

Grupo 15
César
Gabriel Santos Novaes
Kelly de Oliveira
Vitor

Arquimedes e o cálculo

Trabalho 1 referente à disciplina História da
Matemática 1 (MAT0341) apresentado ao
Departamento de Matemática do Instituto
de Matemática e Estatística da USP

Prof. Oscar Joao Abdounur

São Paulo 2018

Resumo

Neste trabalho, buscamos apresentar a vida e obra de Arquimedes e seus principais feitos, no campo da Física, Engenharia Militar e na matemática que ele próprio considerava ser o mais importante de todos e também sua contribuição para o cálculo de áreas.

Buscando certo rigor histórico, usando como referência textos de personalidades como Plutarco e Vitruvius como fontes confiáveis.

Sumário

| | |
|---|----|
| Introdução..... | 4 |
| Quem foi arquimedes..... | 5 |
| Teorema preferido de arquimedes..... | 8 |
| Teorema mais importante sobre a superfície da esfera..... | 8 |
| Quadratura da Parábola..... | 10 |
| Obras e feitos..... | 11 |
| O palimpsesto de Arquimedes..... | 12 |
| Bibliografia..... | 13 |

Introdução

Nascido em Siracusa, na Sicília, provavelmente em 287 a. C. e morto também em Siracusa em 212 a. C.

Segundo Boyer ***“Arquimedes pode ter estudado por algum tempo em Alexandria com os estudantes de Euclides, e manteve comunicação com os matemáticos de lá, mas viveu e morreu em Siracusa.”***

O que se sabe sobre a vida e obra de Arquimedes vem de prefácios de suas obras das histórias de Plutarco e das obras “sobreviventes”.

Arquimedes era reconhecido na sua época por seus grandes inventos de máquinas usadas em guerras, Considerado por muitos historiadores matemáticos, como um dos maiores matemáticos de todos os tempos, era conhecido pelo rigor em seus raciocínios e originalidade das ideias.

Quem foi Arquimedes?

Era filho de um astrônomo chamado Fídias e provavelmente parente de Hieron II, o rei de Siracusa, conta-se que devido ao seu alto nível de concentração se esquecia de tomar banho e se alimentar, Arquimedes deu início a Mecânica, hidrostática, ao princípio da flutuação, gravidade específica, lei das alavancas, Foi o primeiro a mostrar que números inimaginavelmente grandes, maiores que todas as coisas existentes, poderiam ser escritos e usados, Embora fosse um grande inventor, considerava suas invenções como divertimento e como seu real trabalho o de matemático, seu maior legado para o mundo foi um modo de pensar a matemática.

Arquimedes em Alexandria

Provavelmente depois de ter aprendido tudo o que podia em Siracusa, Arquimedes deixou a Sicília e foi para o Egito estudar em Alexandria, Durante décadas de sua vida, Arquimedes trocou ideias com os amigos que fizera no museu, amigos como Conon de Samos e Eratóstenes, No livro, "O Método", contém como prefácio uma carta de Arquimedes a Eratóstenes de Alexandria.

Parafuso de Arquimedes

O "parafuso de Arquimedes" trata-se de um cilindro cuja parte interna era ocupada por uma rosca helicoidal de inclinação suave. Posto em movimento o tambor, por intermédio de um dispositivo qualquer, e mergulhado n'água sua extremidade inferior, a água era elevada no interior do cilindro; deslizava ao longo das roscas do helicóide em movimento, uma por uma, até sair na extremidade superior, como jato borbulhante. Tal engenho pode ser encontrado nas paisagens egípcio ainda nos nossos dias, girando sempre e fertilizando assim, áridos campos com a água do Nilo.

Conjectura:

Como Arquimedes viveu um tempo em Alexandria no Egito, provavelmente teve contato com algum agricultor do Nilo, e pode observar que no período onde não chovia os agricultores teriam que manualmente, balde a balde carregar água para seus campos, Ele deve ter pensado como melhorar a execução desse trabalho, Foi quando construiu o chamado "*Parafuso de Arquimedes*".

Arquimedes e sua Alavanca

Em mecânica, ele descobriu o princípio da alavanca: "*resistência vezes braço de resistência é igual a potência vezes braço da potência*"; deu origem ao centro de gravidade e achou o centro de gravidade de muitas figuras sólidas e planas.

