



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos
PSI – EPUSP

PSI 3031 - LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELÉTRICA (2019)
EXPERIÊNCIA 9 – Análise de Fourier de Sinais Periódicos

L.Q.O. ; D.C.;V.H.N.
Leopoldo Yoshioka; Elisabete Galeazzo

No. USP	Nome	Nota	Bancada

Data:	Turmas:	Profs:
--------------	----------------	---------------

GUIA E ROTEIRO EXPERIMENTAL

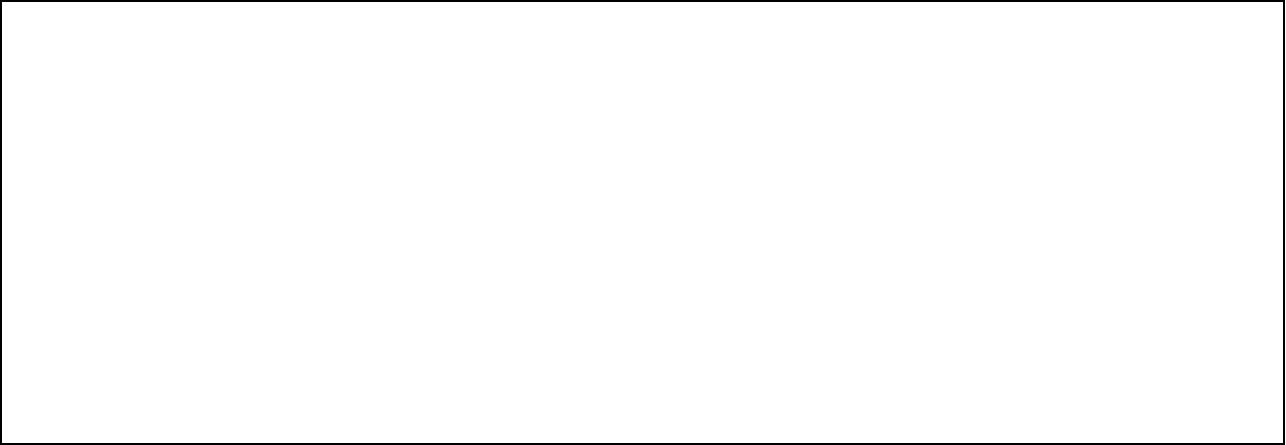
OBJETIVOS GERAIS:

- Realizar análise de Fourier de sinais periódicos pela *Transformada Discreta de Fourier* (TDF) e interpretação dos resultados.
- Determinar o *espectro* de um sinal periódico, ou seja, o conjunto dos coeficientes de Fourier de sua série.
- Usar um osciloscópio digital para a aquisição do sinal periódico, e um computador para capturar e processar os dados mostrados na tela do osciloscópio.
- Calcular os coeficientes da série de Fourier através da transformada discreta de Fourier (ver [1] para mais detalhes).

