

Questão 1. (3,5 pontos)

Considere o potencial de Lennard-Jones, comumente utilizado como sendo a energia  $U$  de interação entre dois átomos constituindo uma molécula, dado por:

$$U(r) = \epsilon \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

Onde  $\epsilon$  e  $r_0$  são constantes e  $r$  a distância radial entre os átomos.

- Determine a força entre os átomos como função de  $r$ . (1,0 ponto)
- Determine qual a posição  $r$  de equilíbrio, ou seja, a posição de mínima energia e o ponto de energia zero. (1,0 ponto)
- Faça um esboço do gráfico de  $U(r)$  em função de  $r$ . (1,0 ponto)
- Qual a energia necessária para separar os átomos que constituem a molécula? (0,5 ponto)

a)  $U = \epsilon \left( \frac{r_0^{12}}{r^{12}} - 2 \frac{r_0^6}{r^6} \right)$

A força é radial e é dada por

$$F = - \frac{dU}{dr} = - \epsilon \left[ -12 \frac{r_0^{12}}{r^{13}} + 12 \frac{r_0^6}{r^7} \right]$$

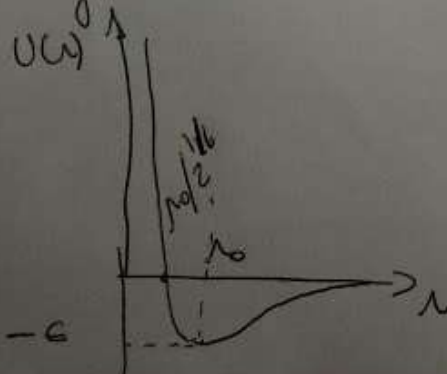
$$F = 12\epsilon \left[ \frac{r_0^{12}}{r^{13}} - \frac{r_0^6}{r^7} \right]$$

b) Posição de equilíbrio é onde  $F=0$ , logo

$$\frac{r_0^{12}}{r^{13}} = \frac{r_0^6}{r^7} \Rightarrow \frac{r_0^6}{r^6} = 1 \Rightarrow r = r_0$$

O ponto de energia zero é obtido ~~para~~ no limite de  $r \rightarrow \infty$  e  $r = r_0/2^{1/6}$

c) Seja  $r = r_0 \Rightarrow U(r_0) = \epsilon [1 - 2] = -\epsilon$ . Logo

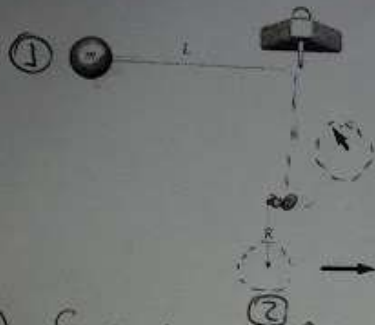


d) A energia necessária para separar os átomos é  $\epsilon$

Questão 2. (3,5 pontos)

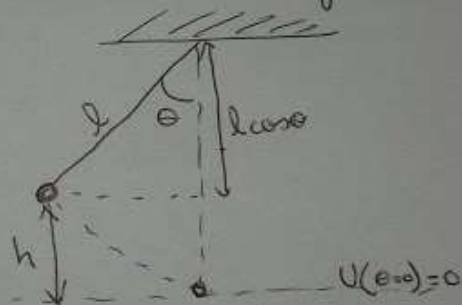
Um pêndulo consiste em uma pequena bola de massa  $m$  presa a um fio de comprimento  $L$ . A bola é segurada lateralmente, com o fio na horizontal (conforme figura abaixo). Então, ela é largada do repouso. Pede-se:

- Escreva a energia mecânica em função de um ângulo com a vertical. (1,5 pontos)
- Qual a velocidade da massa  $m$  ao atingir o ponto mais baixo da trajetória. (1,0 ponto)
- Qual o valor de  $R$  para que o fio permaneça tenso enquanto a bola completa uma volta inteira em torno do prego. (1,0 pontos)



- a) Energia mecânica é composta de energia cinética e potencial

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$



Fazendo o zero de energia potencial  $\theta/\theta=0^\circ$  temos

$$U = mgh \text{ onde } h = L(1 - \cos\theta)$$

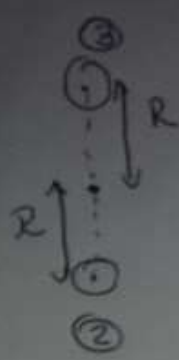
$$\text{Logo } E_{\text{mec}} = \frac{1}{2} m v^2 + mgL(1 - \cos\theta)$$

