp. 226-230.

$$u = \underset{k=1}{\overset{n}{\pi}} (x_k - s_k)^{bk} \tag{6.27}$$

com $0 < b_k < 1$ e $\Sigma^n_{k=1} b_k = 1$

Maximizando (6.27) sujeito a $Y - \Sigma^n_{k=1} x_k p_k = 0$, as condições de primeira ordem serão[91]:

$$b_k u /(x_k - s_k) = \lambda p_k \qquad k = 1, ..., n \tag{6.28}$$

$$\Sigma^n_{k=1} x_k p_k - Y = 0$$

Para duas equações quaisquer em (6.28), obtém-se:

$$[p_i (x_i - s_i)] /[p_k (x_k - s_k)] = b_i /b_k$$

ou

$$p_k x_k = p_k s_k + (b_k /b_i) p_1 (x_i - s_i)$$

Aplicando somatória, resulta:

$$\Sigma^n_{k=1} x_k p_k = \Sigma^n_{k=1} p_k s_k + (1 /b_i)p_i (x_i - s_i)$$

pois $\Sigma^n_{k=1} b_k = 1$. Além disso como $\Sigma^n_{k=1} x_k p_k = Y$, pode-se escrever (6.26).

6.5. O Papel de Tempo na Curva de Demanda

O tempo se associa às curvas de demanda de três maneiras diferentes[92]:

Primeiro, o eixo horizontal mede quantidade por unidade de tempo, por exemplo, quilos de arroz por mês ou por ano. Assim, pode-se traçar curvas contínuas mesmo para itens como pianos e casas, etc., cujas compras são feitas em montantes discretos.

Segundo, os vários pontos na curva devem ser vistos como alternativas num dado momento. A curva de demanda representa uma situação a um dado instante e pretende responder a pergunta: “O que fariam os consumidores se o preço fosse diferente do nível atual?” Na prática têm-se observações em diferentes momentos e essas observações podem estar em mais de uma curva de demanda. Portanto, na análise empírica não se tem diferentes alternativas num dado momento e essa situação não corresponde às pressuposições da teoria.

[91] λ é o multiplicador de Lagrange.
[92] Ver FRIEDMAN, p. 15-16.

Terceiro, há o conceito de tempo no sentido do período de ajustamento permitido ao se traçar a curva de demanda. Existem demandas para diferentes prazos: longo prazo, curto prazo e toda uma gama de prazos intermediários. À medida que o prazo aumenta, mais tempo terá o consumidor para se ajustar às mudanças no preço e na renda.

Suponha que ocorra um aumento no preço da gasolina. O consumidor não sabe se esse aumento é temporário ou permanente. Se for temporário, o consumo de gasolina será reduzido por um certo montante limitado pelo tipo de carro, por exemplo. Mas se for permanente a redução poderá ser maior, na medida em que o consumidor ajusta-se à nova situação: passa para um carro menor, modifica seus costumes de viagem (toma e dá carona, por exemplo), etc. Do mesmo modo, um aumento no preço de um alimento terá diferentes graus de resposta conforme o prazo considerado. Somente quando a mudança no preço é tomada como permanente e tempo suficiente é dado para que todos os ajustamentos sejam realizados é que se tem o efeito total dessa mudança no preço. Assim, em geral, espera-se que a elasticidade demanda seja maior, quanto maior o prazo considerado.

A Figura 6.1 ilustra as possíveis relações entre os diferentes prazos considerados na análise de demanda.

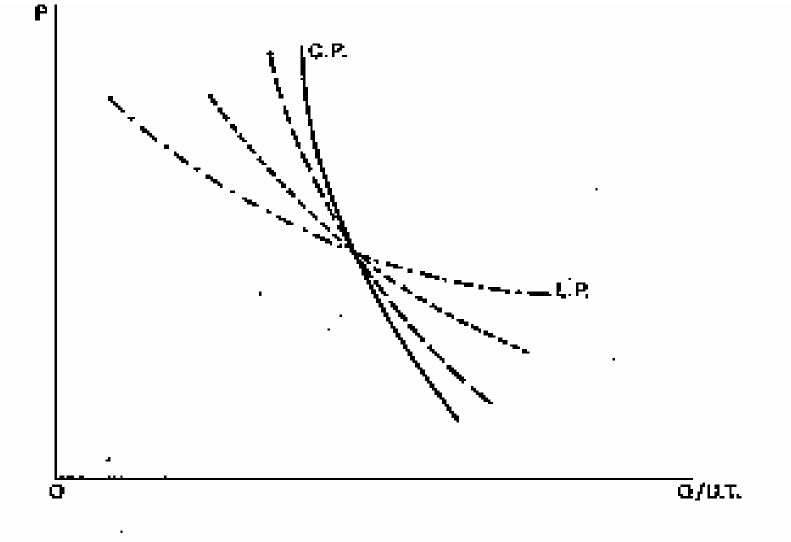

Figura 6.1. Curvas de demanda de diferentes preços.

Na Figura 6.2 ilustra-se a situação em que se parte de um ponto na curva de longo prazo e se verifica o efeito de uma mudança no preço[93]. A curva $D_L D_L$ é a demanda de longo prazo e o ponto *B* é um equilíbrio ao preço *AO* (pressupondo-se uma curva de oferta perfeitamente elástica). Se o preço cair para *OC*, a quantidade consumida não aumenta imediatamente para *CP*, onde *P* é um ponto na demanda de longo prazo. A quantidade demandada aumenta de imediato para *CD*, por exemplo, sendo *D* um ponto numa das curvas de curto prazo. Se o preço permanecer igual a *OC*, ter-se-ia a quantidade *CE* sendo

[93] O restante desta seção baseia-se em NERLOVE (1958)

consumida no período seguinte. A seguir ter-se-ia *CF*, então *CG, CH* e assim por diante. Cada um dos pontos *D, E, F, G, H,* etc., pertencem a diferentes demandas de curto prazo. À medida que o tempo passa, a quantidade gradualmente aproxima-se de *CP*, *P* pertencendo à curva de demanda de longo prazo.

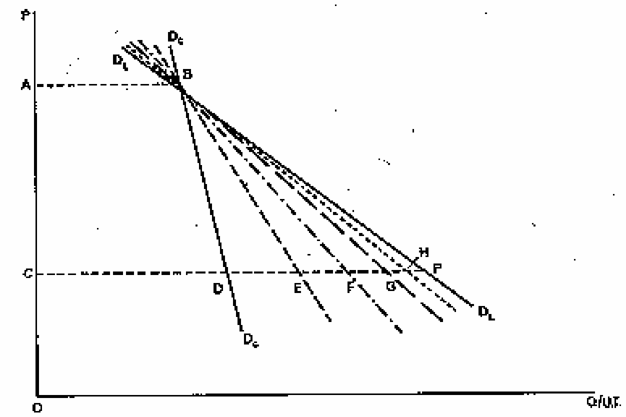

Figura 6.2. Efeitos de curto e longo prazos de uma redução de preço sobre a demanda.

Em situações reais, o preço estará mudando continuamente e, portanto, os pontos observados dificilmente se situarão na curva de demanda de longo prazo. Na figura 6.3, ilustra-se essa situação. Começa-se no ponto *B* da demanda de longo prazo D_LD_L. Agora admite-se que o preço cai continuamente para *OC*, então para *OE, OG, OI,* etc.. Quando o preço cai para *OC*, os consumidores ajustam o consumo de *AB* para *CD*. Se o preço permanecesse *OC*, no período seguinte o consumo seria *CW*, mas o preço cai para *OE*. Desse modo, o movimento se dá ao longo da nova curva de curto prazo para o ponto *F*. Assim, à medida que o preço cai, observam-se os pontos *D, F, H, J,* cada um se situando em diferentes curvas de curto prazo. A curva pontilhada D_ED_E passando por esses pontos, é a que usualmente é estimada, quando se ignora o problema de prazos de ajustamento. Essa curva não é uma demanda de curto nem de longo prazo. Na verdade, D_ED_E não chega a ser uma curva de demanda.

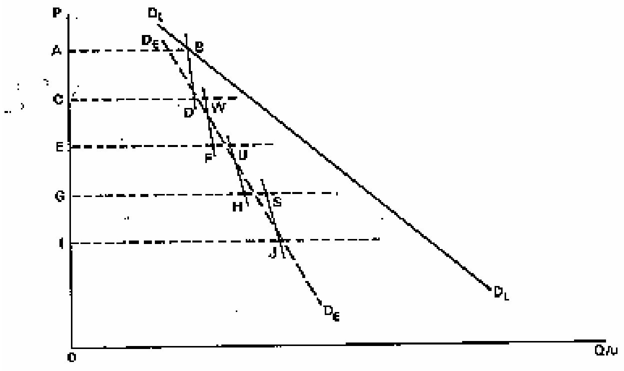

Figura 6.3. Efeitos de reduções de curto prazo nos preços sobre a demanda.

Sempre que um certo intervalo de tempo seja necessário para consumidores se ajustarem a mudanças e sempre que o período para completo ajustamento for maior do que o intervalo de observação, as relações estimadas estatisticamente nada revelam sobre elasticidade de longo ou curto prazo. Uma curva como D_ED_E pode ser mais ou menos elástica que D_LD_L. O método da defasagem distribuída oferece uma solução para o problema.

A defasagem distribuída surge na teoria quando qualquer causa econômica (uma mudança no preço ou na renda) produz seu efeito somente depois de um certo espaço de tempo, chamado de defasagem. Ainda mais, esse efeito, quando ocorre, não o faz num só período, mas é distribuído por uma sequência de períodos de tempo.

Para exemplificar, toma-se a renda e outros preços como constantes de modo a poder-se escrever a demanda para um bem qualquer como

$$q_t = f(P_t)$$

Essa representação pressupõe que o efeito de uma mudança no preço no tempo t sobre a quantidade ocorre totalmente no período t. Uma formulação mais geral indicaria que a quantidade consumida depende não só do preço atual, mas também de preços passados.

$$q_t = f(P_t, P_{t-1}, P_{t-2}, ...)$$

Esta formulação é chamada de modelo de defasagem distribuída, porque o efeito da variável explanatória é distribuído sobre um certo número de valores defasados dessa variável. Suponha, por exemplo, que um imposto T é estabelecido elevando, assim, o preço do bem. Nos períodos seguintes tem-se:

$$q_{t+1} = f(P_{t+1} + T,\ P_t,\ P_{t-1}, ...)$$

$q_{t+2} = f\,(P_{t+2} + T,\ P_{t+1} + T,\ P_t,\ P_{t-1}, \ldots)$

Assim sendo, o efeito do imposto pode variar de período para período. No período (*t+1*) o imposto afeta somente através do preço nesse período. A seguir, em (*t+2*), o imposto aparece no preço corrente e no 1º defasado. Assim, mesmo que depois de o imposto ter sido estabelecido, nenhuma outra mudança nas variáveis explanatórias ocorra, as quantidades continuarão variando na medida que o efeito do imposto não é instantâneo, mas distribuído por um certo número de períodos.

6.5.1. Causas da Defasagem Distribuída

(a) Psicológicas

Quer se considere a demanda para um bem qualquer, quer para o consumo total, é razoável supor que as pessoas em geral resistem a mudanças no seu padrão de consumo ou nível de vida quando mudanças em preços ou renda ocorrem. Primeiro, há a força do hábito: o processo de mudança é uma atividade a qual desutilidade é associada, principalmente se esse processo levar a uma redução do nível de vida. Em segundo lugar, as mudanças nas variáveis econômicas (preços, renda) podem ser consideradas somente temporárias, de modo que a desutilidade associada aos ajustamentos e reajustamentos (se de fato temporários) pode mais que compensar o ganho de se manter sempre em equilíbrio (mesmo que este implique um aumento temporário no nível de vida).

Desse modo, o hábito e a incerteza quanto ao futuro ocasionam certa rigidez no comportamento do consumidor. Se as mudanças no preço ou renda persistem por um período suficientemente longo, os consumidores podem se convencer de sua permanência e agir de acordo com o esperado.

Mudanças no dispêndio em consumo podem ser relacionados à renda através da defasagem distribuída. Pressupõe-se que o consumidor deseja manter um certo nível de consumo ao longo de sua vida. Se sua renda aumenta temporariamente ele poderá não aumentar muito, imediatamente, o seu consumo, mas, sim, suas poupanças. O inverso ocorre para uma redução de renda. A renda corrente tende a não afetar muito o consumo, afetando-o somente na medida em que variações na renda corrente afetam sua noção de renda "permanente". A defasagem entre renda corrente e consumo corrente tende a ser distribuída por um certo período de tempo. Assim, se a mudança na renda persistir, as pessoas irão acreditar mais na sua permanência. Se o consumo total é relacionado a renda com retardamento distribuído, é possível que alguns itens individuais também o sejam.

(b) Tecnológicas

A teoria do consumidor individual é similar à teoria da firma individual: a firma maximiza lucros sujeito a certas restrições (fatores fixos). O consumidor também maximiza sua satisfação com certos fatores fixos e outros variáveis. Bens duráveis e semi-duráveis são utilizados juntamente com perecíveis na produção de utilidades. A existência de bens de consumo duráveis (refrigerador, fogão, congelador, a "cozinheira" e suas habilidades) ocasiona uma defasagem nas reações dos consumidores por razões tecnológicas. A mudança no uso de um perecível por outro pode ser adiada por causa da existência de complementaridade entre o perecível a ser substituído e esses bens duráveis. Um exemplo, é o da introdução de alimentos congelados cuja aceitação foi bastante retardada por não haver condições apropriadas de armazenamento em casa. Até que as indústrias passassem a produzir maiores congeladores, e que os consumidores ajustassem seus estoques de refrigeradores à nova situação, o retardamento permaneceu.

(c) Incertezas

Em primeiro lugar, há a questão da permanência ou não das mudanças nas variáveis econômicas e as possíveis vantagens de se ajustar a mudanças temporárias. Aqui, em geral, a natureza da defasagem será diferente conforme a mudança seja temporária ou permanente.

Deve-se considerar ainda a existência de imperfeito conhecimento quanto às alternativas disponíveis. Por exemplo, se o preço de um bem aumentar, os consumidores desejarão reduzir seu consumo, substituindo-o por outros. Mas, é possível que não conheçam as melhores alternativas existentes. Somente com o tempo e experimentação, um novo padrão de consumo se estabelecerá.

6.5.2. Modelo de Defasagem Distribuída Baseado na Rigidez

Para fins didáticos, concentra-se somente nos efeitos da rigidez (tecnológica, institucional, etc.) do consumo, admitindo que as mudanças nos preços e na renda tenham caráter permanente e que, portanto, não levam a defasagem alguma. Na Figura 6.4 parte-se de um preço P_0 e consumo X_0^*. A seguir, o preço se reduz para P_1. Se for dado tempo suficiente, o ajustamento completo à nova situação ocorrerá e ter-se-á um equilíbrio na curva de demanda de longo prazo, como X_1^*. Esse ponto, conforme discutido, é, em geral, não observável porque novas mudanças ocorrem antes de se atingir X_1^*. Para atingir X_1^* a nova situação deveria permanecer inalterada por um tempo indefinido.

A importância da curva de longo prazo está em estabelecer os *locci* dos pontos univocamente determinados por renda e preços.

Na Figura 6.4, quando o preço varia de P_0 para P_1, sendo essa mudança permanente, se tempo suficiente for dado, observar-se-á o ponto X_1^*. Mas, no curto prazo, a mudança é apenas até X_1 sendo $X_1 \leq X_1^*$. Se depois que X_1^* for alcançado (no longo prazo), o preço voltar de P_1 a P_0, de imediato, volta-se ao ponto X_0 e não a X_0^*. X_0 situa-se numa outra curva de curto prazo (D_c'), sendo $X_0 > X_0^*$. De modo que D_c é a curva apropriada se partir-se de X_0^* e D_c' é apropriada se começar-se em X_1^*.

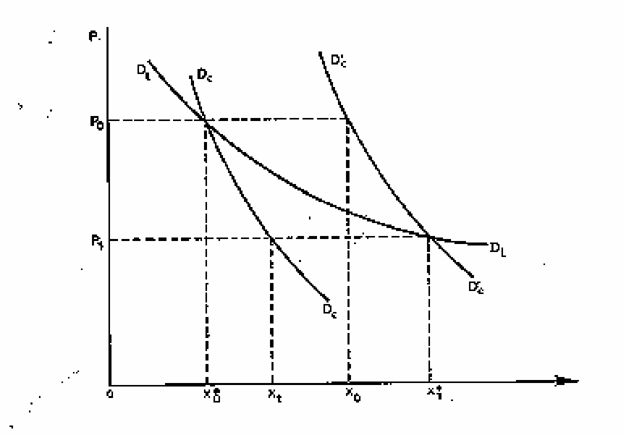

Figura 6.4. Efeitos de variações de preço no curto e no longo prazo.

Portanto, apesar de haver diversidade de curvas de curto prazo, todas estão associadas a uma única curva de longo prazo.

Koyck sugeriu o seguinte modelo para representar tal situação:

$$Q_t - Q_{t-1} = \delta (Q_t^* - Q_{t-1}); \qquad 0 < \delta < 1 \tag{6.30}$$

Dada a função de demanda de longo prazo:

$$Q_t^* = a + b\,P_t \tag{6.31}$$

que sendo substituída em (6.30) resulta em:

$$Q_t = a\delta + b\delta P_t + (1 - \delta)\, Q_{t-1} \tag{6.32}$$

No modelo com a forma estrutural dada por (6.30) e (6.31), δ é o coeficiente de ajustamento e se refere à proporção da mudança de longo prazo que, de fato, é realizada num período. Esse ajustamento parcial se deve à rigidez defrontada pelo consumidor. Estimando-se (6.32), δ é obtido do coeficiente de Q_{t-1}. A seguir a e b são obtidos a partir dos coeficientes de intersecção e de P_t e do conhecimento da estimativa de δ.

O processo de ajustamento do consumo ao nível de longo prazo pode ser exemplificado da seguinte maneira. Admita-se que a um dado preço, $Q_t^* = 100$. Se $\delta = 0,5$ e $Q_{t-1} = 50$, tem-se:

$$Q_t = 0,5\ (50) + 0,5\ (100) = 75$$

pois a partir de (6.30) obtém-se:

$Q_t = (1 - \delta)\ Q_{t-1} + \delta Q_t^*$

Os próximos valores serão:

$Q_{t+1} = 0,5\ (75) + 0,5\ (100) = 87,5$

$Q_{t+2} = 0,5\ (87,5) + 0,5\ (100) = 93,75$

e assim por diante.

