



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

**Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos
PSI - EPUSP**

PSI 3031 - LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

INTRODUÇÃO TEÓRICA - EXPERIÊNCIA 3

Comportamento de Componentes Passivos

Versão 2019

Prof. Leopoldo Yoshioka / Profa. Elisabete Galeazzo

Rev. Prof. Seabra

1. OBJETIVO

Compreender o comportamento de componentes passivos: capacitor e indutor. Em especial, avaliar como varia reatância capacitiva e indutiva em função da frequência.

2. Introdução

Nesta experiência teremos como foco o estudo de bipolos elétricos passivos. Trata-se de componentes eletrônicos com dois terminais capazes de afetar o comportamento da corrente e da tensão num circuito elétrico. Em especial, vamos analisar as propriedades elétricas do capacitor e do indutor. Esses elementos são denominados de componentes passivos, pois não requerem uma fonte de alimentação¹ para funcionarem.

Na experiência anterior vimos que o resistor transforma toda a energia elétrica recebida em calor num processo de dissipação térmica. Por outro lado, o capacitor e o indutor, são capazes de acumular energia em forma de campo elétrico ou campo magnético, respectivamente, não dissipando energia² (idealmente).

Veremos nesta experiência que a relação tensão-corrente num capacitor ou indutor pode ser descrita por uma grandeza denominada reatância (equivalente à resistência de um resistor). Uma das propriedades importantes é a dependência da reatância com a frequência. Por exemplo, num capacitor a reatância é inversamente proporcional à frequência. No indutor ocorre o oposto, ou seja, a reatância aumenta linearmente com a frequência. Uma das aplicações dessa propriedade é no projeto de filtros que podem ser utilizados para eliminar sinais indesejados como ruídos ou para selecionar um sinal de interesse como num rádio ou TV.

¹ Refere-se à fonte de alimentação de corrente contínua. Elementos ativos como transistores e amplificadores operacionais precisam de uma fonte de alimentação externa para funcionar.

² Na prática um capacitor apresenta perdas de corrente, enquanto que o indutor tem resistências de enrolamento que dissipam energia sob efeito Joule.

3. CAPACITOR

3.1 Descrição

Trata-se de um componente reativo³, capaz de acumular energia na forma de campo elétrico temporariamente, mas não consome energia (idealmente). É capaz de afetar o comportamento elétrico de um circuito, facilitando ou dificultando a passagem de corrente de acordo com a frequência do sinal. As propriedades elétricas do capacitor são extremamente úteis, fazendo com que esteja presente em praticamente todos os circuitos eletrônicos imagináveis na atualidade.

Existem diversos tipos de capacitores conforme ilustrado a Fig. 1. Em geral é composto de duas placas condutoras separadas por um dielétrico (material isolante). As placas condutoras são constituídas de películas finas de metal e o dielétrico pode ser feito de cerâmica, poliéster, tântalo, mica ou uma camada de óxido. A representação elétrica em diagramas esquemáticos é conforme mostrada na Fig. 2.



Figura 1 – Exemplos de capacitores [1]

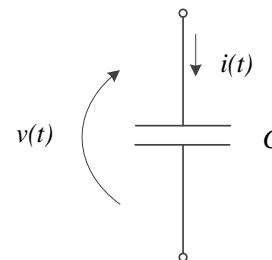


Figura 2 – Representação de um capacitor

3.2 Relação constitutiva do Capacitor

A capacitância, C , é definida como sendo a relação entre a quantidade de carga armazenada [Coulomb], $q(t)$, e a tensão, $v(t)$, conforme a expressão (1). Representa a capacidade de armazenamento de carga de um elemento.

$$C = \frac{q(t)}{v(t)} \quad [Faraday] \quad (1)$$

A corrente que flui por um capacitor, $i(t)$, pode ser descrito pela expressão (2) a seguir.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (2)$$

³ Energia reativa refere-se a o tipo de energia que não realiza trabalho, ou seja, não há transformação da energia elétrica em calor como ocorre com um resistor. Estão envolvidos dois processos: recebimento de energia (armazenamento) e devolução de energia.

Pela expressão (1) temos que $q(t) = C v(t)$. Obtemos assim uma relação entre a corrente e a tensão num capacitor, conforme a expressão (3).