- b) No ponto mais baixo da trajetória a energia mecânica é toda cinética

$$E_{\text{mec1}} = E_{\text{mec2}}$$

$$mgL = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gl}$$

c)



Para que o fio permaneça tensionado a velocidade mínima no Topo deve permitir um movimento circular de raio  $R$ . Logo

$$V_3 = \sqrt{Rg}$$

Como a energia mecânica se conserva temos que

$$E_{mec1} = E_{mec3}$$

$$mgl = \frac{1}{2} mV_3^2 + mg(2R)$$

$$mgl = \frac{1}{2} \times Rg + 2mgR$$

$$l = \frac{5}{2} R \Rightarrow R = \frac{2l}{5}$$

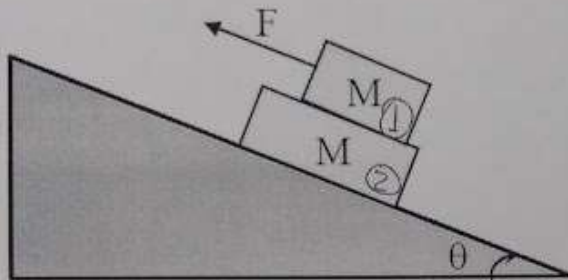


Questão 3. (3,0 pontos)

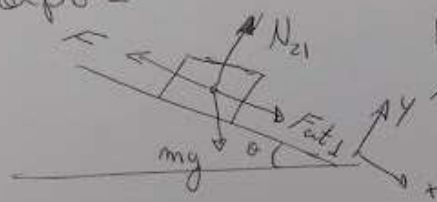
Um bloco de massa  $M$  encontra-se sobre outro bloco de mesma massa, num plano inclinado liso, de ângulo  $\theta$ , conforme mostra a figura abaixo. O atrito estático entre os dois blocos é  $\mu_e$ , e entre o bloco inferior e o plano é  $\mu_c$ .

a) Determine a máxima força  $F$  que pode ser aplicada ao bloco superior sem que este deslize sobre o bloco inferior. (1,5 pontos)

b) Neste caso, qual será a aceleração do sistema? (1,5 pontos)



a) corpo 1



$N_{21}$  = normal de 2 em 1  
 $F_{at1}$  = força de atrito entre corpo 1 e 2

$$\text{em } x \quad F - F_{at1} - mg \sin \theta = ma$$

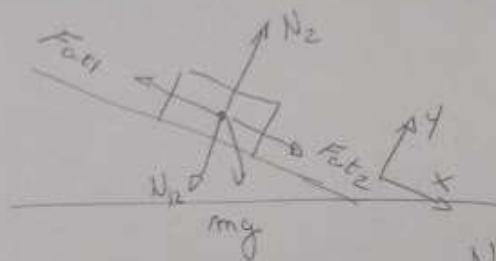
~~a)~~  $\text{em } y \quad N_{21} = mg \cos \theta$

a força de atrito máxima é dada por

$$F_{at1} = \mu_e N_{21} = \mu_e mg \cos \theta$$

$$\text{logo } F - \mu_e mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma \quad \text{I}$$

Corpo 2



$N_2$  = normal do plano sobre o corpo

②

$N_{12}$  = força normal de ① em ②

em y

$$N_2 = N_{12} + mg \cos \theta$$

$$\text{e } N_{12} = N_{21} = mg \cos \theta$$

$$N_2 = 2mg \cos \theta$$

$$F_{at2} = \mu_c N_2$$

em x

$$F_{at1} - F_{at2} - mg \sin \theta = ma$$

$$\mu_e mg \cos \theta - \mu_c mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma \quad \text{II}$$

Na força máxima os 2 corpos tem a mesma aceleração  $a$   $\text{I} = \text{II}$

$$F = \mu_e mg \cos \theta - mg \sin \theta = \mu_e mg \cos \theta - 2\mu_c mg \cos \theta - mg \sin \theta$$

$$F = 2mg \cos \theta (\mu_e - \mu_c)$$

$$b) \quad ma = 2mg \cos \theta (\mu_e - \mu_c) - \mu_e mg \cos \theta - mg \sin \theta$$

$$a = g (\mu_e \cos \theta - 2\mu_c \cos \theta - \sin \theta)$$

$$a = g (\mu_e \cos \theta - 2\mu_c \cos \theta - \sin \theta)$$