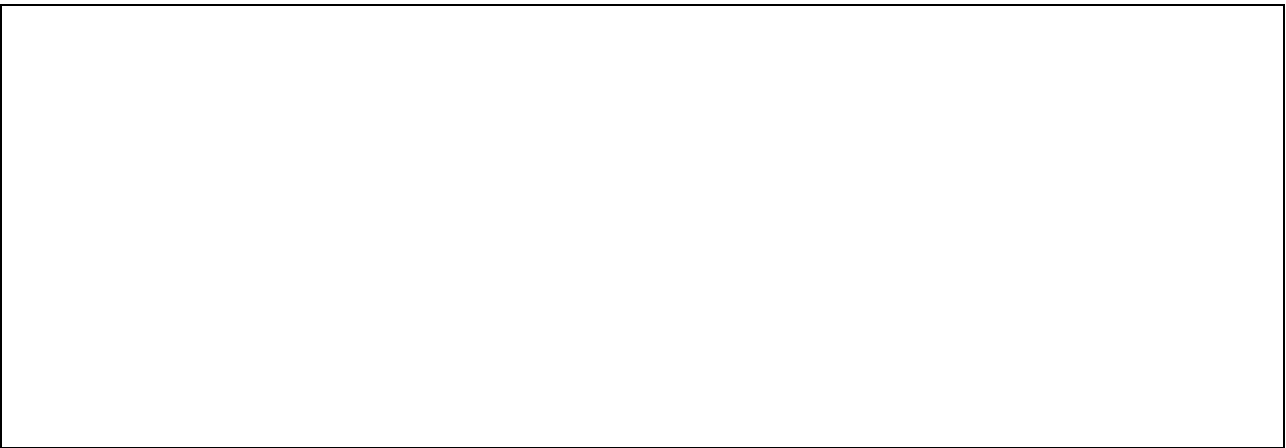
LISTA DE MATERIAL

- 1 computador com o programa LabVIEW instalado e placa GPIB.
- 1 osciloscópio digital DSO-X2002A.
- 1 gerador de funções **Agilent 33500B**, com interface GPIB.
- 1 resistor de 1,2 k Ω e 1 capacitor de 220 nF

Esboce o sinal sintetizado e indique o período e a amplitude pico a pico do sinal esboçado.



b) Faça uma análise do sinal sintetizado, discutindo-se aspectos como o efeito da quantidade de harmônicos utilizados e a escolha das fases, entre outros.



2 FAMILIARIZAÇÃO COM O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL

Objetivos específicos: aprender a utilizar um sistema de análise espectral virtual e obter o espectro de sinais periódicos pela transformada discreta de Fourier.

2.1 INFORMAÇÕES SOBRE O SISTEMA DE ANÁLISE ESPECTRAL UTILIZADO NO LABORATÓRIO

O sistema de análise espectral utilizado nesta experiência efetua aquisição e processamento dos sinais. Ele utiliza os seguintes instrumentos reais e software:

- Osciloscópio digital, com capacidade de condicionar os sinais, amostrá-los e enviar as amostras a um computador;

- Computador PC, com *interface* para comunicação com os demais instrumentos;
- Gerador de funções com interface para comunicação com o computador;
- Software desenvolvido em LabVIEW [4] denominado “*Análise Espectral.vi*”, que desempenhará a função de um *Analizador de Espectros* virtual. Este software está situado na pasta *vis_laboratorio*. A Figura 1 ilustra o painel frontal deste VI.

O “*Analizador de Espectros Virtual*”¹ efetua:

- O **controle** do gerador de funções real, por meio do comando “**GERADOR DE FUNÇÕES**” (via GPIB);
- A **aquisição** de amostras do sinal visualizado na tela do osciloscópio (pela porta USB);
- A **seleção** de subconjuntos das amostras adquiridas, por meio de cursores situados na janela “**Sinal Amostrado**”;
- O **cálculo** do espectro de Fourier destas amostras selecionadas, através do comando “**ANÁLISE DE FOURIER**”.