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (3)$$

ou

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + v(0_+) \quad (4)$$

t

As expressões (3) e (4) são denominadas relações constitutivas do capacitor. Observe que se soubermos o comportamento da tensão, $v(t)$, podemos derivá-la e deduzir o comportamento da corrente, $i(t)$, ou se soubermos o comportamento da corrente, podemos integrá-la e obter o comportamento da tensão (note que nesse caso é preciso conhecer o valor da tensão inicial do capacitor $v(0_+)$).

Obs.: $v(0_+)$ indica tensão no capacitor imediatamente após o instante $t = 0$.

3.3 Comportamento do Capacitor

Vamos examinar o comportamento do capacitor através de dois exemplos a seguir.

Exemplo 1:

Suponha que a tensão sobre o capacitor com capacitância C seja uma onda triangular com amplitude V e período T , como exemplificado na Figura 3.

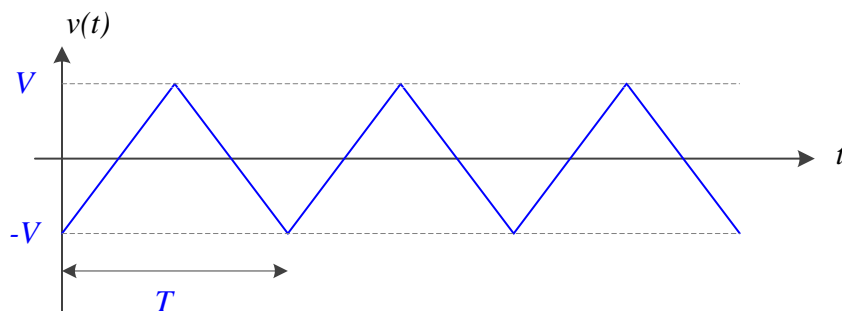


Figura 3 – Comportamento da tensão sobre o capacitor.

Se quisermos saber o comportamento da corrente no capacitor, basta aplicarmos a relação constitutiva dada pela expressão (3). Uma vez que a corrente no capacitor é a derivada da tensão, concluímos que a corrente será uma onda retangular, com amplitude I e período T (mesmo período da tensão) conforme esboço da Figura 4.

Pelo gráfico da Fig.3 podemos observar que no intervalo de tempo entre 0 e $T/2$, a tensão aumenta linearmente de $-V$ a $+V$. Logo, a partir da expressão (3), é possível deduzir a expressão para o cálculo da amplitude da corrente, I , como segue:

$$I = C \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} = C \cdot \frac{V - (-V)}{T/2} = C \cdot \frac{2V}{T/2} = \frac{4VC}{T} \quad (5)$$

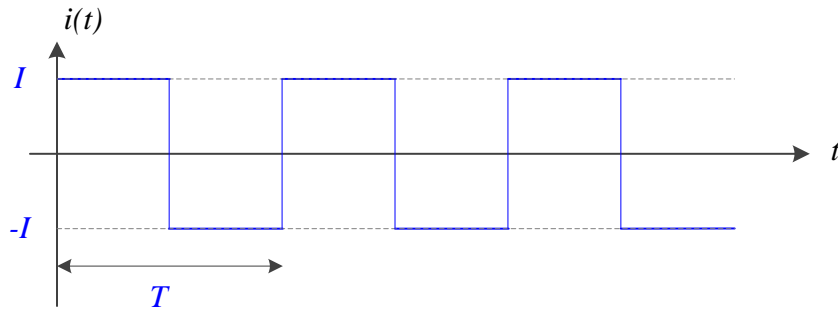


Figura 4 – Comportamento da corrente no capacitor.

Exemplo 2:

Suponha que a tensão sobre o capacitor (Fig. 5) seja alternada (AC), descrita pela expressão a seguir.

$$v(t) = V \cdot \text{sen}(\omega t) \tag{6}$$

Onde ω é a frequência angular dada pela seguinte expressão:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{7}$$

Vamos calcular a corrente no capacitor, utilizando relação constitutiva do capacitor (1):

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = V\omega C \cdot \text{cos}(\omega t) = I \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ) \tag{8}$$

onde,

$$I = V\omega C \tag{9}$$

Comparando (6) com (8) podemos concluir que, em corrente alternada (AC), a corrente está adiantada de 90° em relação à tensão.