Plutarco conta que um dia ao rei Hiero, Arquimedes diz que, com uma dada força, ele poderia mover qualquer peso dado; e, além disso, afirmou que se fosse dado outra Terra, ele poderia pular para ela e mover a nossa. Quando Hiero, maravilhado, pediu para que lhe desse uma demonstração de algum peso grande movido por uma pequena força, o rei então desafia Arquimedes mover um navio; Arquimedes então ordenou que nela entrassem muitos passageiros e muita carga; colocou-se sobre certa distância, e sem esforço visível, movendo apenas com sua mão a extremidade de um engenho que consistia em uma porção de cordas e polias, ele puxou o navio para ele tão suave e seguramente como se estivesse se movendo nas águas. Hiero ficou tão estupefato com esse feito que declarou: "***Desde esse dia, Arquimedes deve ser acreditado em tudo o que diz***".

Segundo Boyer **“Arquimedes não foi, é claro, o primeiro a usar alavancas, nem mesmo a formular a lei geral”**, diversos autores mencionam uma frase famosa de Arquimedes em conexão com suas invenções mecânicas. **“Dê-me um ponto de apoio e moverei a Terra”**,

Arquimedes e a Coroa do rei Hiero

Uma história muito famosa contada por Vitruvius (a.C. 90-20 a.C.) em seu livro sobre arquitetura. Ela está relacionada ao princípio fundamental da hidrostática, que lida com a força de empuxo exercida por um fluido sobre um corpo imerso total ou parcialmente no fluido.

Ele conta que o rei Hiero encomenda uma coroa toda feita de ouro maciço, desconfiado do ourives, o rei pede a Arquimedes que verifique se a coroa era de ouro maciço ou se o ourives havia misturado com prata, conta-se que Arquimedes teve a ideia de como solucionar esse problema ao entrar em uma banheira em uma casa de banho e ao ter a ideia ele saiu na rua, de volta a sua casa, gritando “EURECA” (descobri).

Como Arquimedes verificou:

- Encheu uma jarra até a borda de água e colocou em uma bacia que pudesse reter a água que transbordasse.
- Colocou a coroa na jarra e mediu a quantidade de água que se derramou sobre a bacia.
- Depois, retirou a coroa e encheu novamente a jarra até a borda, mas dessa vez colocou um pedaço de ouro maciço do mesmo peso da coroa e a água novamente transbordou e novamente mediu a quantidade de água que se derramou sobre a bacia.
- Agora uma quantidade menor de água se havia derramado!

Isso significa que a coroa ocupava um espaço maior do que o pedaço de ouro, O rei tinha razão o ourives o enganara.

Como a história da coroa de ouro não aparece nas obras conhecidas de Arquimedes, Além disso, a praticabilidade do método descrito tem sido posta em dúvida, devido à extrema precisão com que se teria que medir o deslocamento de água.

As máquinas de guerra de Arquimedes

O rei Hiero convence Arquimedes a construir máquinas de guerra, Segundo Plutarco **“O rei, admirado com o feito e convencido do poder desta arte, solicitou que Arquimedes lhe construísse armas apropriadas para todos os fins de um cerco, ofensivas e defensivas”**. Durante a Segunda Guerra Púnica entre Roma e Cartago, a cidade de Siracusa associou-se a Cartago. Siracusa foi atacada pelos romanos em 214 a.C, comandados pelo general Marcellus. Plutarco diz **“quando Arquimedes começou a manejar suas máquinas, ele lançou contra as forças terrestres todos os tipos de mísseis e rochas imensas que caíam com grande estrondo e violência, contra as quais nenhum homem conseguia resistir em pé, pois elas derrubavam aqueles sobre quem caíam em grande quantidade, quebrando suas fileiras e batalhões”**. Durante três anos, Marcellus manteve o sítio de Siracusa, No ano de 212 a.C, Seus homens invadem a cidade, saqueiam e incendiam tudo, Marcellus ordenou que trouxessem Arquimedes.

O fim de Arquimedes

Plutarco propõe duas hipóteses para a morte de Arquimedes.