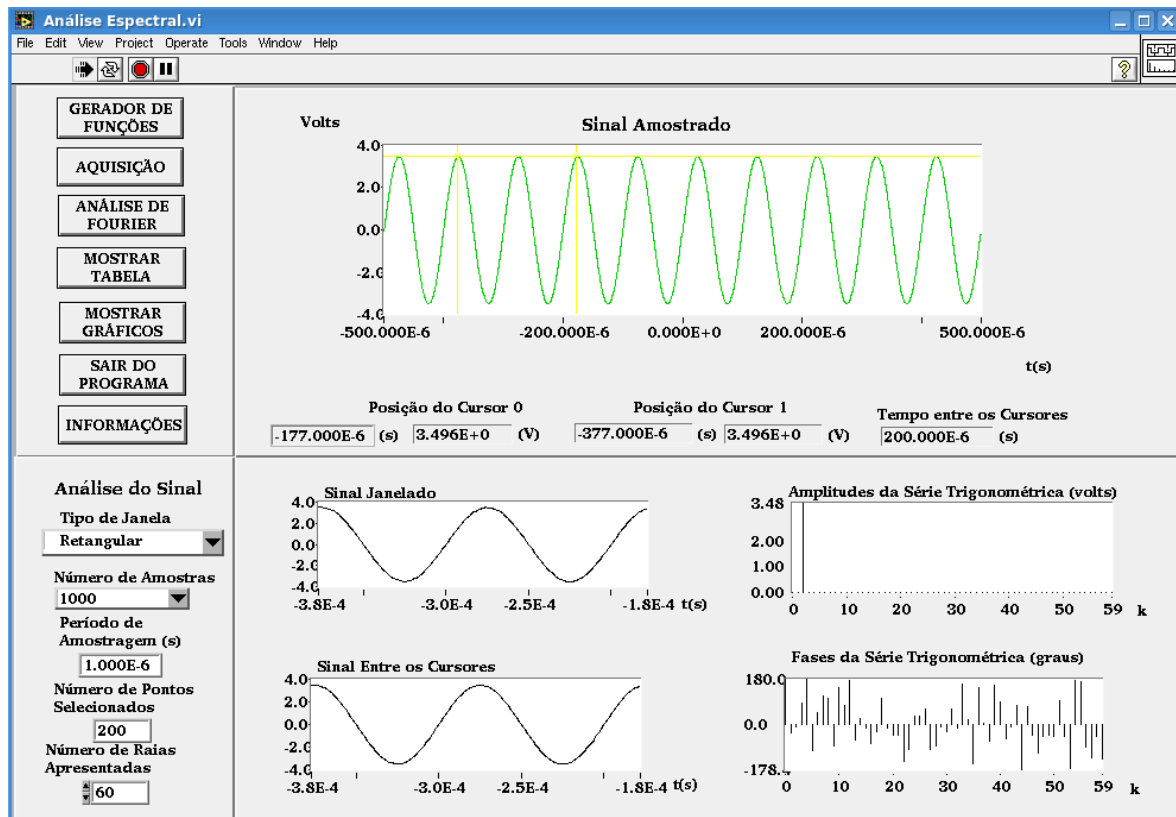


Figura 1 - Painel frontal do Analizador de Espectros Virtual.

¹ Desenvolvido pelos estagiários Filipe Medeiros Braga, Harm D.P. Jorge, Luiz Henrique S. Rosa e Rogério T. Fujimoto, sob orientação da Prof^a. Denise Consonni.

Os comandos do programa e suas funções são descritos com mais detalhes a seguir:

- **GERADOR DE FUNÇÕES**: permite configurar e comandar o gerador de funções remotamente.
- **AQUISIÇÃO**: permite que amostras (ou pontos) do sinal do osciloscópio sejam capturadas.

Note que:

- i) **Número de Amostras**: indica o número de amostras do sinal a serem capturadas do osciloscópio, e este valor deve ser informado pelo usuário antes da aquisição;
- ii) **Período de Amostragem [s]**: informa ao usuário um valor calculado (não é possível alterá-lo). É a relação entre o intervalo de tempo total visualizado na tela do osciloscópio pelo número de amostras capturadas.
- iii) O sinal capturado do osciloscópio será visualizado na janela “**Sinal Amostrado**” no painel superior do software.

- **ANÁLISE DE FOURIER**: esta função processa os dados situados **entre os cursores da janela** definida pelo usuário, calculando o espectro do sinal através da Transformada Discreta de Fourier (TDF).

Observe que:

- i) **Tipo de Janela**
Retangular ▼: o usuário deve escolher o tipo de janela **antes** da análise. Nesta experiência só utilizaremos a janela **Retangular**;

- iii) **Número de Pontos Selecionados**: o software indica o número de pontos (ou amostras) contidos ou selecionados entre os cursores e utilizados para calcular a TDF.

- iv) Na apresentação dos resultados, os elementos da TDF são convertidos para os fasores da série trigonométrica polar de Fourier (amplitudes e fases), por meio das relações (15) e (19) de [2].

- **Número de Raias Apresentadas**: esta função indica o número de raias espectrais da TDF apresentadas nos gráficos e tabelas. O usuário deve escolher este valor antes de efetuar a análise espectral.

- **MOSTRAR TABELA**: permite obter os valores numéricos que resultaram da aplicação da TDF.

- **MOSTRAR GRÁFICOS**: permite visualizar os gráficos gerados com maior resolução.