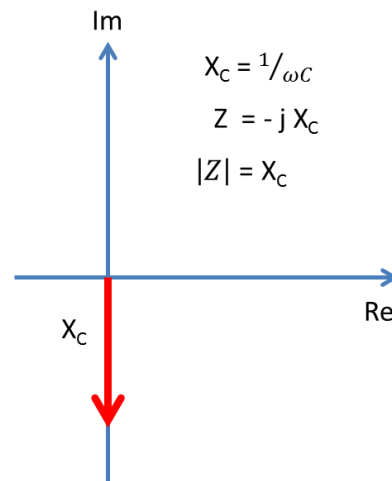
Reatância do Capacitor

A partir da expressão (9) podemos concluir que a relação tensão-corrente num capacitor é inversamente proporcional à frequência angular, ω , sendo que definimos a reatância do capacitor, X_C , como sendo:

$$\frac{V}{I} = \frac{1}{\omega C} = |Z_C| = X_C \tag{10}$$

Observação: Notem que a tensão, V , e a corrente, I , da expressão 10 correspondem à tensão e corrente sobre o capacitor. No caso de um capacitor ideal (sem perdas) temos que $X_C = |Z_C|$ onde Z_C é a impedância do capacitor. Sobre a impedância estudaremos com mais detalhes na próxima experiência. A seguir encontra-se um diagrama de impedâncias de circuitos puramente capacitivos, onde as perdas resistivas são desprezíveis. Observem que a impedância é um número complexo.

DIAGRAMA DE IMPEDÂNCIAS EM CAPACITORES



Vamos agora calcular a potência instantânea no capacitor:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= v(t) \cdot i(t) = V \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot I \cdot \cos(\omega t) \\
 &= \frac{V \cdot I}{2} \text{sen}(2\omega t)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

A potência média no capacitor será dada por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{V \cdot I}{2T} \int_0^T \text{sen}(2\omega t) dt = 0
 \tag{12}$$

Pelas expressões (11) e (12) podemos concluir que a potência instantânea possui o dobro de frequência em relação à tensão e corrente, e o valor médio é zero. Ou seja, o capacitor não consome energia.

Organizando o comportamento em AC da tensão, corrente e potência sobre o capacitor por meio de figuras, temos:

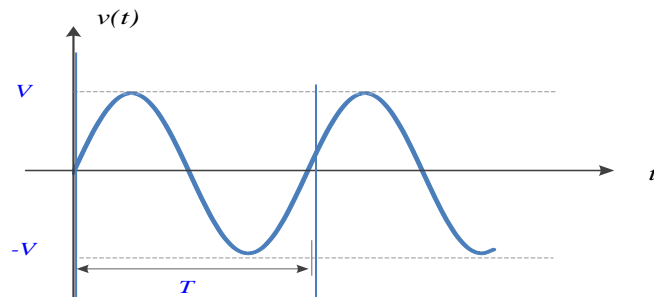


Figura 5 – Tensão no capacitor

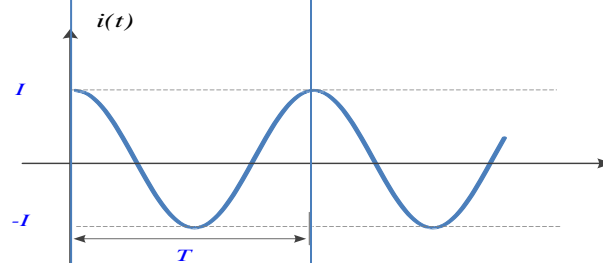


Figura 6 – Corrente no capacitor

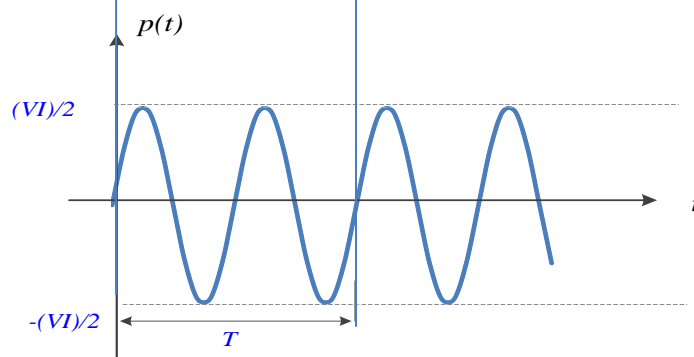


Figura 7 –Potência no capacitor

Aspectos do comportamento do capacitor que merecem destaque:

- i. A corrente no capacitor está **adiantada de 90°** em relação à tensão.
- ii. A reatância do capacitor (X_C) é uma grandeza **inversamente proporcional à frequência**, ou seja, quanto menor a frequência maior será a reatância do capacitor, e quanto maior a frequência menor será essa reatância.