Às vezes se está interessado em saber alguma informação sobre o intervalo de tempo necessário para atingir o nível de consumo de longo prazo. Essa questão pode ser aproximada da seguinte maneira. Se num determinado período - ano zero - o preço variar e se estabelecer um novo nível de consumo de longo prazo, tem-se:

$Q_1 = (1 - \delta)\ Q_0 + \delta Q^*$

$Q_2 = (1 - \delta)\ Q_1 + \delta Q^* = (1 - \delta)^2\ Q_0 + [\delta + (1 - \delta)\delta]\ Q^*$

$Q_3 = (1 - \delta)\ Q_2 + \delta Q^* = (1 - \delta)^3\ Q_0 + [\delta + (1 - \delta)\delta + (1 - \delta)^2\delta]\ Q^*$

e assim por diante, até:

$Q_t = (1 - \delta)^t\ Q_0 + [\delta + (1 - \delta)\delta + (1 -\delta)^2\delta \ldots (1 -\delta)^{t-1}\ \delta]\ Q^*$

ou[94]

$$Q_t = (1 - \delta)^t\ Q_0 + [1 - (1 - \delta)^t\ Q_t^* \qquad (6.33)$$

Nota-se que se $t \to \infty$ então $Q_t \to Q^*$, isto é, somente num intervalo infinitamente grande de tempo o nível Q^* seria alcançado. Todavia, pode ser suficiente e relevante conhecer o intervalo de tempo após o qual pelo menos uma proporção α do nível de longo prazo será alcançada. A relevância desse procedimento decorre do fato do consumo, de acordo com o ajustamento pressuposto, aproximar-se assintoticamente do nível de longo prazo.

Assim, faz-se α ser igual à ponderação de Q_t^* em (6.33):

$1 - (1 - \delta)^t = \alpha$

e logo

[94] Usando a fórmula para soma (S_t) de t termos de uma progressão geométrica:

$S_t = a_1\ (1 - r^t)\ /\ (1 - r)$

onde a_1 é o 1º termo (δ) e r a razão da série ($1 -\delta$).

$t = [\ln(1 - \alpha)] / [\ln(1 - \delta)]$

Para o exemplo usado acima, usando $\alpha = 0{,}95$, tem-se que $t = 4{,}32$ anos. Ou seja, após esse período, o nível de consumo terá alcançado pelo menos 95% do nível de longo prazo.

6.5.3. Modelo Baseado em Incerteza

Pressuponha-se que nenhuma rigidez está presente, mas que existe incerteza com relação ao futuro.[95]

O consumidor típico não está, em geral, a par das razões específicas das mudanças nos preços correntes. Ele usa preços passados para guiá-lo quanto a que esperar no futuro em termos de preços. Variações nos preços correntes induzem variações nas expectativas de preço. Se todas as razões objetivas para mudanças no preço corrente fossem conhecidas, o preço esperado[96] seria reajustado em função das mesmas. Mas dado menos que perfeito conhecimento, alterações nas expectativas são induzidas por mudanças nos preços correntes.

Qualquer mudança no preço corrente pode ser subdividida em dois componentes: permanente ou transitório. Reconhece-se que existe uma parte da correção dos valores esperados que é induzida pelos valores correntes. Usa-se, então, esse fato para verificar a medida em que consumidores reagem a mudanças nos preços através da correção de suas expectativas.

Dada uma mudança no preço corrente, seu componente permanente afetará todos os valores esperados no futuro. Seu componente temporário afetará poucos valores esperados no futuro ou, quem sabe, nenhum. O que é permanente ou temporário depende do horizonte econômico do indivíduo. Esse horizonte refere-se ao período de tempo relevante para o indivíduo quando planeja fazer seu ajustamento a mudanças. Se seu horizonte é pequeno, quase toda mudança pode ser vista como permanente. Se o horizonte é grande, quase toda a mudança pode ser vista como temporária. A preocupação é em formular um modelo que mostre em que medida mudanças no preço e/ou renda correntes afetam as expectativas de preço e/ou renda.

Define-se a elasticidade de expectativa como sendo a relação entre a variação relativa no preço esperado, por exemplo, e a variação relativa no preço corrente. Faz-se então:

$$\beta = d \ln P_t^* / d \ln P_t = (d P_t^* / d P_t)(P_t / P_t^*) \qquad (6.34)$$

Se $\beta = 0$, o preço corrente não afeta a expectativa de preço. Se $\beta = 1$, o preço corrente afeta proporcionalmente o preço esperado no futuro.

Em termos discretos (6.34) pode ser rescrito como:

[95] Ver no Capítulo 5, seção 5.4, uma ilustração com pressuposição de expectativas racionais de preços.
[96] No contexto de demanda, preço esperado pode ser visto como aquele preço ao qual o indivíduo decide ajustar completamente seu consumo.

$\beta = (\ln P_t^* - \ln P_{t-1}^*)/ (\ln P_t - \ln P_{t-1})$

Mais simplificadamente pode-se ter:

$$P_t^* - P_{t-1}^* = \beta (P_t - P_{t-1}^*) \qquad (6.35)$$

onde β passa a ser o coeficiente de expectativa. Em (6.35), dado P_t, deve-se compará-lo ao preço esperado previamente, ou seja, P_{t-1}^*. Da diferença encontrada, apenas uma proporção β é considerada como sendo permanente e usada para corrigir as expectativas.

O valor de β, conforme já mencionado, depende do horizonte econômico do indivíduo. Além disso, pode depender da variância de preços observada. Para um produto cujo preço tem alta variância, uma mudança no seu preço receberá menos atenção do consumidor do que uma mudança no preço de um produto cujo preço normalmente varia pouco. Para um mesmo produto, é possível que a variância de preços se reduza ao longo do tempo e β passe a aumentar.

Alternativamente a (6.35) pode-se formular:

$$P_t^* - P_{t-1}^* = \beta (P_{t-1} - P_{t-1}^*) \qquad (6.35')$$

A diferença básica entre (6.35) e (6.35') está na pressuposição feita. Em (6.35), o indivíduo conhece P_t, mas entende que uma proporção de sua variação em relação a P_{t-1}^* é apenas temporária e não se ajusta a ela. Em (6.35'), o indivíduo não tem nenhuma informação sobre o período t, formando suas expectativas a partir de preços passados somente.

Considerando-se (6.35) vê-se que:

$$P_t^* = \beta P_t + (1 - \beta)P_{t-1}^* =$$

$$= \beta P_t + (1 - \beta) (\beta P_{t-1} + (1 - \beta)P_{t-2}^*)$$

$$= \beta P_t + (1 - \beta) (\beta P_{t-1} + (1 - \beta)^2 P_{t-2}^*)$$

$$= \beta P_t + (1 -\beta) (\beta P_{t-1} + (1 - \beta)^2 \beta P_{t-2} + (1 - \beta)^3 P_{t-3}^*)$$

e, assim por diante, até

$$P_t^* = \Sigma^{\infty}_{i=0} \beta (1 - \beta)^i P_{t-i} \qquad (6.36)$$

Portanto, P_t^* é uma média ponderada dos preços presente e passados. Vê-se que os pesos decrescem geometricamente. Tomando-se o caso de $\beta = 0,5$ e $\beta = 0,8$, obtém-se:

Ano	Ponderações		
	Fórmula	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,8$
t	β	0,5	0,8
t-1	$\beta\,(1 - \beta)$	0,25	0,16
t-2	$\beta\,(1 - \beta)^2$	0,125	0,032
t-3	$\beta\,(1 - \beta)^3$	0,0625	0,0064

Pelo exemplo acima, nota-se que o modelo pressupõe que os preços mais recentes recebem maior ponderação na formação da expectativa. Além disso, como também mostra a Figura 6.5, quanto menor β, mais lentamente as ponderações decrescem, isto é, mais preços são significativamente levados em conta.

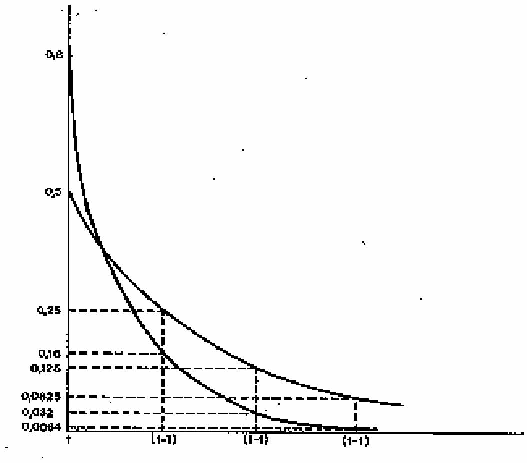

Figura 6.5. Comportamento das ponderações na formação de expectativa

Para completar a forma estrutural do modelo, admite-se que a demanda é uma função linear do preço esperado:

$$Q_t = a + b\,P_t^* \qquad (6.37)$$

Usando (6.36), escreve-se:

$$Q_t = a + b\ \Sigma^{\infty}_{i=0}\,\beta\,(1 - \beta)^i\,P_{t-i}$$

e também:

$$Q_{t-1} = a + b\,P_{t-1}^* = a + b\,\Sigma^{\infty}_{i=0}\,\beta\,(1 - \beta)^i\,P_{t-1-i}$$

Multiplicando-se Q_{t-1} por $(1 - \beta)$, tem-se:

$(1 - \beta)\, Q_{t-1} = a\,(1 - \beta) + b\, \Sigma^{\infty}_{i=0}\, \beta\,(1 - \beta)^{i+1}\, P_{t-1-i}$

Portanto,

$Q_t - (1 - \beta)\, Q_{t-1} = [a - a(1- \beta)] + b\, \beta P_t$

ou ainda,

$$Q_t = a\beta + b\, \beta P_t + (1 - \beta)\, Q_{t-1} \qquad (6.38)$$

Estimando-se (6.38), obtém-se estimativas para β, a e b.

As equações (6.32) e (6.38) são idênticas em suas formas não-estocásticas. Na sua formulação estatística a forma (6.38) terá problemas de correlação entre o erro e Q_{t-1}, o que não ocorre na expressão (6.32). Aplicação dos mínimos quadrados a (6.38) resulta em estimadores não-consistentes.

Além disso, se forem incluídos a renda e outros preços no modelo, cada qual tendo sua própria defasagem distribuída, então no modelo de incerteza, a renda e outros preços terão coeficientes diferentes do modelo de rigidez, no qual a defasagem provém de variável dependente.

Em resumo, o método de defasagem distribuída permite a estimação de efeitos de curto e longo prazos de variáveis econômicas. Para tal, uma formulação da dinâmica do processo é necessária, isto é, como os ajustamentos se dão ou como expectativas são formadas. Estas formulações são “ad hoc” por natureza. Além das formas estruturais consideradas nesta secção, muitas outras foram desenvolvidas, comportando esquemas variados de ponderação das variáveis defasadas[97].

6.6. O Problema da Agregação

A maioria das relações de demanda especificadas pela teoria aplica-se para o consumidor individual. O interesse na estimativa da demanda individual é, no entanto, limitado; maior interesse recai sobre o comportamento ao nível de mercado, ou seja, para o agregado de consumidores[98], cuja análise pode conduzir a implicações para formulação de políticas.

Na prática, as dificuldades decorrentes da questão da agregação têm sido omitidas, preferindo-se tratar o conjunto de dados agregados disponíveis como referentes ao comportamento da família ou unidade de consumo “representativa”[99]. A seguir ilustram-se as mencionadas dificuldades no caso de relações lineares.

[97] Ver, por exemplo, KMENTA, pp. 473-495.

[98] A agregação pode se referir também aos bens estudados que podem ser reunidos em grupos considerados conjuntamente.

[99] Ver INTRILIGATOR, p. 235.

Para simplificar, considera-se a demanda do indivíduo i por determinado bem como sendo

$$q_{it} = a_i + b_i P_t + c_i Y_{it} + u_{it} \qquad (6.39)$$

onde q_i é a quantidade demandada, P é o preço, considerado igual para todos os indivíduos e Y_i é a renda individual e u_i é um termo residual. Fazendo-se:

$$Q_t = \Sigma^n_{i=1} q_{it}$$

que relações prevalecerão entre os microparâmetros (relativos aos indivíduos) e os macroparâmetros (decorrentes da agregação das demandas de n indivíduos)? O mais comum é se considerar também que:

$$A = \Sigma^n_{i=1} a_i \quad , B = \Sigma^n_{i=1} b_i$$

e que $c_i = C$ (constante para todos os indivíduos). Então, pode-se escrever a função linear agregada como sendo:

$$Q_t = A + BP_t + Cy_t + u_t \qquad (6.40)$$

onde:

$$Y_t = \Sigma^n_{i=1} Y_{it} \qquad \text{e} \qquad u_t = \Sigma^n_{i=1} u_{it}$$

Questiona-se, porém, neste procedimento, a pressuposição de que a propensão a consumir seja a mesma para todos os indivíduos, de tal sorte que alterações na distribuição da renda (Y), sem alterar seu valor global, não alterem o volume global consumido (Q).

Antes de se apresentar uma pressuposição pouco menos restritiva, considere-se as implicações da agregação sob a hipótese de diferentes valores individuais de propensão a consumir. Nesse caso a agregação das n equações em (6.39) daria:

$$Q_t = \Sigma^n_{i=1} a_i + (\Sigma^n_{i=1} b_i) P_t + \Sigma^n_{i=1} c_i Y_{it} + u_t \qquad (6.41)$$

No entanto, a estimação se dá com base em (6.40).

Para se avaliar o viés de especificação resultante de usar (6.40) e não (6.41), deve-se considerar as chamadas regressões auxiliares[100], as quais tem como variáveis dependentes as variáveis independentes do modelo correto (6.41) e como variáveis independentes aquelas do modelo com erro de especificação (6.40):

$$e_t = r_{oo}\, e_t + r_{op}\, P_t + r_{oy}\, Y_t + \varepsilon_{It}\ ;\ t = 1, \ldots, n$$

[100] Ver THEIL, pp. 556-570, MADDALA, pp. 207-217.

$P_t = r_{po}\, e_t + r_{pp}\, P_t + r_{py}\, Y_t + \varepsilon_{2t}$ (6.42)

$Y_{it} = r_{io}\, e_t + r_{ip}\, P_t + r_{iy}\, Y_t + \varepsilon_{3t}\ ;\ t = 1, \ldots n$

onde e_t é um vetor *(nx1)* cujos elementos são todos iguais a um.

É fácil perceber-se que em (6.42): $r_{oo} = 1,\ r_{pp} = 1,\ r_{op} = r_{oy} = r_{po} = r_{py} = 0$, em vista das duas primeiras equações apresentarem uma variável independente igual a variável dependente. Sabe-se que as esperanças matemáticas dos coeficientes estimados em (6.40) dado (6.41) serão[101]:

$E\ (A) = r_{oo}\ \Sigma a_i + r_{po}\ \Sigma b_i + \Sigma r_{io}\ C_i$

$E\ (B) = r_{op}\ \Sigma a_i + r_{pp}\ \Sigma b_i + \Sigma r_{ip}\ C_i$

$E\ (C) = r_{oy}\ \Sigma a_i + r_{py}\ \Sigma b_i + \Sigma r_{iy}\ C_i$

Tendo em vista as restrições associadas a (6.42), pode-se escrever:

$E\ (A) = \Sigma a_i + \Sigma r_{io}\ C_i$

$E\ (B) = \Sigma b_i + \Sigma r_{ip}\ C_i$

$E(C) = \Sigma r_{iy}\ C_i$

Percebe-se, pois, que nenhum dos estimadores de quadrados mínimos *A, B* e *C* são não-tendenciosos em termos da soma dos coeficientes individuais. Assim, os estimadores *A* e *B* apresentam vieses que envolvem os coeficientes individuais da renda. Especificamente, nesses casos, o viés é a soma ponderada dos coeficientes individuais da renda, sendo que os pesos somam a zero. O estimador *C*, por sua vez, não é influenciado pela variável preço, sendo apenas estimativa não-tendenciosa da soma ponderada dos coeficientes individuais da renda, com pesos somando a um.[102]

---

[101] Matricialmente tem-se que $E\ (\theta) = (X'X)^{-1}\ X'Y = (X'X)^{-1}\ X'\ (XB)$, ou seja,

$$E\ (\theta) = [(X'X)^{-1}\ (X'X)]\ \beta = \begin{vmatrix} r_{oo} & r_{po} & r_{io} & \ldots & r_{no} \\ r_{op} & r_{pp} & r_{ip} & \ldots & r_{np} \\ r_{oy} & r_{py} & r_{iy} & \ldots & r_{ny} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Sigma a_i \\ \Sigma b_i \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{vmatrix}$$

onde θ é um vetor (3x1) dos estimadores da equação (6.40), X é a matriz de variáveis independentes em (6.40) e X' a matriz correspondente em (6.41).

[102] É fácil perceber que somando-se as últimas n equações em (6.42) deve-se obter $\Sigma r_{io} = 0,\ \Sigma r_{ip} = 0,\ \Sigma r_{iy} = 1,\ \Sigma\varepsilon_{3t} = 0,$ pois $\Sigma y_{it} = Y_t$.

Diante dessas dificuldades, dois procedimentos têm sido adotados. Um deles é conceber a agregação como um procedimento para verificar o comportamento do consumidor "representativo", o que já foi mencionado anteriormente. O outro consiste em especificar uma distribuição hipotética da renda entre consumidores. Por exemplo, se

$$Y_{it} = \gamma_i + \sigma_i Y_t + v_{it} \quad (6.43)$$

então a agregação levará a

$$Q_t = \Sigma(a_i + c_i \gamma_i) + (\Sigma b_i)P_t + (\Sigma c_i \sigma_i)Y_t + \Sigma(c_i v_{it} + u_{it}) \quad (6.44)$$

com o que se estima não tendenciosamente a soma dos coeficientes de preço e a soma ponderada dos coeficientes de renda, cujos pesos somam a um. A validade do procedimento está, evidentemente, condicionada à relação especificada em (6.43).

Num sistema estrutural composto por (6.39) e (6.43) com agregação na forma (6.44), permaneceriam válidas as restrições de demanda de Engel, de homogeneidade e de Cournot[103].

Em (6.44) a elasticidade-preço de demanda é dada por:

$$\eta_p = \Sigma^n{}_{i=1}\, b_i\, (P/q_i)\, (q_i/Q) = \Sigma^n{}_{i=1}\, \eta_{ip}\, (q_i/Q) \quad (6.45)$$

isto é, a elasticidade-preço agregada é a soma ponderada das elasticidades-preço individuais (η_{ip}) sendo a ponderação a parcela de demanda global de cada indivíduo. Também em (6.47), a elasticidade-renda é dada por:

$$\eta_y = \Sigma^n{}_{i=1}\, (C_i\, y_i/q_i)\, (\sigma_i\, Y_t/Y_i)\, (q_i/Q) = \Sigma^n{}_{i=1}\, \eta_{iy}\, S_i\, (q_i/Q) \quad (6.46)$$

Em (6.46) percebe-se que a elasticidade-renda agregada é a soma do produto das elasticidades-renda individuais (η_{iy}) pelas elasticidades da renda individual em relação à global (S_i)[104] e pelas parcelas individuais na demanda global.