Uma que soldado romano ordenou que ele fosse conhecer Marcellus, mas ele se recusou, dizendo que devia terminar o seu problema. O soldado ficou furioso com isso, e matou Arquimedes com sua espada.

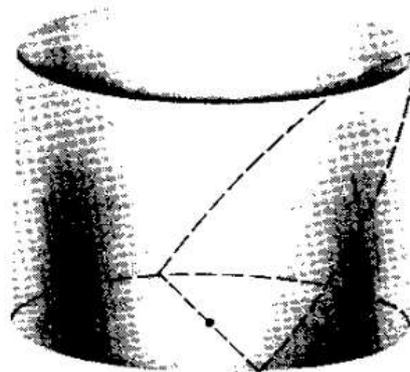
Outra sugere que ele pode ter sido morto enquanto tentava se render a um soldado romano. Arquimedes estava carregando instrumentos matemáticos, e foi morto porque o soldado pensou que fossem itens valiosos.

Marcellus fez um grande funeral e prestou devidas honras ao velho sábio. Segundo Boyer ***“Arquimedes pediu que sobre seu túmulo fosse esculpida uma representação de uma esfera inscrita num cilindro circular”***.

Teorema preferido de Arquimedes

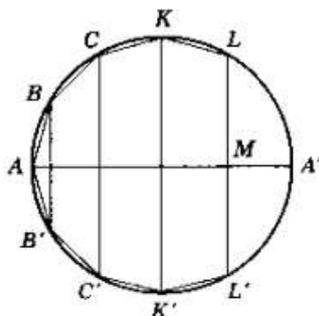
“Qualquer segmento de esfera tem para o cone de mesma base e altura a razão que é a soma do raio da esfera e da altura do segmento complementar tem com a altura do segmento complementar”.

O teorema resulta de uma propriedade de equilíbrio que Arquimedes descobriu. O método de equilíbrio de secções circulares com um vértice como fulcro foi aplicado por Arquimedes para descobrir o volume de segmentos de três sólidos de revolução.



Teorema mais importante sobre a superfície da esfera

Se um polígono é inscrito num segmento de círculo LAL' de modo que todos os seus lados exceto a base são iguais e seu número par, como $LK \dots A \dots K'L'$, sendo A o ponto médio do segmento; e se as retas BB', CC', \dots paralelas à base LL' e unindo pares de vértices são traçadas, então $(BB' + CC' + \dots + LM) : AM = A'B : BA$, onde M é o ponto médio de LL' e AA' é o diâmetro por M .



Isso é o equivalente geométrico da equação trigonométrica.

$$\operatorname{sen} \frac{\theta}{n} + \operatorname{sen} \frac{2\theta}{n} + \dots + \operatorname{sen} \frac{n-1}{n} \theta + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{n\theta}{n} = \frac{1 - \cos \theta}{2} \operatorname{cotg} \frac{\theta}{2n}.$$

Desse teorema é fácil obter a expressão $\int_0^\theta \operatorname{sen} x \, dx = 1 - \cos \theta$, multiplicando ambos os membros da equação acima por θ/n e passando ao limite para n crescendo a infinito. O primeiro membro fica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \operatorname{sen} x_i \Delta x_i,$$

onde $x_i = i\theta/n$ para $i = 1, 2, \dots, n$, $\Delta x_i = \theta/n$ para $i = 1, 2, \dots, n-1$, e $\Delta x_n = \theta/2n$. O segundo membro fica

$$(1 - \cos \theta) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\theta}{2n} \operatorname{cotg} \frac{\theta}{2n} = 1 - \cos \theta.$$