*Colorário 1: o capacitor comporta-se como um **aberto para baixas frequências** e como um **curto para altas frequências**.*

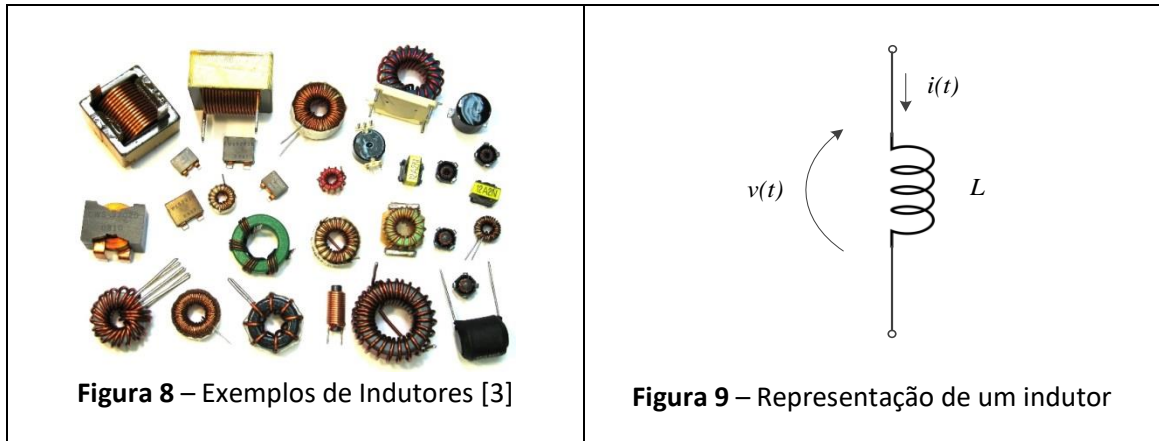
Colorário 2: o capacitor se opõe à variação rápida de tensão (tende a manter o campo elétrico constante), por isso adianta a corrente.

- iii. A potência média sobre o capacitor(ideal) é nula.

4. INDUTOR

4.1 Descrição

Trata-se de um componente reativo, capaz de acumular energia em forma de campo magnético. Assim como o capacitor, é capaz de afetar o comportamento de um circuito sem dissipar energia (idealmente), sendo muito utilizado em projetos de circuitos eletrônicos para uma ampla gama de aplicações.



Um indutor consiste basicamente de um enrolamento de um fio condutor, em geral fio de cobre. A utilização de núcleo de material com elevada permeabilidade magnética (ferromagnético) aumenta a capacidade de armazenamento de energia magnética. Um dos materiais mais utilizados é a ferrite (cerâmica feita com óxido de ferro).

4.2 Relação constitutiva do Indutor

Vamos agora analisar o comportamento de um indutor [1]. Pela lei de Ampère, que será vista em física e circuitos elétricos com mais detalhes, o fluxo magnético, ψ , no indutor é dado pela expressão (13) a seguir.

$$\psi(t) = L \cdot i(t) \quad (13)$$

onde L é a indutância do indutor.

Pela lei de Faraday, temos que a tensão sobre o indutor é dada pela expressão a seguir:

$$v(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (14)$$

Logo, substituindo (13) em (14) obtemos:

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (15)$$

ou também na forma integral:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t)dt + i(0_+) \quad (16)$$

As expressões (15) e (16) são denominadas relações constitutivas do indutor. Se soubermos como a corrente se comporta podemos obter a tensão derivando-a, ou a partir da tensão obter a corrente através da integração (neste caso precisaremos saber o valor da corrente inicial $i(0)$).

Obs.: $i(0_+)$ indica corrente no indutor imediatamente após o instante $t = 0$.

4.3 Comportamento AC do Indutor

Vamos examinar o comportamento em corrente alternada (AC) do indutor através de um exemplo.