A partir das definições de η_p e η_y dadas em (6.45) e (6.46), pode-se demonstrar a validade das restrições mencionadas a nível agregado. As demonstrações são delineadas abaixo, sem perda de generalidade, para o caso de dois indivíduos (1 e 2), cujas rendas são Y_1 e Y_2, que consomem dois bens (A e B).

Para a restrição de Engel, toma-se:

$$(A_1\, P_a/Y_1)\, \eta_{Ay}{}^1 + (B_1\, P_b/Y_1)\, \eta_{By}{}^1 = 1 \quad (6.47)$$

e

[103] Ver também WOLD & JURÉEN, pp. 119-120.

[104] Notar que se $S_i = 1$ $(i = 1, ..., n)$ então as variações nas rendas individuais são equiproporcionais.

$$(A_2\, P_a\, /Y_2)\ \eta_{Ay}{}^2 + (B_2\, P_b\, /Y_2)\ \eta_{By}{}^2 = 1 \qquad (6.48)$$

para os indivíduos 1 e 2, respectivamente, onde A_i e B_i são quantidades consumidas de cada bem pelo indivíduo i $(i = 1$ e $2)$.

Multiplicando-se (6.47) por Y_1, (6.48) por Y_2 e fazendo os produtos indicados obtêm-se:

$$(A\, P_a\, /A\, P_a)\ A_1\, P_a\ \eta_{Ay}{}^1 + (B\, P_b /B\, P_b)\ B_1\, P_b\ \eta_{By}{}^1 = Y_1$$

$$(A\, P_a\, /A\, P_a)\ A_2\, P_a\ \eta_{Ay}{}^2 + (B\, P_b /B\, P_b)\ B_2\, P_b\ \eta_{By}{}^2 = Y_2$$

Somando-se membro a membro e agrupando-se temos:

$$AP_a\ [(A_1P_a\, /AP_a)\ \eta_{Ay}{}^1 + (A_2P_a\, /AP_a)\ \eta_{Ay}{}^2] + BP_b[(B_1P_b\, /BP_b)\eta_{By}{}^1 + (B_2P_b\, /BP_b)\eta_{By}{}^2] = Y$$

onde as expressões entre parênteses são elasticidades-renda para $S_i = 1$. Dividindo-se por Y obtém-se:

$$AP_a\, /Y\ \eta_{Ay} + BP_b\, /Y\ \ \eta_{By} = 1$$

que é restrição agregada de Engel, cujos pesos são as parcelas da renda agregada gasta em cada bem.

A restrição de homogeneidade implica para os indivíduos 1 e 2, respectivamente:

$$\eta_{APa}{}^1 + \eta_{APb}{}^1 + \eta_{Ay}{}^1 = 0$$

$$\eta_{APa}{}^2 + \eta_{APb}{}^2 + \eta_{Ay}{}^2 = 0$$

Multiplicando-se as equações por $A_1\, /A$ e $A_2\, /A$, respectivamente, resulta:

$$[(A_1/A)\eta_{APa}{}^1 + (A_2/A)\eta_{APa}{}^2)] + [(A_1\, /A)\eta_{APb}{}^1 + (A_2\, /A)\eta_{APb}{}^2)] + [(A_1\, /A)\eta_{Ay}{}^1 + (A_2\, /A)\eta_{Ay}{}^2)] = 0$$

ou

$$\eta_{APa} + \eta_{APb} + \eta_{Ay} = 0$$

Finalmente, a restrição de Cournot implica a nível individual que:

$$(A_1\, P_a\, /Y_1)\ \eta_{APa}{}^1 + (B_1\, P_b\, /Y_1)\ \eta_{BPa}{}^1 = -\, A_1\, P_a\, /Y_1$$

$$(A_2\, P_a\, /Y_2)\ \eta_{APa}{}^2 + (B_2\, P_b\, /Y_2)\ \eta_{BPa}{}^2 = -\, A_2\, P_a\, /Y_2$$

Cancelando Y_1 e Y_2 das equações, somando-se membro a membro, colocando-se P_a e P_b em evidência e multiplicando-se e dividindo-se por A e B, tem-se:

$P_aA[(A_1/A)\,\eta_{APa}^{\,1} + (A_2/A)\,\eta_{APa}^{\,2})] + P_bB[(B_1/B)\,\eta_{BPa}^{\,1} + (B_2/B)\,\eta_{BPa}^{\,2})] = - AP_a$

Dividindo-se por Y resulta:

$(A\,P_a /Y)\ \ \eta_{APa} + (B\,P_b /Y)\ \eta_{BPa} = - AP_a /Y$

6.7. Elasticidades e Flexibilidades

Em análise de demanda, freqüentemente se depara com o conceito de flexibilidade de preço (mudança relativa no preço sobre mudança relativa na quantidade). Em geral, argumenta-se que a quantidade ofertada, que depende de preços passados, é pré-determinada com relação a preços presentes. Esse procedimento ignora a possibilidade de armazenamento se a demanda é mensal, e de "carry-over" para demandas anuais.

Interessa aqui, no entanto, a possível relação entre flexibilidade e elasticidades. É comum encontrar-se afirmações de que uma é o inverso da outra. Esta afirmação é, no entanto, em geral, falsa.

Para obtenção das elasticidades maximiza-se[105]:

$U = U\,(q_1, ..., q_n)$ sujeito a

$$p_1q_1 + ... + p_nq_n = Y \qquad (6.49)$$

Daí obtém-se:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_1\,(p_1, p_2, ..., p_n, Y) \\ &\vdots \\ q_n &= q_n\,(p_1, p_2, ..., p_n, Y) \end{aligned}$$

Tomando-se a diferencial total das n equações

$$\begin{aligned} dq_1 &= (\partial q_1 /\partial p_1)\,dp_1 + (\partial q_1 /\partial p_2)\,dp_2 + ... + (\partial q_1 /\partial p_n)\,dp_n + (\partial q_1 /\partial Y)\,dY \\ &\vdots \\ dq_n &= (\partial q_n /\partial p_1)\,dp_1 + (\partial q_n /\partial p_2)\,dp_2 + ... + (\partial q_n /\partial p_n)\,dp_n + (\partial q_n /\partial Y)\,dY \end{aligned} \qquad (6.50)$$

Transformando-se em elasticidades e fazendo-se $dY = 0$:

$$\begin{aligned} dq_1 /q_1 &= (\partial q_1 /p_1)(p_1 /q_1)(dp_1 /p_1) + ... + (\partial q_1 /\partial p_n)(p_n /q_1)(dp_n /p_n) \\ &\vdots \end{aligned}$$

[105] Supõe-se um indivíduo consumindo n bens a partir de uma renda Y dada. Ver HOUCK (1965).

$dq_n/q_n = (\partial q_n/p_1)(p_1/q_n)(dp_1/p_1) + \ldots + (\partial q_n/\partial p_n)(p_n/q_n)(dp_n/p_n)$

Portanto:

$$\begin{vmatrix} dq_1/q_1 \\ \vdots \\ dq_n/q_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \eta_{11} & \cdots & \eta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \eta_{n1} & \cdots & \eta_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dp_1/p_1 \\ \vdots \\ dp_n/p_n \end{vmatrix}$$

Analogamente, pode-se partir de (6.49) e, em vez de (6.50), obter:

$$\begin{aligned} P_1 &= p_1(q_1, \ldots, q_n, Y) \\ &\vdots \\ P_n &= p_n(q_1, \ldots, q_n, Y) \end{aligned} \qquad (6.51)$$

Transformando-se em flexibilidade e fazendo-se $dY = 0$:

$$\begin{aligned} dp_1/p_1 &= f_{11}\, dq_1/q_1 + \ldots + f_{1n}\, dq_n/p_1 \\ &\vdots \\ dp_n/p_n &= f_{n1}\, dq_1/q_1 + \ldots + f_{nn}\, dq_n/p_n \end{aligned}$$

ou ainda:

$$\begin{vmatrix} dp_1/p_1 \\ \vdots \\ dp_n/p_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dq_1/q_1 \\ \vdots \\ dq_n/q_n \end{vmatrix}$$

Comparando-se (6.51) e a matriz acima, vê-se que:

$$\begin{vmatrix} \eta_{11} & \cdots & \eta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \eta_{n1} & \cdots & \eta_{nn} \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

Logo $N^1 = F$, sendo N a matriz completa de elasticidade-preço e F a flexibilidade. Como consequência tem-se:

$F\,N = I$

Em particular, multiplicando-se a 1ª linha de F pela 1ª coluna de N obtém-se:

$f_{11}\,\eta_{11} + f_{12}\,\eta_{21} + \ldots + f_{1n}\,\eta_{n1} = 1$

ou

$$f_{11}\ \eta_{11} + \Sigma^n{}_{k=2}\, f_{1k}\ \eta_{k1} = 1 \qquad (6.52)$$

Sabe-se que $\eta_{11} < 0$ e $f_{11} < 0$, de tal forma que $f_{11}\ \eta_{11} > 0$. Além disso, se $\eta_{1k} > 0$ (um aumento em p_k desloca para a direita a demanda do item 1), então $f_{1k} < 0$ (um aumento em q_k reduz o preço do bem 1). Além disso, em geral se $\eta_{1k} > 0,\ \eta_{k1} > 0$. Logo, em geral, têm-se:

$$\Sigma^n{}_{k=2}\, f_{1k}\ \eta_{k1} \leq 0$$

e, portanto,

$$\eta_{11}\, f_{11} \geq 1$$

ou

$$|\eta_{11}| \geq |1/f_{11}|$$

Portanto, o inverso da flexibilidade é um limite inferior da elasticidade. A afirmação inicial é, em geral, falsa.

Se numa estimativa de demanda, qualquer efeito cruzado for significativo de modo que $\Sigma f_{1k}\ \eta_{k1} < 0$, o uso da flexibilidade para estimar elasticidade leva a uma subestimação.

Supondo que o governo aumente o preço de um produto, o inverso da flexibilidade daria a medida da porcentagem mínima de decréscimo na quantidade. Essa já seria uma informação importante.

6.8. Relações Renda-Consumo

6.8.1. Procedência de Dados

O efeito da renda sobre o consumo é medido pela elasticidade-renda do consumo, mantendo-se constantes outros fatores que afetam a demanda.

A elasticidade-renda pode ser obtida a partir de dados de séries temporais e dados de cortes seccionais. Para dados de séries temporais, a função de demanda inclui preços e renda. Nesse caso, a elasticidade-renda é obtida a partir da derivada parcial com respeito à renda. Para dados de cortes seccionais, como os preços permanecem aproximadamente os mesmos, é possível omitir os preços na função (neste caso, no entanto, espera-se efeitos maiores de variáveis como educação, tamanho da unidade consumidora, status social, etc.).

Há interpretações diferentes para elasticidades obtidas por cada um desses métodos. As interpretações estão ligadas a questões de curto e longo prazo. Sabe-se que dado um acréscimo na renda, há em geral uma defasagem no ajustamento dos padrões de consumo. Sabe-se também que a renda de uma família ou de um grupo de famílias tende a ser relativamente estável ao longo do tempo. Mudanças na renda ao longo do tempo tendem a ser pequenas e pouco freqüentes. Por outro lado, num corte seccional, encontram-se famílias com maiores diferenças de renda do que variações para um mesmo grupo de famílias ao longo do tempo. Num corte seccional, as famílias apresentam-se com rendas variadas, às quais elas estão bem ajustadas. Portanto, as elasticidades provenientes desses dados têm um caráter mais de longo prazo. Em contraposição, dados de séries temporais mostram ajustamentos de curto prazo a variações na renda. Em geral elasticidades de longo prazo são mais úteis para aplicações.

Outras razões para se preferir dados de cortes seccionais para estudo do efeito da renda sobre o consumo são:

a) dados de séries temporais, em geral, apresentam elevada correlação entre preços e rendas;

b) dados de cortes seccionais podem possibilitar obtenção de informações sobre quantidade e dispêndio, permitindo avaliar efeitos da qualidade do bem;

c) dados de cortes seccionais permitem melhor comparação entre elasticidade-renda para diversos produtos, na medida em que fatores como distribuição de renda, tamanho de família, etc., podem ser controlados, o que não é possível com dados de séries temporais.

6.8.2. Escolha da Função Renda-Consumo

De acordo com GOREUX, a curva completa relacionando quantidade consumida e renda deveria ter a forma indicada na Figura 6.6.

O segmento *AB* representa o consumo de bens de luxo que cresce rapidamente com a renda. O segmento *BC* representa o consumo de necessidades, o qual aumenta com a renda mas a taxas decrescentes. O segmento *CD* representa o consumo de bens inferiores cujo consumo diminui à medida que a renda aumenta. Essa curva seria apropriada se os dados contivessem uma variação considerável na renda e o estudo se referisse ao consumo de cereais, por exemplo. A faixa mais pobre estaria no segmento *AB*, uma faixa intermediária no segmento *BC* e a faixa mais rica no segmento *CD*. Na verdade, somente excepcionalmente encontram-se dados cobrindo uma curva como *AD*. Na prática é melhor escolher funções mais simples que representem bem a amplitude dos dados disponíveis. Evidencia-se também a deficiência do conceito de uma única elasticidade-renda para todas as classes de renda.

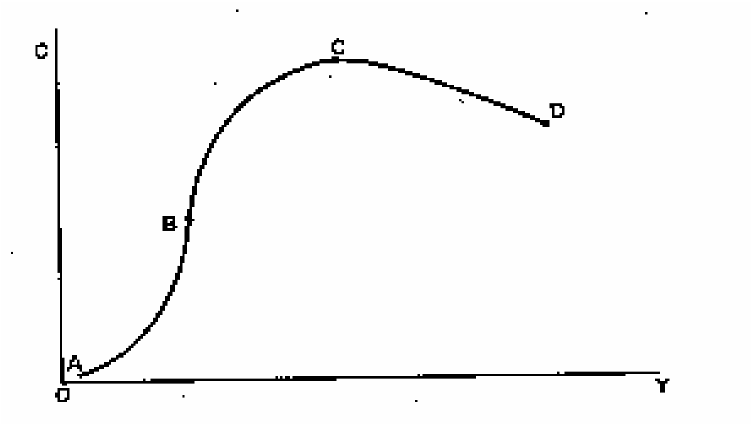

Figura 6.6. Função de consumo Log-Log-Inversa.

A seguir apresenta-se uma série de funções e suas elasticidades:

Nome	Função	Elasticidade
1) Linear	$Q = a + b\,Y$	$bY/Q = Y/(Y + a/b) = 1/(1 + a/b_Y)$
2) Logarítmica	$\log Q = a + b \log Y$	b
3) Semi-Logarítmica	$Q = a + b \log Y$	$b/Q = b/(a + b \log Y)$
4) Log-Inversa	$\log Q = a - b/Y$	b/Y
5) Log-Log-Inversa	$\log Q = a - b/Y - c \log Y$	$(b - cY)/Y$
6) Inversa	$Q = a - b/Y$	$b/(aY - b)$

A função linear é a mais simples, porém, a menos indicada, por implicar uma elasticidade unitária quando a renda tende a infinito, sem que haja nenhuma razão teórica para isso. A função logarítmica é satisfatória para pequenas amplitudes de variação de renda e quando o consumo é expresso em dispêndio em vez de quantidade. Além disso sua elasticidade é constante, facilitando os cálculos. Se o consumo for expresso em quantidade, a função semilogarítmica parece preferível, porque neste caso a elasticidade é inversamente proporcional à quantidade consumida. Dispêndio incluiria o efeito da qualidade.

As funções (1), (2) e (3) não apresentam um ponto de saturação mesmo para renda infinitamente grande. Essas características são apresentadas pela log-inversa. Essa função seria apropriada para consumo expresso em quantidade e os dados abrangendo uma grande amplitude de renda[106].

[106] Pode-se demonstrar que as funções (1), (2), (3), (4) e (6) derivam-se de uma forma funcional mais geral obtida a partir da transformação Box-Cox. Esta é dada por

Para faixas intermediárias de renda, em geral, qualquer função entre as discutidas têm uma boa representação.

6.8.3. Quantidade Versus Qualidade dos Bens

A elasticidade-renda foi definida como a razão entre variação percentual na quantidade consumida e variação percentual na renda. Alternativamente, o dispêndio num determinado bem pode ser tomado como variável dependente, e, neste caso, obtém-se a elasticidade-renda do dispêndio. A diferença entre os dois conceitos de elasticidade pode ser tomada como medida de percepção da qualidade dos bens pelos consumidores. Assim, supõe-se que o consumidor tem razões, ao menos subjetivas, para classificar diferentes variedades de um bem como superiores e inferiores.

Tomando-se o dispêndio num bem como produto do preço vezes a quantidade: $D(Y) = p(Y)\, q(Y)$, a elasticidade renda do dispêndio será:

$$\eta_y^d = (\partial D / \partial Y)(Y/D) = (\partial pq / \partial Y)(Y/D)$$

sendo

$$\partial pq / \partial Y = p\,(\partial q / \partial Y) + q\,(\partial p / \partial Y),$$

tem-se

$$\eta_y^d = [p\,(\partial q / \partial Y) + q\,(\partial p / \partial Y)]\,(Y/pq)$$

$$= (\partial q / \partial Y)(Y/q) + (\partial p / \partial Y)(Y/p) = \eta_y + \eta_{py}$$

O primeiro termo acima é a elasticidade da quantidade com respeito à renda, enquanto o segundo termo é a elasticidade de preço com respeito à renda. A primeira é conhecida como elasticidade-renda da quantidade e a segunda como elasticidade-renda da qualidade. Esta última tem esse nome porque presume-se uma correlação positiva entre qualidade e preço. Esta pressuposição é reforçada pela observação de que em geral fala-se de uma variedade "barata" como sendo de baixa qualidade, o inverso ocorrendo para uma variedade "cara". Espera-se que a elasticidade-renda da qualidade seja positiva porque grupos de maior renda tendem a consumir variedades mais caras de um dado produto. Dessa forma, a elasticidade-renda de dispêndio deveria ser maior que a elasticidade-renda de quantidade consumida. O fator qualidade pode fazer com que o comportamento do dispêndio com relação à renda difira do comportamento da quantidade com relação à renda. Neste último caso é mais fácil visualizar um ponto de saturação a altos níveis de renda.

$$(Q^{\lambda 1} - 1)/\lambda_1 = \alpha + \beta\,(y^{\lambda 2} - 1)/\lambda_2$$

As funções (1), (2), (3), (4) e (6) correspondem aos casos em que $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$; $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$; $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$; $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1$ e $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$, respectivamente. (BARBOSA, pp. 89-91).