2.2 ANÁLISE ESPECTRAL DE SINAIS PERIÓDICOS

Vamos efetuar a análise espectral de alguns sinais com o sistema apresentado, seguindo-se as instruções a seguir.

2.2.1 ANÁLISE DE SINAIS SENOIDAIS:

a) Ajuste manualmente o gerador de funções* (gerador real) para fornecer um sinal senoidal de **10 kHz**, amplitude **7 Vpp**, no modo High Z.

Nota: Se o gerador estiver no modo “**rmt**”, tecle “**local**” no painel frontal do equipamento para ele voltar à condição padrão.

b) No osciloscópio, visualize 10 períodos do sinal senoidal fazendo as conexões necessárias e meça os seguintes parâmetros: frequência do sinal, a amplitude (pico a pico) e o valor eficaz. Indique as grandezas na Tabela 2.

Tabela 2:

Frequência (Hz)	V _{pp} (V)	V _{ef} (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

c) Com o software *Análise Espectral.vi*, capture este sinal com **200** amostras.

Nota: Como a leitura dos sinais é feita através da conexão USB, não é necessário efetuar nenhuma ligação a mais entre o osciloscópio e o computador.

d) Em seguida, confira no software se os parâmetros **Tipo de Janela** e **Número de Raias Espectrais Apresentadas** estão selecionados como *Retangular* e *60*, respectivamente.

e) Efetue a análise de Fourier do sinal, selecionando-se exatamente **1** período do sinal. Para isso siga as etapas descritas a seguir:

- . Posicione com cuidado os dois cursores² contidos na janela *Sinal Amostrado* para delimitar um período do sinal com a maior exatidão possível. Use a indicação “*Tempo entre os Cursores*” situada abaixo do gráfico para certificar-se sobre os intervalos delimitados.

² Nesse programa, os cursores são coloridos.

Dica: Para conseguir delimitar períodos inteiros do sinal com exatidão, coloque o cursor do mouse no gráfico e clique o seu botão da direita. Selecione *visible itens* → *graphic palette*. Uma janela surgirá no painel frontal para efetuar zoom no gráfico.

***Nota Adicional:**

ATENÇÃO: Caso não selecione um número inteiro de períodos do seu sinal, ocorrerá um efeito denominado “VAZAMENTO ESPECTRAL”. Como consequência, componentes espúrios de frequência alta serão observados no espectro, e que não corresponderão ao sinal original. Informações adicionais sobre este efeito estão descritas no arquivo anexo “**Erros da TDF**, no e-disciplinas. Vale a pena ler sobre este tipo de erro.

. Realize a **Análise de Fourier**, ativando o comando adequado.

Note que a *frequência fundamental da análise espectral*, f_d (ou *resolução espectral*) é calculada por (veja a equação 30 da Introdução Teórica):

$$(1) \quad f_d = 1/T_d,$$

em que T_d é a **duração da janela**, indicada sob o título “*Tempo entre os Cursores*”, no painel *Sinal Amostrado*.

A frequência da **k -ésima raia espectral** (f_k) é calculada por:

$$(2) \quad f_k = k f_d.$$

Os índices k das raias espectrais estão representados no eixo x dos gráficos “*Amplitude da série trigonométrica (volts)*” e “*Fases da série trigonométrica (graus)*”.

f) Esboce o espectro obtido e faça uma análise do resultado, com atenção às seguintes perguntas:

- . Qual raia espectral da TDF apresentou amplitude significativa?
- . Qual é a amplitude e a frequência associada a essa raia?
- . Qual é a relação desse resultado com o sinal original?

i) Compare os dois espectros obtidos e descreva quais foram as principais diferenças ao aumentar o número de períodos numa determinada janela para realizar a TDF.

j) Volte a selecionar um único período do sinal e refaça a análise de Fourier. Veja o efeito de deslocar a posição da janela para outras regiões do sinal amostrado, observando o que ocorre com os espectros de Amplitudes e de Fases ao efetuar a análise de Fourier. Comente.

k) Altere a frequência do sinal senoidal para **47,5 kHz** no gerador de funções. Ajuste a taxa de varredura do osciloscópio para **200 $\mu\text{s}/\text{div}$** e meça as grandezas indicadas na Tabela 4. Faça a aquisição do sinal com **1000 amostras**. Selecione uma janela de duração igual a **400 μs** e “*número de raias espectrais apresentadas*” igual a **200**. A seguir faça a análise espectral. Preencha a 1ª linha da Tabela 5 (a seguir) com as informações solicitadas.

l) Repita a aquisição do mesmo sinal agora com **100 amostras**, selecionando-se uma janela de igual duração (**400 μs**). Faça a análise espectral e compare os resultados com o obtido no espectro anterior. Indique os resultados na 2ª linha da Tabela 5.