Exemplo 3:

Suponha que a corrente sobre o indutor seja uma onda senoidal descrita pela expressão a seguir.

$$i(t) = I \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (17)$$

Aplicando-se a relação constitutiva do indutor (15) podemos calcular a tensão sobre o indutor:

$$v(t) = V \cdot \cos(\omega t) = V \cdot \text{sen}(\omega t - 90^\circ) \quad (18)$$

onde,

$$V = I\omega L. \quad (19)$$

Reatância do Indutor

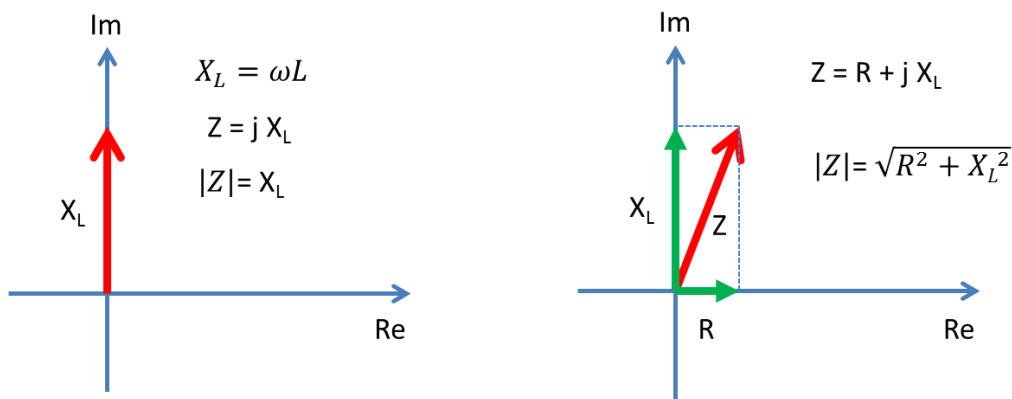
A partir da expressão (19) podemos concluir que a relação tensão-corrente num indutor é linearmente proporcional à frequência angular, ω , sendo que definimos a reatância do indutor, X_L , como sendo:

$$\frac{V}{I} = |Z_L| = \omega L, \text{ onde } X_L = \omega L \quad (20)$$

Observação: Notem que a tensão, V , e a corrente, I , da expressão 20 correspondem à tensão e corrente sobre o Indutor. No caso de um indutor ideal (sem perdas) temos que $X_L = |Z_L|$, onde Z_L é a impedância do indutor.

Entretanto, indutores reais podem apresentar perdas resistivas, o que é comum pela sua construção. Por exemplo, o indutor que utilizaremos nesta experiência apresenta uma resistência de enrolamento (fio de cobre) da ordem de 10Ω . Logo, quando medimos a tensão sobre o indutor estamos na verdade medindo a tensão sobre o indutor (ideal) somado com a tensão que cai sobre uma resistência série no valor de $\sim 10 \Omega$. Então, neste caso, a relação V/I nos dá o módulo da impedância ($|Z_L| = V/I$) e ela não pode ser relacionada diretamente com o valor da reatância indutiva. Veja, a seguir, a ilustração sobre diagrama de Impedâncias para entender melhor esta observação. Veremos este assunto com mais detalhes nas próximas experiências.

DIAGRAMA DE IMPEDÂNCIAS EM INDUTORES IDEAIS E REAIS



A potência instantânea no indutor será dada por:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = \frac{V \cdot I}{2} \text{sen}(2\omega t) \quad (21)$$

Por outro lado, a potência média no indutor será dada por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{V \cdot I}{2T} \int_0^T \text{sen}(2\omega t) dt = 0 \quad (22)$$

Resumindo o comportamento do Indutor:

- i. A corrente no indutor está **atrasada de 90°** em relação à tensão.
- ii. A reatância do indutor (X_L) é **diretamente proporcional à frequência**, ou seja, quanto menor a frequência menor será a reatância do indutor, e quanto maior a frequência maior será essa reatância.

*Colorário 1: o indutor comporta-se como um **curto** para baixas frequências e como um **aberto** para altas frequências.*

Colorário 2: o indutor se opõe à variação rápida de corrente (tende a manter o fluxo magnético constante), por isso adianta a tensão.

- iii. A potência média sobre o indutor (ideal) é nula.

Referências

- [1] Orsini, L.Q., Consonni D., Curso de Circuitos Elétricos Vol 1, Ed. Edgard Blucher, 2a Ed., 2002.
- [2] wikipedia.org/wiki/Capacitor
- [3] <http://www.coilws.com/>