Um possível efeito contrário seria relacionado aos hábitos de compra. Sabe-se que em geral as classes de baixa renda podem adquirir certos produtos a preços mais elevados, se estes preços incluem fornecimento de crédito e outros serviços não relacionados à qualidade. Descontos para compras em grande quantidade podem também distorcer a relação renda-preço.

6.8.4. O Efeito de Tamanho da Família

Em análise de dados provenientes de cortes transversais no tempo, a renda não é a única variável que tem efeito predominante no consumo. Outra variável importante pode ser o tamanho da família.

Procura-se verificar, neste contexto, a existência ou não de economias de escala no consumo.

Diz-se existir economia de escala quando o consumo familiar tende a crescer menos que proporcionalmente ao tamanho da família. Em outras palavras, o consumo familiar aumenta com o número de pessoas na família, mas o consumo por pessoa diminui à medida que o tamanho da família cresce.

A função de demanda para dados de cortes seccionais seria:

$$Q = a + b\,y + c\,F$$

Q = quantidade consumida *per capita*
y = renda *per capita*
F = tamanho da família (medido em equivalente-adulto, de modo a transformar o consumo de crianças e pessoas idosas em termos comparáveis ao de um adulto).

Se c for negativo, tem-se evidência da existência de economias de escala. Possíveis causas para economia de escala são:

(a) perdas ou sobras *per capita* tendem a se reduzir com o aumento das unidades familiares;

(b) se a variável dependente for dispêndio, então as economias podem se dever a descontos obtidos para compras em grandes quantidades.

6.9. Considerações Sobre Projeções de Demanda

Projeções de demanda visam a fornecer bases para tomadas de decisões de modo a evitar problemas de déficit ou superavit. Projeções para produtos individuais, por exemplo, permitem que medidas sejam tomadas visando aceleração ou desaceleração de suas ofertas de modo a compatibilizar oferta e demanda totais com as possibilidades de importação e exportação. Os objetivos dessa compatibilização podem ser a obtenção de custo de vida estável, uso completo de capacidade produtiva, equilíbrio no comércio exterior, etc.

Em termos econométricos, a realização de projeções visa a predizer valores de variáveis não incluídas na amostra analisada[107]. Assim, a partir de valores conhecidos de uma variável *y*, por exemplo, $y_1, y_2, ..., y_T$ (valor atual) deve-se prever o seu valor no período $(T + h)$. O intervalo de tempo *h* é chamado horizonte de projeção.

Uma abordagem ao problema de projeções adota o princípio da persistência segundo o qual o sistema considerado possui um certo *momentum* de modo que o futuro tende a repetir o passado. Dentro desta abordagem incluem-se:

(a) Projeções *status quo* - o valor corrente da variável continuará no futuro, ou seja, $Y_{T+1} = Y_T$.

(b) Projeções com taxa de variação constante, ou seja, $Y_{T+1} - Y_T = Y_T - Y_{T-1}$ ou $Y_{T+1} = 2Y_T - Y_{T-1}$.

(c) Projeções com taxa de crescimento constante, ou seja,

$$(Y_{T+1} - Y_T) / Y_T = (Y_T - Y_{T-1}) / Y_{T-1}$$

ou, após "multiplicar em cruz", subtrair membro e membro $(Y_T Y_{T-1})$ e tomar logs:

$$\ln Y_{T+1} = 2 \ln Y_T - \ln Y_{T-1}$$

(d) Projeções com modelo auto-regressivo, a partir de regressões do tipo

$$Y_{T+1} = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j Y_{T-j}$$

onde os coeficientes α_j são estimados a partir de dados amostrais passados[108].

(e) Projeção por extrapolação de tendência; a partir de, por exemplo, $Y_t = a + bT$, tem-se

$$Y_{T+1} = a + b(T + 1)$$

Neste caso, outras formas funcionais podem ser empregadas, como $Y_t = A e^{\alpha T}$ e, logo, $Y_{T+1} = A e^{\alpha(T+1)}$.

[107] Ver INTRILIGATOR, pp. 509-530, em que se baseia o texto desta seção.

[108] Os pesos α_j poderão ser estimados estatisticamente ou estabelecidos "a priori" como nos casos (a) e (b) acima. Incluem-se neste caso as técnicas mais gerais de projeção envolvendo os modelos auto-regressivos integrados e de média móvel (ARIMA) (BOX & JENKINS).

Outra abordagem envolve o emprego de indicadores. A projeção de *Y* é feita com base numa variável relacionada *x*, como, por exemplo,

$$\Delta Y_{T+h} = f\,(\Delta x_{T+h-\theta}).$$

Esta forma é usada particularmente na predição de pontos de mudança de comportamento da variável, isto é, passagem de crescimento para decréscimo e vice-versa. A escolha desses indicadores baseia-se no desempenho dos mesmos nesse tipo de predição.

Projeção Econométrica baseia-se nas formas reduzidas dos sistemas a que pertencem as variáveis de interesse[109].

$$q_T = \theta_0\, q_{T-1} + \theta_1\, p_T + \theta_2\, Y_T + u_T$$

onde q_t é a quantidade consumida *per capita* do bem, p_t é seu preço e Y_t é a renda *per capita*, u_t é um termo estocástico[110]. Uma projeção de curto prazo para q_t seria:

$$q_{T+1} = \theta_0\, q_T + \theta_1\, p_{T+1} + \theta_2\, Y_{T+1} + u_{T+1}$$

Percebe-se que essa expressão compõe-se de duas partes sistemáticas e uma "subjetiva":

Uma das partes sistemáticas corresponde a parte relacionada ao "princípio da persistência" e é representada pela variável dependente defasada. A segunda corresponde às variáveis exógenas. Estas variáveis, em muitas situações, são projetadas por modelos auxiliares. O terceiro componente da expressão corresponde às projeções dos chamados "fatores adicionais" representados por u_{T+1}, não incluídos explicitamente no modelo.

Podem ser elaborados intervalos de projeção a partir das distribuições dos estimadores θ_0 , θ_1 e θ_2 e suas variâncias e covariâncias bem como das distribuições presumidas ou estimadas das variáveis e dos termos estocásticos. Pode-se também lançar mão de processos de simulação, pela técnica de Monte Carlo, a partir do conhecimento das distribuições dos parâmetros e dos termos estocásticos.

Projeções de longo prazo podem ser realizadas através de sucessivas projeções de curto prazo ou usando a forma reduzida final[111]:

$$q_{T+h} = \theta_0^h\, q_T + \sum_{j=0}^{h-1} [\theta_0^j\, (\theta_1 P_{T+h-j} + \theta_2\, Y_{T+h-j} + u_{T+h-j})]$$

---

[109] Por forma reduzida de um modelo entende-se a formulação em que cada variável depende apenas de variáveis exógenas e variáveis dependentes defasadas.

[110] Em geral uma variável tendência também é acrescentada ao modelo de projeção.

[111] A partir da expressão para q_{T+1} escreve-se a correspondente a q_{T+j} ($j = 0, 1, ..., h-1$) substituindo-se sempre, na expressão obtida, q_{T+j-1} por sua expressão já conhecida.

Na prática, a extrema dificuldade de se projetar preços, especialmente agrícolas, leva a se concentrar na projeção da chamada demanda potencial, ou seja, a projeção a preços relativos constantes. Nesse caso, os esforços concentram-se na formulação de modelos auxiliares para projeção da renda *per capita* e do crescimento populacional[112].

As projeções de demanda potencial podem ser confrontadas com projeções da demanda aparente, que corresponde à soma da produção, mais importações, menos exportação e menos uso não-alimentar. Tal procedimento visa a inferência dos possíveis ajustamentos de preços relativos decorrentes de comportamento diferenciado da estrutura de consumo face ao desempenho histórico das disponibilidades do bem que está sendo estudado.

Referências

BARBOSA, F.H., 1985. **Microeconomia: Teoria, Modelos Econométricos e Aplicações à Economia Brasileira.** Instituto de Planejamento Econômico e Social, Programa Nacional de Pesquisa Econômica, Rio de Janeiro, RJ.

AMARAL, C.M., G.S.A.BARROS, V.B.AMARAL. 1983. 'Pressões de Demanda sobre a Agricultura Brasileira". **Estudos Econômicos.**13(2):309-322.

BOX, G.E.P.; G.M. JENKINS, 1976. **Time Series Analysis: Forecasting and Control.** Holden-Day Inc., São Francisco, Califórnia.

FRIEDMAN, M., 1962. **Price Theory.** Aldine, Chicago, Illinois.

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS, 1968. **Projections of Supply and Demand for Agricultural Products.** IBRE, RJ.

GEORGE, P.S.; G.A. KING, 1971, **Consumer Demand for Food Commodities in the U.S. with Projections for 1980.** Giannini Foundation Monograph 26. California Agricultural Experiment Station. University California, Davis, California.

GOREUX, L.M., 1961. "Economic Growth and Commodity Projection", **Monthly Bulletin of Economics and Statistics,** FAO, Vol. X(7/8):1-17.

GREEN, H.A.J., 1971. **Consumer Theory.** Penguin Books Ltd. Harmonds Worth, Middlesex, England.

HENDERSON, J.M.; R.E. QUANDT, 1971. **Microeconomic Theory: A Mathematical Approach,** McGraw-Hill Inc.

[112] Ver F.G.V. (1968) e GOUREUX (1961), onde se encontram exemplos desses modelos auxiliares. Uma expressão muito usada e simples para projeção de demanda potencial é $Q_t = Q_0\,(1 + n_y\, r_y)^t\,(1 + r_N)^t$; onde Q_t = consumo total no ano *t*; Q_0 = consumo total no ano 0; n_y = elasticidade-renda; r_y = taxa de crescimento da renda; r_N = taxa de crescimento populacional.

HOUCK, J.P., 1965. “The Relationship of Direct Price Flexibilities to Direct Price Elasticities”. **Journal of Farm Economics,** 59(4):789-792.

INTRILIGATOR, M.D., 1978. **Econometric Models, Techniques and Applications,** Prentice Hall, Inc., New Jersey.

KMENTA, K., 1971. **Elements of Econometrics.** The Mac Millan Company, New York.

MADDALA, G.S., 1977. **Econometrics.** McGraw-Hill Book Company, New York.

NERLOVE, M., 1958. **Distributed Lags and Demand Analysis for Agricultural and Other Commodities,** U.S.D.A. Agricultural Handbook 141, Washington, D.C.

THEIL, H., 1971. **Principles of Econometrics,** John Wiley & Sons, Inc., New York.

VELLUTINI, R.A.; J..A.S. MENEZES, 1986. “Análise da Demanda de Cacau nos Estados Unidos”. **VIII Encontro Brasileiro de Econometria,** Sociedade Brasileira de Econometria, Vol. II:619-641.

WAUGH, F.V., 1973. **Análise da Demanda e Preços na Agricultura.** (Tradução do Boletim Técnico nº 1316, Economic Research Service, USDA). Deptº de Ciências Sociais Aplicadas - ESALQ/USP, Piracicaba, SP.

WOLD, H.; L. JURÉEN, 1953. **Demand Analysis. A Study in Econometrics.** John Wiley & Sons, Inc., New York.

Exercícios

6.1. Mostrar que as três funções em (6.2) conduzem às mesmas funções de demanda para *X* e para *Y*.

6.2. Verificar o comportamento da utilidade marginal de *X* nas funções em (6.2) face às variações em *X*.

6.3. Com base em (6.16), sob que condições seria possível ter-se:

$$\eta_{12} < 0 \qquad \text{e} \qquad \eta_{21} > 0?$$

6.4. Mostrar que, para as funções dadas em (6.22) e (6.23), a taxa marginal de substituição entre dois bens de um mesmo grupo independe da quantidade de um bem não pertencente a esse grupo.

6.5. Verificar que dada a função de utilidade $U = x_1^{\beta 1}\ x_2^{\beta 2}\ x_3^{\beta 3}\ x_4^{\beta 4}$, o conjunto de bens pode ser subdividido em grupos (de qualquer maneira) de forma a ter separabilidade homogênea.

6.6. Considere a função d utilidade dada no exercício 6.5.:

(a) Obtenha as funções de demanda de cada $x_i\ (i = 1, 2, 3, 4)$ maximizando U sujeito a $\Sigma x_i\, p_i - Y = 0$;

(b) subdividindo o conjunto de bens em 2 grupos, $\{x_1 , x_2\}$ e $\{x_3 , x_4\}$, defina os índices:

$$x = x_1^{b1}\ x_2^{b2} \qquad\qquad x^2 = x_3^{b3}\ x_4^{b4}$$

$$p^1 = (p_1 /b_1)^{b1}\ (p_2 /b_2)^{b2} \qquad\qquad p^2 = (p_3 /b_3)^{b3}\ (p_4 /b_4)^{b4}$$

onde $b_1 = \beta_1 /(\beta_1 + \beta_2)$, $b_2 = \beta_2 /(\beta_1 + \beta_2)$, $b_3 = \beta_3 /(\beta_3 + \beta_4)$, $b_4 = \beta_4 /(\beta_3 + \beta_4)$, tal que $U = (x^1)^{\beta 1+\beta 2} (x^2)^{\beta 3+\beta 4}$. Maximize esta função sujeita a $x^1\, p^1 + x^2\, p^2 = Y$. Determine x^1 e x^2 e Y^1 e Y^2.

(c) Obtenha as demandas para cada bem, maximizando $U^1 = x_1^{\beta 1}\ x_2^{\beta 2}$ sujeito a $x_1p_1 + x_2p_2 - Y^1 = 0$ e $U^2 = x_3^{\beta 3}\ x_4^{\beta 4}$ sujeito a $x_3p_3 + x_4p_4 - Y^2 = 0$, onde Y^1 e Y^2 são as rendas a serem despendidas em cada grupo.

(d) Verifique a compatibilidade entre os resultados em (a), (b) e (c), isto é, as demandas obtidas em (a) são equivalentes às obtidas em dois estágios (b) e (c)?

6.7. Verificar que a função de utilidade dada no exercício 6.5 também conduz a um sistema linear de dispêndio.

6.8. Verificar que para a função de utilidade (6.27) a elasticidade-preço direta (η_{ii}), a elasticidade cruzada (η_{ij}) e a elasticidade-renda (η_{iy}) são, respectivamente:

$$\eta_{ii} = -1 +(s_i /x_i)(1 - b_i)$$

$$\eta_{ij} = -b_i\ \ (s_j\, p_j/x_i\, p_i)$$

$$\eta_{iy} = (Y /x_i p_i)\ b_i$$

6.9. NERLOVE (1958) estimou a seguinte regressão para a demanda de carne bovina nos EUA, período 1920-55:

$$\ln C_t = \underset{}{1{,}263} - \underset{(0{,}065)}{0{,}429 \ln P_{ct}} + \underset{(0{,}056)}{0{,}421 \ln Y_t} + \underset{(0{,}111)}{0{,}371 \ln C_{t-1}}$$

onde C_t é o consumo de carne, P_c é o preço da carne e Y_t é a renda; entre parênteses estão os desvios-padrão das estimativas.

(a) Qual seria a forma estrutural do modelo de ajustamento parcial correspondente à forma reduzida acima (dar as expressões literais)?

(b) Quais as elasticidades de curto e longo prazo com respeito ao preço e à renda?

(c) Após quantos períodos se alcança no mínimo 95% do ajustamento de longo prazo?

6.10. FIALLOS (1981) estimou a seguinte função de demanda para tomate no Estado de São Paulo, período 1974/78:

$$\underset{}{ln\ P_{Tt}} = -33{,}822 - \underset{(0,23)}{1{,}11}\ \underset{(0,97)}{ln\ Q_{Tt}} + \underset{(0,18)}{4{,}30\ ln\ R_t} + \underset{(0,13)}{0{,}07\ ln\ P_{Bt}} + \underset{(0,14)}{0{,}56\ ln\ P_{ct}} + 0{,}49\ ln\ P_{Pt}$$

onde P_T é o preço do tomate, Q_T é a quantidade consumida, R_T é a renda, P_B é o preço da batata, P_C é o preço da cenoura e P_P é o preço do pimentão; entre parênteses estão os desvios-padrão das estimativas. Pede-se interpretar os coeficientes obtidos na regressão; os produtos, cujos preços são variáveis independentes, são substitutos ou complementares ao tomate.

6.11. Para a função log-log-inversa, determinar: (a) o ponto de saturação e (b) o limite para o qual tende a elasticidade-renda à medida que a renda cresce indefinidamente.

6.12. Para a função log-inversa, determinar: (a) o ponto de inflexão e (b) o ponto de saturação.

6.13. Um determinado bem possui elasticidade-renda da demanda igual a 0,5. Se a renda cresce a uma taxa de 6% ao ano e a população a 2% ao ano, quantas vezes terá crescido o consumo total desse bem ao fim de 10 anos?
Verificar que esse número corresponde a:

$$Q_t / Q_0 = (1 + n_y r_y)^t\ (1 + r_p)^t$$

onde:

Q_t = consumo no ano t
Q_0 = consumo no ano 0
n_y = elasticidade-renda
r_y = taxa anual de crescimento de renda *per capita*
r_p = taxa anual de crescimento da população.

CAPÍTULO 7

ANÁLISE DA OFERTA DE PRODUTOS AGRÍCOLAS

7.1. Objetivos e Derivações Teóricas

Entre os objetivos da análise da oferta de produtos agrícolas salientam-se: (1) entender o mecanismo de resposta do setor produtor a diversas variáveis; (2) prever as mudanças na oferta; (3) prescrever soluções a problemas relacionados à oferta agrícola. Em síntese, a análise da oferta deveria especificar as variáveis relevantes (juntamente com seus coeficientes) a serem manipuladas para obtenção da produção tida como necessária para o abastecimento ou para o crescimento econômico.

O ponto de partida na análise da oferta é a função de produção. Esta pode aparecer explícita ou implicitamente na análise e constitui-se num sumário das possibilidades tecnológicas de transformação de insumos em produtos, de substituição de um produto por outro e de substituição de um insumo por outro.

A função de produção convencional é representada implicitamente na seguinte relação funcional:

$$f\,(q_1,\ q_2,\ \ldots,\ q_s\ ;\ x_1\ ,\ x_2,\ \ldots\ ,\ x_n) = 0 \qquad (7.1)$$

onde q_i representa as quantidades de produtos e x_j representa a quantidade de insumos.

Dada a função de produção, é possível derivar funções de custo, ofertas de produtos e demandas por insumos.

Atendo-se inicialmente ao caso de um único produto, pode-se considerar a oferta do mesmo no prazo muito curto, no curto prazo e no longo prazo.

