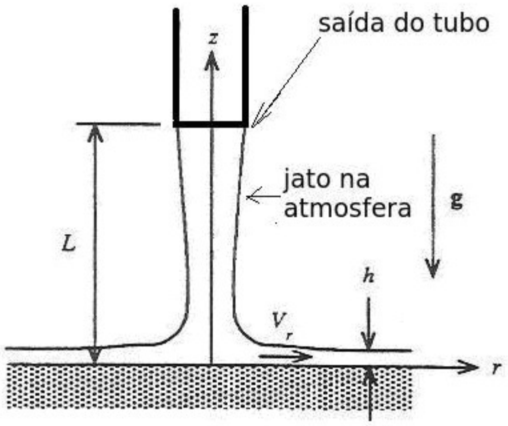
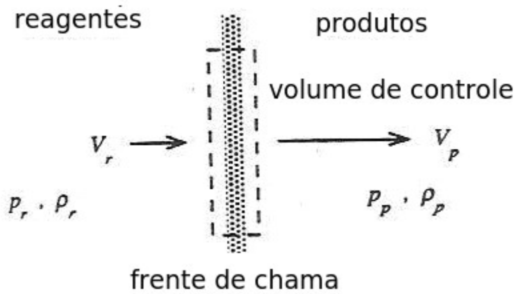
Prova Substitutiva de PME3332 – 05/12/2018

1ª Questão (3,0 pontos): Água deixa com velocidade constante e uniforme um tubo vertical descendo na atmosfera em direção a uma placa plana localizada a uma distância *L* abaixo da saída do tubo. A vazão de água é *Q* e a área do tubo é *A*.
Sobre a placa o jato de água se distribui num escoamento horizontal radial, formando uma camada *h(r)*. O perfil de velocidades desse escoamento pode ser considerado uniforme, dado por $V_r\,(r)$. Considerando $h << L$, obtenha expressões para *h(r)* e $V_r\,(r)$.

Dados: $\frac{V^2}{2}+\frac{p}{\rho}+g\,z=\text{constante}$ $\qquad \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall+\int_{SC}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\, dS=0$



Problema 1



Problema 2

2ª Questão (4,0 pontos): Uma frente de chama plana é uma região pequena onde uma mistura de reagentes (combustível e ar) é transformada numa mistura de produtos da combustão (vapor de água, CO_2 e outros gases). Nesse processo a massa específica do fluido diminui. Uma frente de chama se mantém estacionária e normal à uma corrente de reagentes com pressão p_r, massa específica ρ_r e velocidade V_r. Conhece-se a massa específica dos produtos ρ_p. Aplicando as equações da continuidade e da quantidade de movimento ao volume de controle tracejado, obtenha expressões para a velocidade dos produtos V_p e a pressão dos produtos p_p como funções de ρ_r , ρ_p , p_r e V_r. Considere regime permanente.
Dados:

Dados: $\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall+\int_{SC}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\, dS=0$ $\qquad \sum\vec{F}_{ext}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\vec{V}\, d\forall+\int_{SC}\vec{V}\,\rho\vec{V}\cdot\vec{n}\, dS$

3ª Questão (3,0 pontos): Um avião de massa *m* pousa no gelo sobre dois esquis de comprimento *L* e largura *b*. Um fino filme de água de viscosidade μ e espessura *h* se forma entre os esquis e a superfície de gelo. O avião toca o gelo com velocidade inicial V_o. Despreze a resistência do ar e considere o atrito viscoso causado pela água nos esquis como sendo a única força horizontal a agir sobre a aeronave. Obtenha uma expressão para a velocidade do avião *V* ao longo do tempo *t* após tocar o gelo, de modo que *V* seja função de *t*, V_o, μ, *b*, *L*, *m* e *h*.

Dados: $\tau=\mu\frac{dV}{dy}$ $\qquad F=\tau\,.\,A$ $\qquad \sum F_x=m\frac{dV}{dt}$

GABARITO

1ª Questão: Se aplicarmos a equação de Bernoulli a uma linha de corrente junto à superfície externa do jato, onde a pressão é atmosférica:

$$\frac{V^2}{2}+\frac{p_{atm}}{\rho}+gL=\frac{V_r^2}{2}+\frac{p_{atm}}{\rho}+gh$$

Onde $V=\dfrac{Q}{A}$ é a velocidade do jato na saída do tubo e $V_r=\dfrac{Q}{2\pi\, r\, h}$ é a velocidade radial.

Temos então:

$$V_r^2=V^2+2g\,(L-h)$$

Como $h \ll L$:

$$V_r^2=V^2+2g\,L$$

Logo:

$$\boxed{V_r=\sqrt{\frac{Q^2}{A^2}+2gL}}$$

E temos h dado por:

$$\boxed{h=\frac{Q}{2\pi\, r\, V_r}}$$

Com V_r dado pela equação anterior.

2ª Questão: Aplicando a equação da continuidade:

$$\rho_r\, V_r\, A-\rho_p\, V_p\, A=0$$

Isso resulta:

$$\boxed{V_p=V_r\left(\frac{\rho_r}{\rho_p}\right)}$$

Aplicando a equação da Quantidade de Movimento e considerando que a única força externa atuando na direção do escoamento é a diferença de pressões:

$$p_r\, A-p_p\, A=\left(\rho_p\, V_p\, A\right)V_p-\left(\rho_r\, V_r\, A\right)V_r$$

Ou seja:

$$p_p = p_r + \rho_r V_r^2 - \rho_p V_p^2$$

Substituindo a expressão de V_p:

$$\boxed{p_p = p_r - \rho_r V_r^2 \left(\frac{\rho_r}{\rho_p} - 1 \right)}$$

3ª Questão: Considerando perfil linear de velocidades, a força de atrito entre um esqui e o gelo é dada por:

$$F = \mu \frac{V}{h} bL$$

Desprezando outras forças horizontais e considerando que temos dois esquis, a força de atrito desacelera a aeronave de acordo com:

$$-2\,\mu \frac{V}{h} bL = m \frac{dV}{dt}$$

Logo:

$$\frac{1}{V} dV = -\frac{2\,\mu\, b\, L}{m\, h} dt$$

Integrando:

$$\ln V = -\frac{2\,\mu\, b\, L}{m\, h} t + C$$

Como para $t = 0$, $V = V_o$ resulta $C = \ln V_o$, logo:

$$\ln V = -\frac{2\,\mu\, b\, L}{m\, h} t + \ln V_o$$

Que resulta:

$$\boxed{V = V_o\, e^{-\frac{2\mu b L}{m h} t}}$$