ATENÇÃO: *Toda vez que o sinal a ser analisado contiver componentes espectrais com frequência superior a metade da frequência de amostragem ocorrerá o ERRO DE REBATIMENTO, dando origem a um falso componente de frequência baixa. Informações adicionais sobre este erro estão descritas no arquivo “**Erros da TDF**”.*

Tabela 4:

Frequência (Hz)	V_{pp} (V)	V_{ef} (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

Tabela 5: Dados da análise espectral do sinal senoidal, com janela de duração igual a $400 \mu s$:

n° de amostras selecionadas na aquisição	n° de pontos selecionados na janela (entre os cursores)	Resolução espectral f_d (Hz)	Índice do $k_{máx}$	$f_{kmáx}$ (Hz)	f_a (Hz)	Índice espectral (k) da raia com maior amplitude	Amplitude calculada pela TDF neste índice espectral	Amplitude teórica esperada no mesmo índice espectral	Frequência da raia com maior amplitude
1000									
100									

m) Faça uma análise dos espectros obtidos nos dois últimos itens, com atenção às seguintes perguntas:

- . Por que a resolução espectral é a mesma nos dois casos?
- . Os sinais visualizados na tela “Sinal Amostrado” correspondem ao sinal observado no osciloscópio nas duas condições?
- . No segundo caso, por que a frequência do sinal analisado pela TDF não corresponde à frequência do sinal do osciloscópio?

Qual é o tipo de erro que está sendo observado no 2º caso?

2.2.2 ANÁLISE DA ONDA QUADRADA:

a) Ajuste o gerador de funções para gerar uma onda quadrada, adotando-se a mesma amplitude pico a pico (A) do sinal utilizado **no item 1.a** e $f_0 = 5 \text{ kHz}$. Visualize o sinal no osciloscópio com taxa de varredura em **300 $\mu\text{s/div}$** . Indique na Tabela 6 os valores das grandezas obtidas no osciloscópio.

Tabela 6:

frequência (Hz)	V_{PP} (V)	V_{ef} (V)	Taxa de varredura do osciloscópio

b) Faça a aquisição do sinal com **1000 (mil)** amostras. Com os cursores, janel **nove** (9) períodos do sinal. Faça a análise de Fourier com o número de raias espectrais = **100**. Indique somente os harmônicos relevantes da sua análise na Tabela 7 (a seguir).

Imprima a tela da análise espectral e anexe-a ao seu relatório.

Tabela 7 - Dados da análise espectral da onda quadrada e dos harmônicos do item 1.a.

Dados extraídos da TDF				Dados do item 1.a		Erro relativo das amplitudes (%)
Nº de períodos na janela = _____	Índice espectral k	Frequência f_k	Amplitude A_k	Índice do harmônico h	Amplitude do A_h sintetizado	
Nº de pontos selecionados na janela = _____						
Resolução espectral f_d (Hz) = _____						
Frequência de amostragem = _____						

c) Complete a Tabela 7 com os harmônicos relevantes obtidos no item 1.a e o erro relativo.

d) Examine os resultados que obteve com a TDF e compare-os com os valores que você usou no item 1.a. Verifique especialmente se os harmônicos pares da sua TDF são ou não desprezíveis. Discuta também qual foi o efeito de janelar o sinal com 9 períodos na análise de Fourier. Procure explicar eventuais discrepâncias.

2.2.3 EFEITO DE REBATIMENTO:

a) Mantendo-se o mesmo sinal e a mesma taxa de varredura do osciloscópio do item anterior, faça uma nova aquisição com **100** amostras. Delimite **9 períodos** do sinal entre os cursores e efetue a análise de Fourier. Anote na Tabela 8 somente as frequências e as amplitudes das raias espectrais mais significativas do espectro obtido. Imprima a tela da Análise Espectral obtida.