O prazo muito curto é aquele em que a produção (q_0) é dada, isto é, a produção não pode ser aumentada nesse prazo. Assim sendo, o custo marginal ao nível q_0 pode ser considerado infinitamente grande. Isso faz com que o custo marginal possa ser representado por uma linha vertical no ponto q_0. Nessas condições, a igualdade entre custo marginal e preço do produto (condição que maximiza o lucro) não pode ser observada. A decisão do produtor será o de vender no ponto onde o preço deixa de ser maior que o custo marginal (que é zero para produção menor que q_0).

A curva de oferta agregada no prazo muito curto será a somatória horizontal das ofertas individuais, sendo, portanto, uma linha vertical também (Figura 7.1).

gscbarro@esalq.usp.br

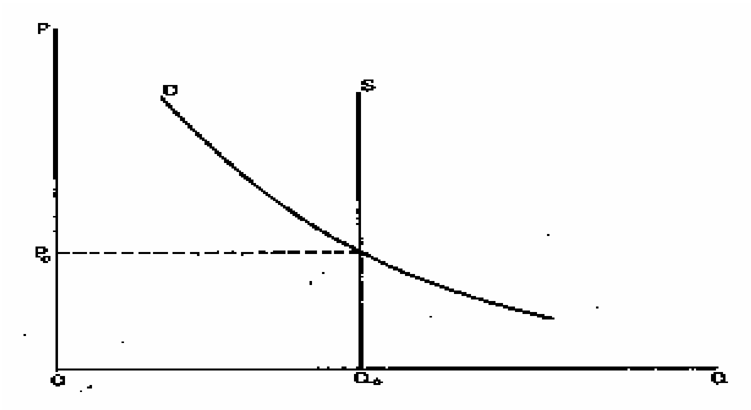

Figura 7.1. Curva de oferta no prazo muito curto.

No curto prazo, a curva de oferta da firma será a porção da curva de custo marginal que se situa acima da curva de custo variável médio.

Na Figura 7.2 a curva de oferta da firma será dada pelos segmentos *OA* e *BC*, isto é, a qualquer preço menor que *OA* nada será oferecido. A curva agregada será a somatória horizontal das curvas individuais, isto é:

$$S(P) = \Sigma^{n}_{i=1} S_i(P) \qquad (7.2)$$

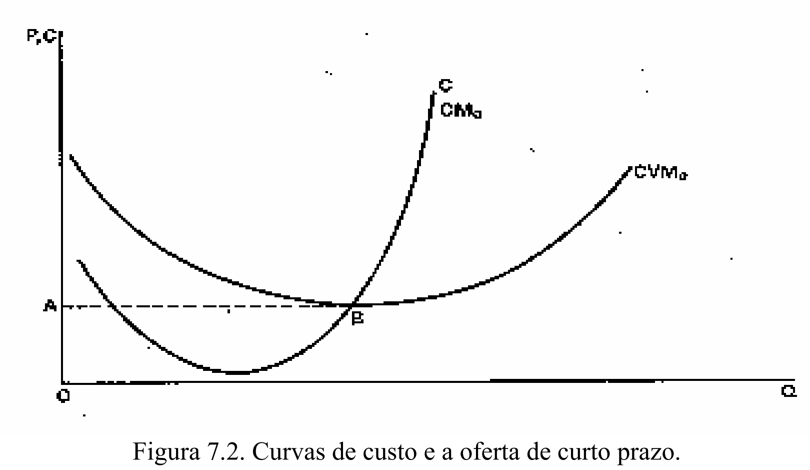

Figura 7.2. Curvas de custo e a oferta de curto prazo.

Admita-se, como ilustração, uma função de produção

$$q = a\,X_1^{b1}\,X_2^{b2} \qquad 0 < b_1\,,\, b_2 < 1 \qquad (7.3)$$

onde X_1 e X_2 são quantidades de dois insumos de produção.

Suponha-se que no curto prazo X_2 seja fixo de tal forma que

$$q = (a\,X_2^{b2})\,X_1^{b1} = c\,X_1^{b1} \qquad (7.4)$$

A equação de custo será

$$C = K + r_1\,X_1 \qquad (7.5)$$

onde K é custo fixo e r_1 é o preço de X_1.

A partir de (7.4) obtém-se:

$$X_1 = (q/c)^{1/b1}$$

que substituído em (7.5) resulta em:

$$C = K + r_1\,(c^{-1/b1}\,q^{1/b1}) \qquad (7.6)$$

A partir de (7.6) obtém-se o custo variável médio (*CVMe*) e custo marginal (*CMa*).

$$CVMe = r_1\,c^{-1/b1}\,q^{(1-b1)/b1}$$

$$CMa = 1\,/b_1\,r_1\,c^{-1/b1}\,q^{(1-b1)/b1}$$

Desde $0 < b_1 < 1$ tem-se sempre que $CMa > CVMe$. Logo a função da oferta será obtida igualando-se *CMa* ao preço (*P*) do produto, ou seja:

$$CMa = 1\,/b_1\,r_1\,c^{-1/b1}\,q^{(1-b1)/b1} = P$$

e

$$q = (b_1\,c^{-1/b1}\,P\,/r_1)^{b1\,/(1-b1)}$$

A última expressão corresponde à curva de oferta de curto prazo.

No longo prazo, a curva de oferta da firma será igual a curva de custo marginal de longo prazo para preços maiores que o Custo Médio de longo-prazo.

Tomando-se novamente a função (7.3), considera-se a equação de custo

$$C = r_1\,X_1 + r_2\,X_2 \qquad (7.7)$$

A seguir leva-se em conta que a firma expande sua produção ao longo da linha de expansão para obter[113]

$$dX_1 /dX_2 = b_2 X_1 /b_1 X_2 = r_2 /r_1$$

donde se conclui que

$$X_1 = (r_2 /r_1) (b_1 /b_2) X_2 \qquad (7.8)$$

e

$$C = (b_1 r_2 /b_2) + r_2 X_2 \qquad (7.9)$$

O próximo passo será substituir a expressão (7.8) em (7.3):

$$q = a(r_2 b_1 /r_1 b_2)^{b1} \ X_2^{(b1+b2)}$$

logo

$$X_2 = [a^{-1} (r_1 b_2 /r_2 b_1)^{b1} q]^{1/(b1+b2)}$$

Esse valor é então substituído em (7.9) para se obter a função de custo de longo prazo

$$C = (r_2 + b_1 r_2 /b_2) [a^{-1} (r_1 b_2 /r_2 b_1)^{b1} q]^{1/(b1+b2)}$$

O custo marginal de longo prazo será

$$\text{CMa} = (1 /b_1 + b_2) (r_2 + b_1 r_2 /b_2) [a^{-1} (r_1 b_2 /r_2 b_1)^{b1} q]^{1/(b1+b2)} * q^{(1-b1-b2)/(b1+b2)}$$

Assim verifica-se que o custo marginal será uma constante (para valores dados de r_1 e r_2) se (b_1 + b_2) = 1.

Finalmente igualando-se custo marginal e preço do produto tem-se:

$$q = a^{1/(1-b1-b2)} (b_1 /r_1)^{b1/(1-b1-b2)} (b_2 /r_2)^{b2 /(1-b1-b2)} P^{(b1+b2)/(1-b1-b2)}$$

Desse modo fica exemplificada a obtenção das curvas de oferta para firmas produtoras de um único bem.

À análise da oferta falta um modelo básico como o que se tem para a análise da demanda. A consideração de firmas produzindo mais que um produto é bastante difícil. No entanto, é possível se avaliar algumas características da decisão ótima quanto à produção de diferentes bens.

[113] A linha de expansão da produção corresponde aos pontos onde a taxa marginal de substituição técnica entre os insumos na função de produção iguala-se ao inverso da relação de preços desses insumos.

Conceitualmente pode-se partir da função de produção implícita em (7.1). A maximização da renda para uma firma produzindo *s* bens a partir de *n* insumos será feita através da expressão de Lagrange:[114]

$$J = \Sigma^{s}_{i=1} p_i q_i - \Sigma^{n}_{j=1} r_j x_j + \lambda F (q_1, ..., x_n)$$

A seguir as derivadas em relação a q_i, x_j e λ são igualadas a zero:

$$\partial J / \partial q_i = P_i + \lambda F_i = 0 \qquad (i = 1, ..., s)$$

$$\partial J / \partial x_j = -r_j + \lambda F_{s+j} = 0 \qquad (j = 1, ..., n)$$

$$\partial J / \partial \lambda = F (q_1, ..., q_s, x_1, ..., x_n) = 0 \qquad (7.10)$$

Selecionando quaisquer duas equações entre as *s* primeiras, movendo o segundo termo para a direita e dividindo uma pela outra tem-se:

$$P_i / P_k = F_i / F_k = (\partial F / \partial q_i) / (\partial F / \partial q_k) = - \partial q_k / \partial q_i \qquad (7.11)$$

Isso significa que para cada par de bens - mantendo constantes as quantidades dos outros bens e todos os insumos - a taxa marginal de transformação deve ser igual ao inverso da relação de seus preços.

Tomando-se uma equação entre as *s* primeiras e uma entre as *n* segundas, tem-se:

$$r_j / P_k = - F_{s+j} / F_k = \partial q_k / \partial x_j \qquad \text{ou} \qquad r_j = P_k (\partial q_k / \partial x_j) \qquad (7.12)$$

para $(k = 1, ..., s)$ e $(j = 1, ..., n)$.

Isso significa que o valor do produto marginal para cada insumo em todos seus usos deve igualar-se ao preço do insumo.

Finalmente, tomando duas equações entre as últimas *n*:

$$r_j / r_k = - \partial x_k / \partial x_j \; ; \quad j, k = 1, ..., n \qquad (7.13)$$

significando que a taxa marginal de substituição entre quaisquer dois insumos - mantendo os níveis de outros insumos e de todas as produções - deve ser igual ao inverso da razão entre os preços.

O sistema de equações (7.10) implica, portanto, as condições (7.11), (7.12) e (7.13) para maximização de lucro. Por outro lado, sendo um sistema de $(s + n + 1)$ equações a $(s + n + 1)$ incógnitas ele permite a solução para as *s* ofertas dos produtos e *n* demandas dos fatores e para *q*. Em particular, a oferta de um bem qualquer q_i será dada por:

[114] Ver HENDERSON-QUANDT, pp. 95-99.

$q_i = q_i\ (P_1, ..., P_s\ , r_1\ , ..., r_n)$

Portanto, a quantidade produzida de cada bem é função dos preços de todos os insumos e produtos. Se um dos preços se alterar, todas as quantidades serão modificadas. A forma da função de oferta depende da forma da função de produção pressuposta.

Quanto aos sinais dos efeitos dos diferentes preços nada pode ser dito, exceto que o efeito do aumento no preço de um bem tende a elevar a quantidade oferecida desse bem.

Outro ponto importante refere-se à simetria do efeito-preço. Assim pode ser demonstrado que[115]:

$$\partial q_i / \partial p_j = \partial q_j / \partial p_i \qquad (7.15)$$

ou seja, tomando-se dois produtos, q_i e q_j, as derivadas parciais de cada um com respeito ao preço do outro são iguais. Assim, transformando-se (7.15) em elasticidade tem-se:

$$(\partial q_i / \partial p_j)(p_j / q_i)(q_i / p_j) = (\partial q_j / \partial p_i)(p_i / q_j)(q_j / p_i)$$

$$e_{ij}\ q_i / p_j = e_{ji}\ q_j / p_i$$

ou

$$e_{ij} / e_{ji} = p_j\ q_j / p_i\ q_i \qquad (7.16)$$

Além disso, verifica-se que as condições (7.11), (7.12) e (7.13) demonstram que uma mudança proporcional em todos os preços não alterarão as quantidades de equilíbrio. Isso significa que as funções de oferta dos produtos são homogêneas de grau zero nos preços dos produtos e dos fatores, o que implica que:

$$\Sigma^{s+n}{}_{j=1}\ e_{ij} = 0$$

Sendo a curva de oferta de mercado a somatória das curvas individuais, que relação terão as elasticidades individuais com a elasticidade agregada?

Considera-se a oferta do bem *j* pela firma *t*:

$$q_j^t = q_j^t\ (P_1, ..., P_s\ ; r_1, ..., r_n)$$

A curva agregada será então:

$$Q_j = \Sigma^T{}_{t=1}\ q_j^t = Q_j\ (P_1, ..., P_s\ ; r_1, ..., r_n) \qquad (7.17)$$

Derivando a expressão (7.17) com relação a P_j obtém-se:

[115] Ver PASTORE (1973).

$$\partial Q_j / \partial P_j = \Sigma^T_{t=1} \partial q_j^t / \partial P_j$$

$$(\partial Q_j / \partial P_j)\, P_j / Q_j = \Sigma(\partial q_j^t / \partial P_j)\, (P_j / q_j^t)\, (q_j^t / Q_j)$$

ou seja

$$e_{jj} = \Sigma^T_{t=1}\, e^t_{jj}\, q_j^t / Q_j$$

Vê-se assim que a elasticidade de curva agregada é a soma ponderada das elasticidades individuais, a ponderação sendo a parcela de cada firma na produção agregada.

7.2. Problemas da Análise Empírica da Oferta

Já se viu que dada a função de produção é possível derivar funções relacionando produção e preços dos produtos e dos insumos. No entanto, alguns problemas aparecem quando se passa a estimar essas funções.

Um dos principais problemas da aplicação empírica da teoria está em especificar a relação entre os conceitos teóricos e as variáveis realmente observadas. Na produção de qualquer bem, especialmente na agricultura, a decisão sobre o uso dos insumos deve ser feita bem antes de que a produção tenha lugar. Assim, o produtor precisa basear sua decisão não nos preços presentes, mas nos preços que ele espera receber no futuro. Portanto, para a análise da oferta, o conceito relevante é o que os produtores pensam, na média, o que é uma questão subjetiva.

Um outro problema é aquele relacionado com a rigidez de alguns fatores de produção. A existência de fatores fixos é a base para a distinção entre curto e longo prazo. A variação na quantidade de fatores fixos está relacionada à teoria do investimento. Teoricamente deve-se considerar que a variação nas quantidades desses fatores resultam num custo, o qual é tanto maior quanto mais rápida for feita a variação. Assim, o completo ajustamento dos fatores à expansão da produção pode ser retardado porque: (a) espera-se que a taxa de juros cresça com o montante de financiamento por unidade de tempo; (b) espera-se que um método ineficiente de produção prevaleça enquanto novos e antigos equipamentos sejam usados simultaneamente.

7.2.1. A Variável Dependente na Função de Oferta

Um problema de estimação de curvas de oferta está relacionado com a escolha da variável dependente. A função teórica da oferta relaciona produção planejada aos preços dos produtos e dos insumos.

A produção planejada não pode ser observada, no entanto. Esse fato leva a se procurar uma aproximação para ela.

Uma possível aproximação da produção planejada é a produção observada. Esta variável pode, no entanto, diferir substancialmente da primeira devido a fatores ambientais, o controle dos quais está além das possibilidades do produtor. Assim, em vez de produção, a área plantada tem sido usada como aproximação para produção planejada.

A área plantada apresenta a vantagem de estar sob maior controle do produtor. Entretanto, duas desvantagens podem ser apontadas quando a mesma é usada. Primeiro, a terra é apenas um entre muitos insumos usados na produção. A decisão de alocar uma certa área de terra é consistente com uma grande amplitude de produções planejadas. Seria preferível usar um índice de todos os insumos usados na produção. O problema é que o montante dos outros insumos, além da terra, poder ser variado durante o período de produção (fertilizantes, inseticidas, máquinas, etc.). A terra devotada a certa cultura não pode ser aumentada no meio do processo produtivo. Segundo, a terra não é homogênea. Os produtores podem decidir aumentar a produção usando menos de uma terra melhor. Apesar dessas limitações, a área plantada tem sido usada como a melhor aproximação à produção planejada.

Sabe-se que a elasticidade-preço da oferta é a soma das elasticidades-preço da área e do rendimento. Se Q^* é a produção planejada; A^*, área planejada; A, área plantada, e Y^*, rendimento planejado por unidade de área, vê-se que:

$$Q^* = Y^* A^*$$

A seguir pressupõe-se que tanto a área como o rendimento planejados são funções do preço:

$$Y^* = f\,(P)$$

$$A^* = g\,(P)$$

A elasticidade-preço será, portanto:

$$\begin{aligned} e_{Q^*P} &= (dQ^* /dP)(P /Q) = (d(A^* Y^*) /dP)\ (P /Q) \\ &= (dA^* /dP)\ (P /A^*) + (dY^* /dP)\ (P /Y^*) \\ &= e_{a^*p} + e_{y^*p} \\ &\cong e_{ap} + e_{y^*p} \end{aligned}$$

Assim, quanto menor for o valor absoluto de e_{y^*p}, mais se aproxima de e_{Q^*p} quando se usa e_{ap}. Em geral, presume-se que o rendimento, apesar de ser afetado pelo preço, é mais dependente de fatores que não estão sob controle do produtor, como: clima, irrigação, sementes melhoradas, etc. Essas alterações no rendimento apresentariam deslocamentos da função da oferta e, portanto, não seriam consideradas na estimação da elasticidade-preço da oferta.

7.2.2. Expectativas de Preços Futuros

NERLOVE (1958) começou sua análise de expectativas de preços a partir da constatação de que as elasticidades-preço de oferta obtidas até então eram demasiado pequenas quando consideradas na prática. Variações nos preços-mínimos em geral levavam a alterações na produção muito maiores do que as previsões feitas através das elasticidades.

Essas elasticidades eram obtidas a partir de funções em que a área plantada era a variável dependente enquanto uma das independentes era o preço defasado de um período. Esse preço era usado como uma aproximação ao preço esperado e tinha sua origem nos modelos do tipo "Teia de Aranha".

Uma possível razão para a subestimação da elasticidade-preço da oferta seria o fato de se usar a área plantada como variável dependente, tomando-se como zero a elasticidade do rendimento.

Mais importante, de acordo com NERLOVE, era o uso do preço defasado como expectativa de preço. Assim sendo, ele formulou a seguinte proposição: os produtores reagem não ao preço defasado, mas ao preço esperado, o qual depende somente apenas parcialmente do preço do período anterior. Sua justificativa para tal baseava-se no fato de que o preço do período anterior representa um fenômeno de muito curto prazo. Por isso os preços dos demais períodos anteriores poderiam ser relevantes na formação da expectativa. Caso contrário, os produtores estariam desperdiçando as informações a respeito daqueles preços. Uma possível hipótese dentro daquela proposição seria a de que os produtores consideram mais as variações mais recentes nos preços quando vão formar suas expectativas. Assim se estabelece um modelo onde o preço esperado é uma média ponderada dos preços passados, de modo que os pesos atribuídos a cada observação decrescem à medida que se afasta do presente. A partir disso, conclui-se que o modelo que usa somente o preço do período anterior atribui peso um para esse preço e zero para todos os demais preços.

O mecanismo proposto por NERLOVE consiste mais especificamente no seguinte: cada ano os produtores corrigem suas expectativas em proporção ao erro de previsão cometido no período anterior:

$$P_t^* - P_{t-1}^* = \beta\,[P_{t-1} - P_{t-1}^*] \qquad 0 < \beta \leq 1 \qquad (7.18)$$

Note-se que se $\beta = 1$, então $P_1^* = P_{t-1}$, o que significa que o produtor não deposita confiança alguma na sua previsão para o período anterior, isto é, P_{t-1}^* não é considerado na formulação de P_t^*.

Toma-se agora uma função de oferta como:

$Q_t = a_0 + a_1 P_t^*$ e ainda,

$Q_{t-1} = a_0 + a_1 P_{t-1}^*$ ou

$P_{t-1}^* = (1/a_1)Q_{t-1} - a_0/a_1$

Mas, então, usando (7.18)

$P_t^* = \beta P_{t-1} + (1 - \beta)\ [(1/a_1)Q_{t-1} - a_0/a_1]$ ou

$P_t^* = \beta P_{t-1} + ((1 - \beta)/a_1)Q_{t-1} - a_0(1 - \beta)/a_1$

O que substituído na função de oferta resulta em:

$Q_t = a_0 + a_1\ [\beta P_{t-1} + ((1 - \beta)/a_1)Q_{t-1} - a_0(1 - \beta)/a_1]$ ou

$Q_t = a_0\beta + a_1\ \beta P_{t-1} + (1 - \beta)\ Q_{t-1}$

Esta última função foi estimada por NERLOVE para uma série de produtos agrícolas. Suas estimativas das elasticidades de oferta com relação ao preço esperado foram de duas a três vezes maiores que aqueles em que o preço do período anterior era identificado como o preço esperado. Assim explicava-se melhor as observações empíricas.

7.2.3. A Rigidez a Curto Prazo dos Fatores

Neste modelo, presume-se que uma variação no preço de um produto leva no curto prazo a um ajustamento parcial da produção, isto é, no curto prazo apenas uma proporção do ajustamento de longo prazo ocorreria.

Assim sendo, uma variação no preço levaria a dois tipos de alterações na oferta. A primeira, de longo prazo, consistiria da variação desejada na produção se o novo preço persistisse por um período de tempo suficiente para que todos ajustamentos desejados nos fatores fixos tivessem lugar. A segunda, de curto prazo, seria a alteração imediata na produção, dados os fatores fixos existentes, isto é, seria aquele ajustamento na produção que ocorreria em ($t + 1$) dada a variação de preço no período t. Se depois dessa variação no preço, este permanecesse constante, gradualmente se atingiria o completo ajustamento desejado.

Pressupõe-se, ainda, que a quantidade oferecida depende do preço do período anterior. Assim tem-se:

$Q_t^* = a_0 + a_1\ P_{t-1}$

onde Q_t^* é a produção desejada no longo prazo. Devido às dificuldades de ajustamento dos fatores fixos, o ajustamento observado na produção é apenas uma proporção do ajustamento desejado:

$Q_t - Q_{t-1} = \theta\,(Q_t^* - Q_{t-1})$ $\qquad 0 \leq \theta \leq 1$

onde θ é o coeficiente de ajustamento. Dessa expressão obtém-se:

$Q_t^* = Q_t/\theta - ((1 - \theta)/\theta)\, Q_{t-1}$ e logo

$Q_t = a_0\theta + a_1\, \theta P_{t-1} + (1 - \theta)\, Q_{t-1}$

7.2.4. Rigidez e Expectativas Juntas

Viu-se que as duas hipóteses de rigidez e de expectativa conduziram a dois modelos determinísticos idênticos. Em outras palavras, uma mesma forma reduzida é consistente com duas formas estruturais. Portanto, a distinção entre os dois modelos deve-se basear no conhecimento *a priori* do problema a ser analisado. É preciso, assim, que antes da análise se verifique a existência de razões para se supor a imobilidade dos fatores no curto prazo. Do mesmo modo, considerações devem ser feitas sobre a maneira pela qual os produtores formam suas expectativas. Suponha, por exemplo, que o governo determine com antecedência o preço pelo qual um dado produto deve ser vendido. Se o modelo defasado ainda for aceito tem-se evidência de que a rigidez dos fatores está operando. Caso contrário, a possível defasagem era devida a um modelo de expectativas.

Se na prática não houver razões para se optar por uma ou outra hipótese, existe a alternativa de se combinar ambas. Neste caso, no entanto, será impossível distinguir entre os coeficientes de ajustamento e de expectativa.

Parte-se então da função de oferta em que a produção desejada depende do preço esperado:

$Q_t^* = a_0 + a_1 P_t^*$ e (7.19)

$Q_t - Q_{t-1} = \theta\,(Q_t^* - Q_{t-1})$ (7.20)

$P_t^* - P_{t-1}^* = \beta\,(P_{t-1} - P_{t-1}^*)$ (7.21)

A partir de (7.19) se obtém:

$Q_t^* = (1/\theta)Q_t - ((1 - \theta)/\theta)Q_{t-1}$ (7.20’)

Substituindo (7.20’) em (7.19):

$Q_t = a_0\theta + (1 - \theta)Q_{t-1} + a_1\,\theta P_t^*$ (7.19’)

Portanto:

$Q_{t-1} = a_0\theta + (1 - \theta)Q_{t-2} + a_1\,\theta P_{t-1}^*$ (7.19”)

Multiplicando-se (7.19”) por $(1 - \beta)$ e subtraindo de (7.19’):

$Q_t - (1-\beta)Q_{t-1} = [a_0\theta - a_0\theta(1-\beta)] + (1-\theta)Q_{t-1} - [(1-\beta)(1-\theta)])Q_{t-2} + a_1\theta[P_t^* - (1-\beta)P_{t-1}^*]$ (7.22)

Mas de (7.21) obtém-se:

$$P_t^* - (1 - \beta)\, P_{t-1}^* = \beta P_{t-1} \qquad (7.21')$$

Substituindo (7.21') em (7.22):

$$Q_t = a_0\, \theta\beta + [(1-\beta) + (1-\theta)]Q_{t-1} + a_1\, \beta\, \theta P_{t-1} - [(1-\theta)\,(1-\beta)]Q_{t-2} \qquad (7.23)$$

Essa é a função a ser estimada. A seguir, suponha que as seguintes estimativas para o 2º e 4º coeficientes foram obtidas:

$$(1-\beta) + (1-\theta) = b_2$$

$$-\,(1-\beta)\,(1-\theta) = b_4$$

A partir da primeira estimativa tem-se:

$$(1-\beta) = b_2 - (1-\theta)$$

que substituída na segunda:

$$-(1-\theta)\,[b_2 - (1-\theta)] = b_4$$

$$(1-\theta)^2 - b_2\,(1-\theta) - b_4 = 0$$

$$(1-\theta) = [b_2 \pm \sqrt{(b_2^2 + 4b_4)}]\,/2$$

Entretanto essa mesma equação poderia ser obtida para $(1-\beta)$. Portanto, um outro parâmetro terá esse valor.

Apesar desse problema de identificação pode-se testar a ausência de uma hipótese (rigidez ou expectativa). Se, por exemplo, o coeficiente de Q_{t-2} for nulo, não haverá razões para rejeitar a hipótese de que: $(\beta = 1)$ ou $(\theta = 1)$ ou $(\beta = \theta = 1)$. Se ambos forem diferentes de um, então o coeficiente de Q_{t-2} deverá ser negativo. Nesse caso, ambas as fontes de defasagem estarão presentes.

Note que embora β e θ não possam ser identificados, a_1 pode ainda ser estimado, pois o produto deles pode ser obtido.

Finalmente, cabe considerar a extensão da função de oferta de modo a incluir preços de outros produtos e dos insumos. O modelo de ajustamento parcial é obtido de modo semelhante ao caso em que se inclui apenas um preço:

$$Q_t^* = a_0 + a_1\, P_{t-1} + \Sigma^n_{i=2}\, a_i\, P_{t-1}^i \qquad , \text{e}$$

$Q_t - Q_{t-1} = \theta(Q_t^* - Q_{t-1}),$ logo

$Q_t^* = 1/\theta\, Q_t - ((1 - \theta)/\theta)Q_{t-1},$ portanto

$Q_t = a_0 + a_1\, \theta P_{t-1} + \Sigma^n_{i=2}\, a_i\, \theta P_{t-1}^i + (1 - \theta)Q_{t-1}$

No modelo com expectativas, tem-se duas alternativas:

(a) o coeficiente de expectativas é o mesmo para todos os preços, ou

(b) os coeficientes são diferentes.

Se for adotada a primeira alternativa, a forma reduzida será idêntica à do modelo de ajustamento parcial:

$$Q_t = a_0 + a_1\, P_t^* + \Sigma^n_{i=2}\, a_i\, P_t^{*i} \qquad (7.24)$$

$P_t^{*i} - P_{t-1}^{*i} = \beta\,(P_{t-1}^i - P_{t-1}^{*i})$ e

$P_t^{*i} - (1 - \beta)\, P_{t-1}^{*i} = \beta\, P_{t-1}^i$

A seguir defasa-se a expressão para Q_t e multiplica-se por $(1 - \beta)$:

$$(1 - \beta)Q_{t-1} = a_0\,(1 - \beta) + a_1(1 - \beta)P_{t-1}^* + \Sigma^n_{i=2}\, a_i\,(1 - \beta)P_{t-1}^{*i} \qquad (7.25)$$

Subtraindo-se (7.25) de (7.24):

$$Q_t = a_0\beta + a_1\, \beta P_{t-1} + \Sigma^n_{i=2}\, a_i\, \beta\, P_{t-1}^i + (1 - \beta)Q_{t-1}$$

Alternativamente, poder-se-á supor que os coeficientes de expectativas são diferentes para os diferentes preços. A forma reduzida tornar-se-ia demasiado complexa e o número de parâmetros a estimar muito grande, com perda substancial nos graus de liberdade.

7.2.5. Análise da Oferta Agregada

Já se mostrou que conceitualmente a oferta da firma individual pode ser derivada a partir da função de produção da firma. A estimação da oferta a partir de funções de produção é dificultada pela natureza das observações. Essas observações representam diferentes firmas e a oferta derivada não corresponderia a nenhuma das firmas especificamente.

Na prática, o que normalmente se faz é estimar funções de oferta diretamente a partir de dados agregados de produção e preços pagos a produtores. A natureza dessas funções e os problemas a ela relacionados são discutidos a seguir.

A função de oferta agregada será a somatória das ofertas individuais.

$$Q_j = \Sigma^T_{t=1} q_j^t = Q_j (P_1, ..., P_s ; r_1, ..., r_n) \qquad (7.17)$$

Lembra-se que para a derivação dessa oferta pressupôs-se que os preços, exceto P_j, são constantes. Ao nível agregado, dificilmente pode-se afirmar que as ofertas dos fatores de produção são infinitamente elásticas. O grau de dificuldade aumenta com a importância relativa do setor considerado na economia como um todo.

A função de oferta derivada anteriormente era válida somente se quando todas as firmas aumentassem sua produção, os preços dos fatores permanecessem constantes. Mais aceitável seria a pressuposição de que quando o setor como um todo pretende aumentar sua produção, ele se defronta com ofertas positivamente inclinadas de fatores de produção. Neste último caso, o acréscimo de produção seria menor do que no primeiro caso. Quando todas as firmas tentam aumentar a produção, os preços dos fatores tendem a aumentar e, assim, os custos marginais movem-se para cima de modo que a curva em (7.17) move-se para a esquerda. Em outras palavras, em geral a oferta agregada não é igual a simples somatória das ofertas individuais.

O mesmo tipo de argumentação vale para os preços dos demais produtos; a nível agregado é mais razoável tê-los como variáveis. Para o produtor individual, o preço de um produto alternativo pode ser tomado como constante, mas no agregado quando se aumenta a oferta de um produto, as ofertas dos demais se alteram e, portanto, seus preços variam.

A nível agregado deve-se, portanto, considerar os mercados dos fatores e demais produtos em equilíbrio.

Considere-se a oferta de Q_1. Assim as equações de equilíbrio são:

$$Q_k^S (P_1, ..., P_s ; r_1, ..., r_n) = Q_k^D (P_k) \quad (k = 2, ..., S)$$

$$X_j^D (P_1, ..., P_s ; r_1, ..., r_n) = X_j^S (r_j) \quad (j = 1, 2, ..., n) \qquad (7.26)$$

O sistema de (7.26) representa a igualdade entre oferta e demanda dos (s - 1) produtos alternativos e dos n fatores de produção. Observe-se que as ofertas dos fatores e demandas dos produtos são dependentes (por suposição) apenas dos próprios preços. No sistema acima todos os preços, exceto P_1, são variáveis endógenas. Note-se, portanto, que para cada valor de P_1 todo o sistema se altera até o equilíbrio se restabelecer em cada mercado. Dadas as curvas de oferta e demanda em (7.26), os preços de equilíbrio de cada produto ou fator serão dependentes do valor assumido por P_1, isto é:

$$P_k = \phi_k (P_1) \qquad (i = 2, ..., s)$$

$$r_j = \phi_j (P_1) \qquad (j = 1, 2, ..., n) \qquad (7.27)$$

As funções em (7.27) podem então ser substituídas em (7.17) para se obter:

gscbarro@esalq.usp.br

$$Q_1 = Q_1\,(P_1,\ \phi_2\,(P_1),\ \ldots,\ \phi_s\,(P_1),\ \phi_{(s+1)}\,(P_1),\ \ldots,\ \phi_{(s+n)}\,(P_1))$$

e portanto

$$Q_1 = Q_1\,(P_1) \qquad (7.28)$$

Note-se que acima expressou-se a oferta de Q_1 como função de P_1 e outras funções (estas representando equilíbrio nos outros mercados) de P_1. Observe ainda que (7.17) e (7.28) representam ofertas diferentes. Na primeira, os preços dos fatores e demais produtos eram dados; na segunda, as ofertas e demandas dos mesmos são dadas. Em (7.28) uma variação em P_1 ocasiona alterações nos equilíbrios dos demais mercados. Em (7.17) ter-se-ia a elasticidade parcial (todos os demais preços constantes) enquanto em (7.28) tem-se a elasticidade total (todos os demais preços variando com as condições de mercado).

Para exemplificar a situação acima, suponha-se um produto Q que é produzido usando-se um insumo X. Considere-se três níveis de preço do produto. Para o nível de preço P_i ($i = 1, 2, 3$) a curva de custo marginal relevante é C_i^k. Tomando-se 2 firmas ($k = 1, 2$), a oferta de mercado seria a somatória das curvas de custo marginal individuais para qualquer nível de preço, se a oferta do fator fosse perfeitamente elástica. Se essa oferta for inclinada, então quando P aumenta, mais do fator é demandado e seu preço aumenta e a curva custo marginal se desloca para cima. O inverso ocorre quando P cai. Pela Figura 7.3 torna-se evidente que se a oferta do fator for menos que perfeitamente elástica, a curva agregada de oferta torna-se menos elástica. Na Figura 7.3, C_2^k seria a curva de custo relevante se o preço do fator fosse constante.

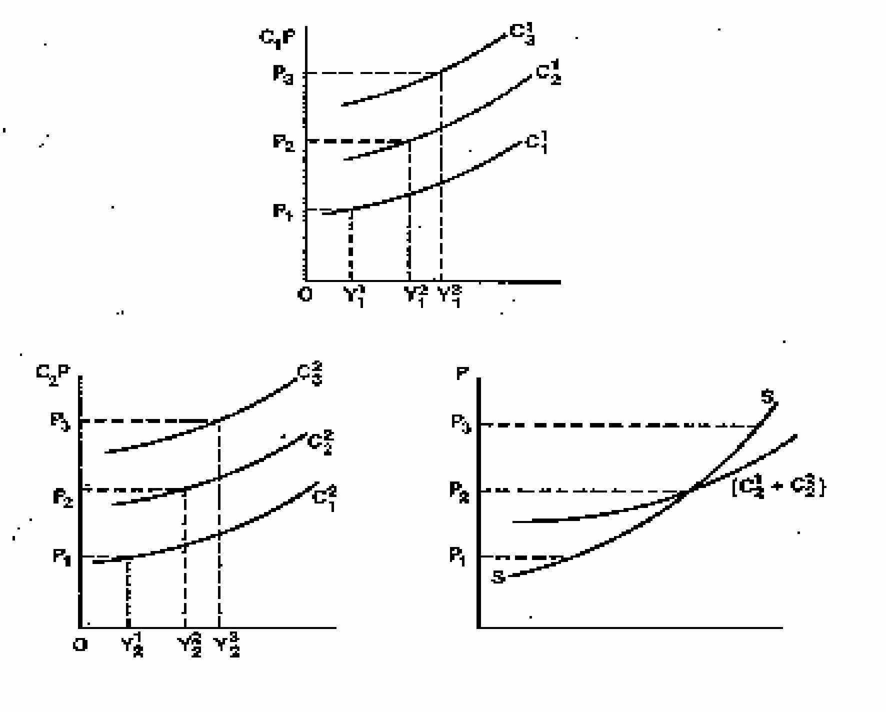

Figura 7.3. Custos marginais e oferta agregada.

É possível explorar mais profundamente o efeito das elasticidades de oferta dos fatores de produção sobre a elasticidade de oferta do produto. Para isso, admite-se que apenas um produto é produzido, de modo a poder-se ignorar os preços dos demais produtos.

Suponha-se que o produto em questão *(Q)* é produzido com o uso de dois fatores (X_1 e X_2)[116]. A função de produção de cada firma será:

$$Q = Q\,(X_1\,,\,X_2) \qquad (7.29)$$

Cada firma alocará X_1 e X_2 de tal forma que os valores dos produtos marginais sejam iguais aos preços de cada fator:

$$r_1 = P\ \partial Q\,/\partial X_1$$

$$r_2 = P\ \partial Q\,/\partial X_2 \qquad (7.30)$$

Os preços dos fatores aparecem também na oferta dos mesmos:

[116] Para detalhes, ver PASTORE, pp. 41-49.

$X_1^s = S_1^s\ (r_1)$

$X_2^s = S_2^s\ (r_2)$ (7.31)

Vê-se, portanto, que (7.29), (7.30) e (7.31) determinam um sistema de 5 equações com 6 variáveis. Uma das variáveis pode ser tomada como exógena. Se P for essa variável, pode-se expressar a produção como função do preço.