Tabela 8:

	Índice espectral k	Frequência f_k	Amplitude calculada A_k
Nº de períodos na janela = _____			
Nº de pontos selecionados na janela = _____			
Resolução espectral f _d (Hz) = _____			
Frequência de amostragem f _a (Hz) = _____			

b) Compare os valores obtidos com os resultados esperados teoricamente (ou seja, sem o efeito de rebatimento).

Considere os seguintes aspectos na sua discussão:

- . A frequência de amostragem e o critério de Nyquist;
- . As frequências reais e espúrias do sinal observadas após realizar a análise de Fourier.
- . Identifique que harmônicos do sinal real estão relacionados com as frequências espúrias observadas na análise.

Frequências espúrias (f_e) são determinadas através da seguinte expressão:

$$f_e = |m f_a - f|, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

onde: $m = 1$ se $f_a/2 < f < 3f_a/2$; $m = 2$ se $3f_a/2 < f < 5f_a/2$

c) Indique no gráfico impresso, quais raias são correspondentes ao sinal sem rebatimento, e as demais, oriundas do rebatimento, a que frequências do sinal original estão relacionadas.

3 ANÁLISE DE FOURIER DA RESPOSTA DE UM CIRCUITO RC (PODERÁ SER CONSIDERADO EXERCÍCIO ADICIONAL, A CRITÉRIO DO PROFESSOR).

Objetivo específico: avaliar a resposta de um circuito passa-baixas por meio da análise espectral.

a) Monte o circuito indicado na Figura 2, usando $R = 1,2 \text{ k}\Omega$ e $C = 220 \text{ nF}$. Selecione no gerador de funções uma função “**sinc**”, com frequência de **100 Hz** e amplitude pico a pico de **5 V**. Observe vários períodos do sinal no osciloscópio e faça sua análise espectral do sinal de entrada (v_e) adquirindo-se **1000** amostras do sinal. Imprima o espectro obtido.

Dica: ajuste o nível de trigger para visualizar adequadamente o sinal na tela do osciloscópio.

	R	C
Valor nominal	1,2 kΩ	220 nF
Valor experimental		

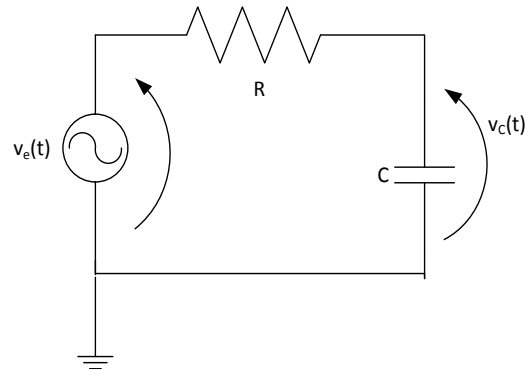


Figura 2: Circuito RC.

c) Faça a análise de Fourier da tensão de saída (sobre o capacitor) com o Analisador de Espectros*, e compare o resultado obtido com o espectro da tensão v_e (tensão de alimentação = função sinc). Discuta se o resultado obtido é o esperado e comente como a análise de Fourier pode ajudar na caracterização de um filtro passa-baixas (como por exemplo, determinar a frequência de corte do filtro).

Imprima o espectro de v_c para auxiliá-lo na análise dos resultados.

* O software *Análise_Espectral.vi* só adquire sinais do canal 1 do osciloscópio.



5 PROGRAMAS

Análise Espectral.vi e *Síntese de Fourier.vi*, baseados somente com instrumentos virtuais, a serem utilizados em qualquer micro.

BIBLIOGRAFIA

- [1] - ORSINI, L. Q., CONSONNI, D., *Curso de Circuitos Elétricos*, vol. 2, S. Paulo, ed. Blucher, 2004.
- [2] – NASCIMENTO, V.H., *Introdução à Análise de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.
- [3] – NASCIMENTO, V. H., *Exemplos com Séries de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.