PASTORE demonstra que a relação entre mudanças relativas em Y e em P é a seguinte:

$$dQ\,/Q = \{[e_1e_2 + \sigma\,(\theta_1\, e_1 + \theta_2\, e_2)]/(\sigma + \theta_1\, e_2 + \theta_2\, e_1)\}\ dP\,/P \qquad (7.32)$$

onde a expressão entre colchetes é a elasticidade total da oferta do setor (o conjunto de firmas que produzem Q). Na expressão acima, σ é a elasticidade de substituição, θ_i é a parcela do fator X_i no valor da produção e e_i é a elasticidade de oferta do fator X_i.

A partir de (7.32) pode-se demonstrar que:

(a) e_{QP} (elasticidade total de oferta) crescerá como σ, desde que e_1 e e_2 sejam diferentes. Assim sendo, quanto mais facilmente substituíveis tecnicamente forem os fatores de produção maior a elasticidade de oferta do produto. Se $e_1 = e_2$, a elasticidade de substituição não tem efeito algum sobre a elasticidade de oferta do produto. Intuitivamente vê-se que dado um aumento no preço, a produção crescerá aumentando relativamente o uso do fator cuja oferta é mais elástica. A variação na proporção em que os fatores são usados, depende, é lógico, da possibilidade de substituição entre eles. Se $e_1 = e_2$, não haverá vantagem na substituição de um fator pelo outro e σ não influi.

(b) e e_{QP} será infinita se e_1 e e_2 forem infinitas. Intuitivamente, percebe-se que todas as firmas têm a mesma função de produção, todas elas terão o mesmo ponto de custo médio mínimo de produção. Sabe-se que no longo prazo sob competição todas as firmas operarão nesse ponto. Isso implica que no longo prazo o preço do produto será constante. Sob competição quando quer que o preço do produto aumente novas firmas entrarão no mercado até que o preço volte ao nível original (de equilíbrio).

Entretanto, se as ofertas dos fatores para o setor forem menos que perfeitamente elásticas, na medida em que mais firmas passam a produzir o produto, os preços dos fatores aumentam e as curvas de custo deslocam-se para cima, assim o novo custo mínimo é maior que o anterior. Assim, aumentos na produção dependem de aumentos no preço de mercado, isto é, a oferta do produto será menos que perfeitamente elástica.

(c) e_{QP} aumenta com as elasticidades de oferta de cada fator. Se e_1 aumenta, e_{QP} aumenta dependendo da importância do fator na produção (θ_1). Essa é uma característica importante, pois se nas regiões mais desenvolvidas, as ofertas dos fatores são mais elásticas (devido a facilidades de transporte e comunicação, por exemplo), então essas regiões terão ofertas de produto mais elásticas. Esse fato foi observado empiricamente por Pastore.

7.3. Considerações Sobre Estimação de Funções de Oferta e Demanda de Produtos Agrícolas

Embora as teorias subjacentes às funções individuais de oferta e demanda sejam construídas de forma independente uma de outra, a estimação dessas funções a partir de dados estatísticos não deveria ser feita dessa maneira. Mesmo quando se pretende estimar apenas uma dessas funções, é necessário mencionar as pressuposições a respeito da outra de modo a se ter a correta perspectiva do modelo econômico subjacente à função estimada.

O problema econométrico principal relativo à estimação decorre do fato de os dados empíricos referirem-se a situações de mercado e, portanto, estarem associados simultaneamente às condições tanto de oferta como de demanda. Considere-se, como ilustração, o modelo abaixo:[117]

$$Q_t = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \varepsilon_{1t} (\alpha_1 > 0,\ \ \alpha_2 < 0)$$

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 P_t + \varepsilon_{2t} \qquad (\beta_1 > 0,\ \beta_2 > 0) \qquad (7.33)$$

como representando a demanda e a oferta num certo mercado; ε_{1t} e ε_{2t} são termos estocásticos. Então, a resolução do sistema conduz a:

$$Q_t = (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) /(\beta_2 - \alpha_2) + (\beta_2\varepsilon_1 - \alpha_2\varepsilon_2) /(\beta_2 - \alpha_2)$$

$$P_t = (\alpha_1 - \beta_1) /(\beta_2 - \alpha_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) /(\beta_2 - \alpha_2)$$

A partir da última expressão fica evidente que P_t é correlacionado tanto com ε_{2t} como com ε_{1t} de tal forma que os estimadores de mínimos quadrados dos coeficientes tanto da oferta como de demanda acima não possuem sequer propriedades assintóticas como a consistência. Assim sendo, mesmo o recurso de aumentar o tamanho da amostra não aliviará o problema.

A menos que pressuposições adicionais (a serem discutidas) sejam feitas, a estimação de função da oferta e/ou demanda tem que se dar num contexto de equações simultâneas[118]. Nesse caso, o primeiro problema a enfrentar é o da identificação. Por exemplo, com base em (7.33), a estimação de uma função relacionando quantidade e preço resultará num problema de identificar que parâmetros foram estimados, se os da oferta ou se os da demanda.

O problema da identificação relaciona-se intimamente ao número de variáveis pré-determinadas (exógenas ou defasadas) incluídas no modelo. Por exemplo no sistema:

---

[117] Ver KMENTA, pp. 303-304.

[118] Um modelo será um sistema de equações simultâneas se todas as relações envolvidas forem necessárias para determinar o valor de pelo menos uma das variáveis endógenas, isto é, pelo menos uma das relações deve incluir mais de uma variável endógena (KMENTA, p. 532).

$$Q_t = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 Y_t + \varepsilon_{1t}$$

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 P_t + \varepsilon_{2t} \qquad (7.34)$$

representando demanda e oferta respectivamente, tem-se que apenas a função de oferta é identificada, enquanto a demanda não o é. A condição necessária para identificação de uma equação é que o número de variáveis pré-determinadas não-incluídas (G) nessa equação seja igual ou maior ao número de variáveis endógenas nela incluídas menos um (K)[119]. Como na equação de oferta não há variáveis pré-determinadas e há duas variáveis endógenas, percebe-se que a função de demanda é sub-identificada. Já a função de oferta, por não incluir uma variável pré-determinada (Y_t) e por conter duas variáveis endógenas, é exatamente identificada ($K = G = 1$).

Em modelos de oferta e demanda, a identificação exata ocorre quando a demanda inclui uma variável pré-determinada (preço de outro produto, r_t, por exemplo) que não aparece na demanda. Assim, no modelo

$$Q_t = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 Y_t + \varepsilon_{1t}$$

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 r_t + \varepsilon_{2t} \qquad (7.35)$$

todos os parâmetros são identificáveis exatamente. Esta identificação exata pode ser esclarecida da seguinte maneira. Da forma estrutural (7.35) obtém-se a forma reduzida, em que se expressam as variáveis endógenas em termos das variáveis pré-determinadas:

$$Q_t = \pi_{11} + \pi_{12} Y_t + \pi_{13} r_t + v_{1t}$$

$$P_t = \pi_{21} + \pi_{22} Y_t + \pi_{23} r_t + v_{2t} \qquad (7.36)$$

Em (7.36) o lado direito das equações é formado de variáveis pré-determinadas; dessa forma, o método de mínimos quadrados aí aplicado resultará em estimativas consistentes de π_{ij} $(i = 1, 2 ;\ j = 1, 2, 3)$. A estimação de (7.36) poderá viabilizar a estimação de (7.35). A viabilidade depende de ser ou não possível a partir de (7.36) obter, ou seja, identificar os coeficientes de (7.35).

Em (7.36) os valores de π_{ij} podem ser assim resumidos:

$$\begin{vmatrix} \pi_{11} & \pi_{21} \\ \pi_{12} & \pi_{22} \\ \pi_{13} & \pi_{23} \end{vmatrix} = \frac{1}{\alpha_2 - \beta_2} \begin{vmatrix} (\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2) & (\alpha_1 - \beta_1) \\ - \alpha_3 \beta_2 & - \alpha_3 \\ \alpha_2 \beta_2 & +\beta_3 \end{vmatrix}$$

A partir dessa expressão pode-se identificar:

$$\alpha_1 = \pi_{11} - \pi_{21} (\pi_{13} / \pi_{23}) \qquad \beta_1 = \pi_{11} - \pi_{21} (\pi_{12} / \pi_{22})$$

[119] A condição necessária e suficiente para identificação considera também a independência entre as equações do sistema. Ver, por exemplo, KMENTA, pp. 543-547.

$\alpha_2 = \pi_{13} / \pi_{23}$ $\beta_2 = \pi_{12} / \pi_{22}$

$\alpha_3 = \pi_{22} [(\pi_{12} / \pi_{22}) - (\pi_{13} / \pi_{23})]$ $\beta_3 = - \pi_{23} [(\pi_{12} / \pi_{22}) - (\pi_{13} / \pi_{23})$ (7.37)

Conclui-se, pois, que se obtém os coeficientes de (7.35) a partir daqueles de (7.36). Logo, as estimativas consistentes de (7.36) permitirão, pelas fórmulas em (7.37), obter estimativas consistentes dos coeficientes em (7.35)[120]. No caso do exemplo dado em (7.34), o mesmo processo permitiria estimar consistentemente apenas uma das funções (no caso, a oferta).

Em outras situações, pode ocorrer super-identificação das equações estruturais. Nestes casos, não se pode obter de uma única maneira os coeficientes estruturais a partir dos coeficientes de forma reduzida. Tais situações ocorrem em sistemas de oferta e demanda, quando uma equação não inclui mais de uma variável presente na outra. Em tais casos a obtenção de estimativas consistentes dos parâmetros estruturais para as equações super-identificadas se dá por outros métodos como, por exemplo, o método dos mínimos quadrados de dois estágios[121].

Algumas formas alternativas de especificação podem facilitar a estimação de uma ou outra função. A formulação mais usual é a do sistema recursivo, como o do modelo da "Teia de Aranha".

$$Q_t = \alpha_1 + \alpha_2 P_{t-1} + u_{1t}$$

$$P_t = \beta_1 + \beta_2 Q_t + \beta_3 Y_t + u_{2t}$$

Nesse caso a função de oferta envolve uma variável (Q_t) que depende de P_{t-1} e u_{1t}. Na segunda equação, portanto, Q_t é a variável pré-determinada. Se, adicionalmente, admitir-se que os erros u_{1t} e u_{2t} são independentes, as duas equações poderão ser estimadas separadamente, sendo as estimativas idênticas às de máxima verossimilhança[122]. Porém, a independência entre os erros u_{1t} e u_{2t} pode ser uma pressuposição muito restritiva. Se tal pressuposição for retirada, o método de mínimos quadrados dará estimativas consistentes, mas não eficientes assintoticamente, dos parâmetros da oferta. A função de demanda seria estimada consistentemente, por exemplo, pelo método de mínimos quadrados indireto[123].

Referindo-se, pois, a estimativas isoladas de funções de oferta e demanda, pode-se dizer que (a) estimativas uniequacionais de função de oferta podem ser obtidas com base no modelo recursivo; (b) quanto à função de demanda, particularmente no caso de produtos agrícolas, estimativas uniequacionais podem se justificar, por exemplo, em termos das variâncias relativas dos termos estocásticos. Deve-se a H. Schultz o argumento de que para produtos agrícolas, a variância estocástica da demanda é provavelmente menor do que a da oferta (especialmente devido à influência climática)[124].

[120] Processo conhecido como método dos mínimos quadrados indiretos.

[121] Ver KMENTA, pp. 559-565.

[122] Ver THEIL, pp. 460-462.

[123] Ver KMENTA, pp. 585-586.

[124] Ver INTRILIGATOR, p. 218.

O que parece predominar na literatura, entretanto, é uma relativa despreocupação com o problema da simultaneidade na estimação de funções de oferta e demanda[125]. Aparentemente a explicação para tal estaria no fato de que a questão de agregação tem sido na maioria dos estudos ignorada, prevalecendo a interpretação de que as funções estimadas seriam válidas para o consumidor ou produtor "representativo". Tendo-se em conta que a teoria do consumidor individual toma os preços dos bens como dados (oferta perfeitamente elástica) e que a teoria da produção considera também os preços como dados (demanda perfeitamente elástica), fica fácil perceber a inexistência de simultaneidade a nível individual. Ao ignorarem a questão da agregação, muitos estudos empíricos têm transferido essa independência para o nível de mercado.

Referências

HENDERSON, J.M.; R.E. QUANDT, 1971. **Microeconomic Theory: A Mathematical Approach,** McGraw-Hill Inc., New York.

INTRILIGATOR, M.D., 1978. **Econometric Models, Techniques and Applications,** Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

KMENTA, J., 1971. **Elements of Econometrics.** The Macmillan Company, New York.

NERLOVE, M. 1958. "Estimates of the Elasticities of Supply of Selected Agricultural Commodities". **Journal of Farm Economics**, 38:496-509.

NERLOVE, M. ; K.L. BACHMAN, 1960. "The Analysis of Changes in Agricultural Supply: Problems and Approaches". **Journal of Farm Economics,** 42(3):531-552.

PASTORE, A., 1973. **A Resposta da Produção Agrícola aos Preços no Brasil,** APEC, SP.

THEIL, H., 1971. **Principles of Econometrics,** John Wiley & Sons, Inc., New York.

Exercícios

7.1. Para a função de produção dada em (7.3), obter:
(a) CVMe e CMa e oferta de curto prazo;
(b) CMa e oferta de longo prazo;
utilizando os seguintes dados:
$a = 1, r_1 = 5, r_2 = 11, b_1 = 0{,}25$ e $b_2 = 0{,}55$. No curto prazo considerar $X_2 = 81$.

[125] Ver NERLOVE & BACHMAN e NERLOVE para discussão acerca de uma diversidade de aspectos relacionados à análise da oferta. Observar também que a questão da simultaneidade não merece atenção especial de nenhum deles.

7.2. PASTORE (1973) estimou a seguinte função de oferta de algodão no Brasil, com base no modelo de ajustamento parcial:

$$Q_t = 81,94 + \underset{(2,561)}{1105,15}\, P_{t-1} + \underset{(5,476)}{0,694}\, Q_{t-1} + \underset{(3,440)}{311,05}\, t$$

com $R^2 = 0,91$ e $n = 31$, onde Q_t = área plantada, P_t = preço no ano t e t = tendência. Interprete os coeficientes da regressão apresentada, indicando os efeitos de variação de preço no curto e no longo prazo.

7.3. Idem para a seguinte regressão estimada por PASTORE (1973) para mandioca no Brasil:

$$Q_t = -172,27 + \underset{(2,82)}{4504,45}\, P_{t-1} + \underset{(6,33)}{1,066}\, q_{t-1} - \underset{(-1,15)}{0,212}\, q_{t-1} + \underset{(2,7)}{84,17}\, t$$

$R^2 = 0,99$, $n = 30$

7.4. As seguintes elasticidades de curto prazo e coeficientes de ajustamento foram estimadas por PASTORE (1973) para o Brasil como um todo e para o Estado de São Paulo em particular:

Produto	Brasil		São Paulo	
	Elasticidades	Coeficientes	Elasticidades	Coeficientes
algodão	0,19	0,31	0,83	0,61
amendoim	0,72	0,46	0,47	0,46
arroz	0,30	0,26	0,55	0,40
mandioca	0,11	0,11	0,26	0,55

Comente as diferenças entre as elasticidades e coeficientes de ajustamento entre produtos e entre níveis de agregação regional. É válido concluir que no longo prazo o cultivo desses produtos tenderia a se concentrar proporcionalmente no Estado de São Paulo?

RESPOSTAS AOS EXERCÍCIOS

CAPÍTULO 1

1.1. (a) Economias de escala no transporte e armazenamento estimulam a formação de lotes maiores de produto; (b) na falta de padronização e classificação adequadas, não pode existir um mercado de títulos e, logo, todas as transações tendem a ser acompanhadas da movimentação física do produto no sentido dos grandes intermediários que financiam o armazenamento; (c) a concentração de grandes comerciantes em pequena área é forma eficiente de se obter informações de mercado, principalmente para produtos não-padronizados e não-classificados.

1.3. Sim. Ver modelo de BILAS discutido no texto.

1.4. $\varepsilon_{af} = 0,435$.

1.5. $\varepsilon_{va} = 0,51;$ $\varepsilon_{va} = 0,523$

1.6. $\mu_v = 1 + 1/n_v$, $\mu_f = 1 + 1/n_f$, $\mu_M = \mu_v - \mu_f$

CAPÍTULO 2

2.1.Errado. Depende da elasticidade de substituição ser menor, igual ou maior do que um. Somente no primeiro caso a afirmação é verdadeira.

2.2.Deslocando-se para a direita a oferta de matéria prima (e de *x*), o novo equilíbrio significará maior volume comercializado. Se $e_b > 0$, então P_b terá aumentado e, logo, o custo médio de comercialização.

2.4.O tabelamento da margem pode ser entendido como fixação de um preço máximo no mercado *b* ($P^T{}_b$) Com isso limita-se a disponibilidade de *b* a um montante inferior ao que equilibraria o mercado de *x*. Dois possíveis resultados podem ser admitidos. Se, por um lado, o controle se ativer ao mercado de *b*, ficando P_x liberado, então as duas curvas derivadas, D_a e S_x, passarão a ser representadas por retas verticais com abcissa igual ao novo montante máximo de *b*. Logo P_a e *x* caem, enquanto P_x aumenta. Ou seja, o custo (P_b) foi reduzido, mas a margem aumentou. Se, alternativamente, a política for controlar o mercado de *x* , fixando-se um valor máximo que pode ser adicionado a P_a para estabelecer P_x , então tudo se passa como se P_x fosse tabelado a um nível tal que $P^T{}_x = P_a + P^T{}_b$. Logo será menor a quantidade disponível de *b* e consequentemente de *x*. A diferença é que agora a margem também cai, juntamente com P_b. Neste caso, porém, haverá um excesso de demanda ao varejo, posto que P_x sofreu uma redução.

2.5.Errado. Ver texto a respeito de valores de elasticidades de transmissão de preços.

2.6. Ver texto sobre políticas de comercialização.

2.9. $K_1 = 0{,}95; K_2 = 1{,}1$ e $K_3 = 1$. De sua receita total, a firma retém 5% como lucro monopolista. Os restantes 95% são distribuídos de tal forma que $K_B = 0{,}95 - 1{,}1\ K_A$. Se $K_A = K_B$, tem-se $K_A = K_B = 0{,}452$. Nesse caso, o lucro global da firma seria 9,52%, sendo 5% devido ao poder monopolista e $(K_2 – 1)K_A = 0{,}0252$ ou 4,52% devido ao poder monopsonista na compra de *a.*

2.10. Níveis diferentes de tabelamento podem ser considerados. Casos como o da figura 2.10, em que P^T_x é maior do que a ordenada do ponto *A* (em que $S_x = D_x$) resultam em efeitos benéficos aos consumidores e produtores. Preços tabelados inferiores aa essa ordenada resultariam seriam antieconômicos para a firma, que deixaria de produzir o produto em questão.

2.11. Preços mínimos inferiores à ordenada de *B* (em que $S_a = D_a$), como na figura 2.12; tendem a aumentar os preços ao produtor e a produção sem afetar os preços aos consumidores. Acima desse nível, o preço mínimo inviabiliza a comercilaizaçào do produto final.

CAPÍTULO 3

3.1.(c). $\lambda = -1 \rightarrow X^* = 5; P_x = 25; P_a = 10; P_b = 10$

$\lambda = 0, N = 1 \rightarrow X^* = 2{,}5; P_x = 27{,}5; P_a = 10; P_b = 7{,}5$

$\lambda = 0, N = 2 \rightarrow X^* = 10/3; P_x = 80/3; P_a = 35/3; P_b = 25/3$

$\lambda = N\text{-}1 \rightarrow X^* = 2{,}5; P_x = 27{,}5; P_a = 10; P_b = 7{,}5$

3.2.

Valores de S_a

	$N = 4$	$N = 10$	$N \rightarrow \infty$
$\lambda = -1$	0,5	0,5	0,5
$\lambda = 0$	0,605	0,537	0,5

Valores de $E_{PxPa,N}$

	$N = 4$	$N = 10$	$N\rightarrow\infty$
$\lambda = -1$	$0,75$	$0,75$	$0,75$
$\lambda = 0$	$0,8025$	$0,768$	$0,75$

Valores de $E_{PxPa,W}$

	$N = 4$	$N = 10$	$N\rightarrow\infty$
$\lambda = -1$	$0,364$	$0,364$	$0,364$
$\lambda = 0$	$0,467$	$0,398$	$0,364$

3.3. (a) $CMa = 4y,$ $CMe = 1000/y + 2y,$ $y_m = 22,36$
(b) $C = [\ 1000 + 2\ y_1^2] + [1000 + 2y_2^2]$ e $y_1 + y_2 = y$
(c) $dC/dy_1 /_y = 8y_1 - 4y = 0 \Rightarrow y_1 = y_2 = (1/2)\ y \Rightarrow C = 2000 + y^2$
(d) $C = 3000 + 2\ [y_1^2 + y_2^2 + 2(y - y_1 - y_2)^2]$
(e) $dC/dy_1 /_y = 8y_1 + 4y_2 - 4y = 0$
$dC/dy_2 /_y = 8y_2 + 4\ y_1 - 4y = 0$
$\Rightarrow y_1 = y_2 = y_3 = (1/3)\ y \Rightarrow C = 3000 + (2/3)\ y^2$

3.4.(a) Como $k = 0,2$, os intervalos de produção sustentável são dados pelos seguintes múltiplos de y_m : $1 - 1,2;$ $2 - 2,4;$ $3 - 3,6;$ $4 - 4,8;$ 5 em diante.
(b) Para $y_1 = 20\ y_m : 16,67y_m < m < 20y_m$ e $P = CMe = 89,815$.
Para $y_1 = 4,5\ y_m$: $3,75y_m < m < 4,5\ y_m$ e $P = CMe = 89,815$.

CAPÍTULO 4

4.1. Referir-se à Figura 4.4.

4.2. Nesse caso, para a região X, tem-se somente a curva de demanda; assim ES_x será apenas a imagem projetada de D_x.

4.3. A oferta na região X será perfeitamente inelástica. Logo, nessa região, o emprego não diminui; a renda cairá em função da queda de preço. Na região Y, o preço e a renda aumentarão.

4.4. (a) $P_x = 22,$ $q_x = 6;$ $P_y = 14,$ $q_y = 12$
(b) Tem-se $Q^s = q_x^s + q_y^s = P$ e $Q^d = q_x^d + q_y^d = 30 - 2/3\ P,$
logo $P^* = 18$ e $Q^* = 18,$ com

$q_x^s = 4$ e $q_x^d = 7,33$
$q_y^s = 14$ e $q_y^d = 10,66$
Portanto, a quantidade comercializada é 3,33.

(c) Inicialmente expressa-se todas as funções em termos de P_x. Logo, aquelas referentes à região X não se alteram, enquanto aquelas referentes à região Y passam a ser
$q_y^s = 2 + ½ P_x$ e $q_y^d = 56/3 - 1/3 P_x$
uma vez que, para novo equilíbrio, $P_x = P_y + 6$. Então: $P_x = 21$ e $P_y = 15$ e $q_x^s = 5,5$, $q_x^d = 6,33$, $q_y^s = 12,5$ e $q_y^d = 11,66$.
A quantidade comercializada será 0,83.

4.6. (a) $x_{11} = x_{21} = 0,$ $x_{22} = x_{31} = 40$, $x_{32} = 30,$ $x_{12} = 20.$

(b) Uma solução é: $x_{21} = x_{13} = 0, x_{11} = 30,$ $x_{12} = 10,$ $x_{22} = 60,$ $x_{23} = 20.$
Isto significa que a região de produção 2 ficará com um excedente de 20, que não será distribuído. Outra solução é: $x_{11} = x_{13} = 0, x_{21} = x_{22} = 30$ e $x_{23} = 20.$

(c) $x_{11} = x_{13} = x_{22} = x_{31} = x_{32} = 0,$ $x_{12} = 60,$ $x_{23} = 30,$ $x_{21} = 40$ e $x_{33} = 20.$
A solução é obtida atribuindo-se um fluxo nulo a x_{13} ou x_{22} nas rotas escolhidas. Os resultados indicam que a região de consumo 3 permanecerá com um excesso de demanda de 20.

4.7. (a) $x_{11} = x_{23} = 0,$ $x_{21} = x_{12} = 20,$ $x_{13} = 30,$ $x_{22} = 50.$

(b) Idem.

(c) O padrão de distribuição não se altera. Na verdade, pode-se demonstrar que a adição de uma constante a qualquer linha ou coluna de matriz de custos não altera a solução ótima do problema.

4.8. Afirmação correta, pois no limite a diferença de custos de transferência iguala-se à diferença de preços de mercado, não importando os valores absolutos desses preços.

4.9. O preço de qualquer produto depende das forças de demanda e de oferta. Por exemplo, se a demanda aumentar, o preço provavelmente aumentará, induzindo a utilização de terras mais distantes e de pior qualidade, inclusive terras antes utilizadas para outros fins. Notar que “pior” é um conceito relativo e que a demanda do produto é que viabilizará ou não o uso de certo tipo de terra.

4.10. Afirmação correta. À medida que o preço aumenta, desloca-se ao longo de curvas de custos marginais de produção de diferentes locais, incorporando os custos de transferência.

4.11. (a) Se os preços de mercado forem iguais e a função de custo de transferência for a mesma para os dois mercados. Ou seja, se $CT = \phi(d)$, então no limite,

$P_{LA} = P_{LB}$ ou $P_A - \phi(d_A) = P_B - \phi(d_B)$

Se $P_A = P_B$ então $\phi(d_A) = \phi(d_B)$ e $d_A = d_B$

(b) Se $P_A - P_B = \theta$ (constante) e ϕ for linear, tem-se no limite:

$P_{LA} = P_{LB}$ e $\phi(d_A) - \phi(d_B) = \theta$

Sejam $\phi(d_A) = a + b\, d_A$ e $\phi(d_B)= a + b\, d_B \Rightarrow \phi(d_A) - \phi(d_B) = b.\, k = \theta$
$e \quad k = \theta/b.$

4.12. Terra A: produto 2 até 13,3 km e produto 1 de 13,3 até 53,3 km
Terra B: produto 1 até 56,25 km
Terra C: produto 2 até 22,55 km e produto 1 até 52 km.

4.13. As duas primeiras afirmações são corretas: a renda local é maior em fazendas mais bem localizadas; assim, dada a taxa de desconto, maior será o preço das mesmas. A terceira é falsa se considerarmos que as terras que proporcionam maior renda serão mais valorizadas (preço maior) e vice-versa. Teoricamente esperar-se-ia certa proporcionalidade entre preço e renda da terra, ou seja, a taxa de retorno não diferiria em função da localização.

CAPÍTULO 5

5.1. (a) $x_{13} = 5; x_{14} = 35; x_{21} = 35; x_{22} = 15; x_{24} = 10; x_{11} = x_{12} = x_{23} = 0$ ou $x_{14} = 40; x_{21} = 35; x_{22} = 15; x_{23} = x_{24} = 5\ ; x_{11} = x_{12} = x_{13} = 0.$

(b) Em relação à região A, a matéria-prima custa \$3 a mais na região B, \$1 a menos na região 1 e \$2 a menos na região 2. A forma concentrada custa \$1 a menos que a matéria-prima em A; em B a forma concentrada custa \$2 a mais que em A.

(c) Instalar processadoras com capacidade de 35 na região 1 e de 25 na região 2 ou de 40 na região 1 e 20 na região 2.

5.2. O leite deverá custar mais de \$ 990/Kg para que seja produzido.

5.3.

Mês (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P (t)	50	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78
D (t)	25	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11

S (t)	176	155	135	116	98	81	65	50	36	23	11	-

5.4.

Mês (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P (t)	211	219	221	223	225	227	229	231	233	235	237	239
D (t)	29	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1
S (t)	121	100	81	64	49	36	25	16	9	4	1	-

CAPÍTULO 6

6.1. Obter as condições de 1ª ordem para maximização condicionada de $U(X_1, X_2)$ sujeito a $X_1P_1 + X_2P_2 = Y$. Resolver o sistema para X_1 e X_2.

6.2. Derivar $U(X_1, X_2)$ em relação a X_1, por exemplo, para obter a utilidade marginal de X_1. Tornar a derivar em relação a X_1. Como $U_{1X1X1} = 0$, $U_{2X1X1} = -1/X_1^2$ e $U_{3X1X1} = 2X_2^2$, tem-se que a utilidade marginal é constante no 1º caso, decrescente no 2º e crescente no 3º.

6.3. Tomar a expressão (6.16) e verificar que $\eta_{12} < 0$ implica $\eta_{1y} - \eta_{2y} > \eta_{21}/w_1$, ou seja, a elasticidade-renda do bem 1 deve ser maior que a do bem 2 por um múltiplo ($1/w_1$) de η_{21}:

6.4. Determinar, por exemplo, a TMS entre os bens 1 e 2 do grupo *i*

$$TMS_{i1,i2} = dq_1^i / dq_2^i = - U_{i2} / U_{i1} = - F'U_2^i / F'U_1^i = - U_2^i / U_1^i$$

onde F' é a derivada de U em relação a U^i, U_{i2} e U_{i1} são derivadas de U em relação aos bens 2 e 1 do grupo *i*, e U_2^i e U_1^i são derivadas de U^i em relação aos bens 2 e 1. Notar que U e F' são funções das quantidades de todos os bens; porém, U^i é função apenas das quantidades dos bens do grupo *i*. Logo, a derivada de $TMS_{i1,i2}$ em relação à quantidade de um bem não pertencente ao grupo *i* será zero.

6.5. Por exemplo, escrever $U = (x_1^{\beta 1} x_2^{\beta 2})(x_3^{\beta 3} x_4^{\beta 4})$, formando 2 grupos $\{x_1, x_2\}$ e $\{x_3, x_4\}$. Verificar que:

$TMS_{12} = - (\beta_2 x_1) / (\beta_1 x_2)$. Logo:

$dTMS_{12} / dx_3 = dTMS_{12} / dx_4 = 0$

Além disso, verifica-se, para cada grupo, que mantida a proporção consumida de bens (x_1 / x_2, por exemplo) a *TMS* permanece constante, ou seja, *TMS* não se altera para variações proporcionais nas quantidades consumidas dos bens de um mesmo grupo.

6.6. (a) Maximizando-se U sujeito a $\Sigma x_i p_i - Y = 0$, obtém-se:

$$x_i = (\beta_i / \Sigma\beta_j)(Y / p_i)$$

(b) Maximizando-se $U = (x^1)^{\beta 1+\beta 2} (x^2)^{\beta 3+\beta 4}$ sujeito a $x^1 p^1 + x^2 p^2 - Y = 0,$ obtém-se:

$$x^1 = [(\beta_1+\beta_2) / \Sigma\beta_j] [Y / p^1] \quad \text{e} \quad Y^1 = [(\beta_1+\beta_2) / \Sigma\beta_j] Y$$

$$x^2 = [(\beta_3+\beta_4) / \Sigma\beta_j] [Y / p^2] \quad \text{e} \quad Y^2 = [(\beta_3+\beta_4) / \Sigma\beta_j] Y$$

(c) Maximizando-se U^1 sujeito a $x_1 p_1 + x_2 p_2 - Y^1 = 0$ e U^2 sujeito a $x_3 p_3 + x_4 p_4 - Y^2 = 0$, obtém-se:

$$x_1 = [\beta_1/(\beta_1+\beta_2)][Y^1 / p_1],\ x_2 = [\beta_2/(\beta_1+\beta_2)][Y^1 / p_2],\ x_3 = [\beta_3/(\beta_3+\beta_4)][Y^2 / p_3]$$

$$x_4 = [\beta_4/(\beta_3+\beta_4)][Y^2 / p_4]$$

(d) Examinando-se, por exemplo, a demanda de x_1 em (c), tem-se:

$$x_1 = [\beta_1/(\beta_1+\beta_2)][Y^1 / P_1]$$

Usando-se o valor de Y^1 determinando em (b), tem-se

$$x_1 = [\beta_1/(\beta_1+\beta_2)]\ [(\beta_1+\beta_2) / \Sigma\beta_j]\ [Y / P_1] = [\beta_1 / \Sigma\beta_j]\ [Y / P_1]$$

que corresponde ao resultado em (a).

6.7. Sabe-se do exercício anterior que $x_i = (\beta_i / \Sigma\beta_j)\ (Y / P_1)$. Assim, em comparação a (6.27) tem-se $b_i = \beta_i / \Sigma\beta_j$ e $a_{ij} = 0\ (i, j = 1, 2, ..., n)$. Em particular, como $a_{ii} = 0$, $s_i = 0$ e, logo, a função em questão é um caso particular de (6.30) com $s_k = 0$.

6.8. Derivando-se (6.26') membro a membro em relação a p_i, obtém-se:

$$x_i + p_i\ \partial x_i / \partial p_i = s_i\ (1 - b_i)$$

Logo,

$$\eta_{ii} = (\partial x_i / \partial p_i)(p_i / x_i) = -1 + (s_i / x_i)(1 - b_i)$$

Derivando-se (6.26) em relação a P_j e transformando-se em elasticidade, obtém-se a expressão para η_{ij}. Derivando-se em relação a Y e transformando-se em elasticidade, obtém-se η_{iy}.

6.9. (a) Forma estrutural:

$ln\ C_t^* = A + B\ ln\ P_t + D\ ln\ Y_t$

$ln\ C_t - ln\ C_{t-1} = \delta\ (ln\ C_t^* - ln\ C_{t-1})$

Forma reduzida:

$ln\ C_t = A\delta + B\delta\ ln\ P_t + D\delta\ ln\ Y_t + (1 - \delta)\ ln\ C_{t-1}$

(b) $\eta_p^c = 0{,}429$ $\quad\quad$ $\eta_y^c = 0{,}421$

$\eta_p^L = 0{,}682$ $\quad\quad$ $\eta_y^L = 0{,}669$

(c) t = 3,02 períodos.

6.10. Há uma dificuldade de interpretação dos coeficientes, pois as variáveis independentes incluem quantidade do tomate e preços dos demais bens. De qualquer forma, os bens são substitutos, uma vez que mantida constante a quantidade de tomate, aumentos nos demais preços aumentariam o preço do tomate.

6.11. (a) Saturação para $Y = b/c$
Como $d\ log\ Q/dY = (1/Q)(dQ/dY) = (b/Y^2) - (c/Y)$, então

$dQ/dY = [(b/Y^2) - (c/Y)]\ Q$

Logo, $dQ/dY = 0$ se $Y = b/c$

e $d^2Q/dY^2 = dQ/dY\ [(b/Y^2) - (c/Y)] + [(-2b/Y^3) + (c/Y^2)]\ Q < 0$ se $Y = b/c$

(b) $lim_{Y\to\infty}\ \eta_y = -c$

6.12. (a) $dQ/dY = bQ/Y^2$

$d^2Q/dY^2 = Q\ [(-\ 2b/Y^3) + (b^2/Y^4)] = 0$ se $Y = b/2$

(b) $lim_{\ Y\to\infty}\ dQ/dY = 0$ $\quad\quad\quad$ $lim_{\ Y\to\infty}\ Q = 10^a$

6.13. Notar que o consumo no ano $t\ (Q_t)$ é o produto do consumo *per capita* (q_t) pela população (P_t). Por outro lado, a taxa de crescimento de q será:

$r_q = dq/q = (1/q)\ (dq/dY)\ dY = (dq/dY)\ (Y/q)\ (dY/Y) = \eta_Y\ r_Y$

Logo, $q_t = q_0\ (1 + \eta_Y\ r_Y)^t$

Como $Q_t = q_t\ P_t$, tem-se

$Q_t = q_0\ (1 + \eta_Y\ r_Y)^t\ P_0\ (1 + r_p)^t = Q_0\ (1 + \eta_Y\ r_Y)^t\ (1 + r_p)^t$

Para as cifras do problema, tem-se:

$Q_t\ /Q_0 = [(1 + 0,5 * 0,06)\ (1 + 0,02)]^{10} = 1,638$

CAPÍTULO 7

7.1. (a) $CVMe = 3,2 * 10^{-4}\ q^3$

$CMa = 12,7 * 10^{-3}\ q^3$

$q = 9,24 * p^{1/3}$

(b) $CMa = 20\ q^{1/4}$

$q = 6,25 * 10^{-6}\ p^4$

7.2. $\theta = 0,306$
efeito-preço, curto prazo: $a_1\ \theta = 1105,15$
efeito-preço, longo prazo: $a_1 = 3611,60$

7.3. θ ou $\beta = 0,199$
β ou $\theta = 0,735$
efeito-preço, curto prazo: $a_1\ \theta\beta = 4.504,45$
efeito-preço, longo prazo: $a_1 = 30.796,50$

7.4. A resposta é correta apenas para os casos de algodão e arroz, cujas elasticidades de longo prazo são maiores no Estado de São Paulo. Assim mesmo, é preciso lembrar que a limitação geográfica do Estado tenderá a impor limites à expansão da área cultivada e poderá inverter a tendência observada à época em que as estimativas foram realizadas.