Quadratura da Parábola

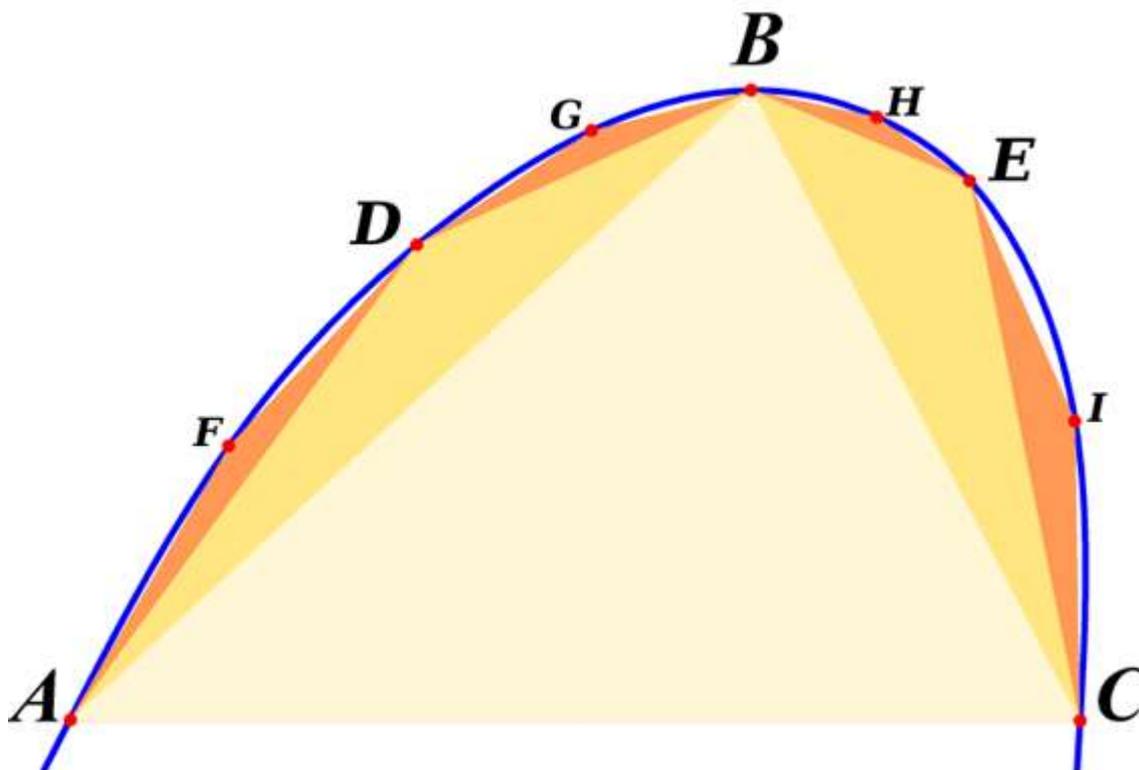
A quadratura consiste em encontrar uma área de uma figura desconhecida por meio de outra conhecida. Essa técnica fez parte das descobertas de Arquimedes, com isso era possível descobrir a área de todas as figuras palas, algumas eram aproximadas. o método consiste em:

0. Seccioná-la horizontalmente
1. Encontrar o eixo de simetria da parábola
 - 1.1 Encontra uma reta paralela ao eixo passando por M ponto médio da secção horizontal.
2. Seccioná-la transversalmente
4. Ligar os pontos dos segmentos com a parábola
5. Repetir o procedimento outras vezes

A soma da área de todos os triângulos se aproxima da área da parábola.

Arquimedes descobriu sem o uso do cálculo infinitesimal que essa área é $\frac{4}{3}$ da área do triângulo.

Quadratura: Construção geométrica de um quadrado equivalente a uma área dada.
Outra definição: É usar um polígono qualquer cuja sua área seja conhecida para descobrir a área de figuras desconhecida.



Obras/feitos

- On plane equilibriums (Equilíbrio dos Planos):
Composto por dois livros, no primeiro existem 7 postulados e 15 proposições e no segundo 10 proposições, princípios fundamentais da mecânica (Lei das Alavancas), uso de métodos geométricos, centro de gravidade de figuras geométricas, segmentos de parábolas.
- Quadrature of the parabola (Quadratura da Parábola):
Composta por 24 proposições, área entre uma parábola e um a linha reta, demonstração mecânica e geométrica.
- On the sphere and cylinder (Sobre a Esfera e o Cilindro):
Dois livros, volume e área de esfera através de um cilindro circunscrito, razão entre os volumes de “segmentos” de uma esfera.
- On spirals (Espirais):
28 proposições, em forma de carta à Dositheu de Pelúcio, espiral de Arquimedes, uso da espiral para quadrar um círculo e trissectar o ângulo.
- On conoids and spheroids (Conóides e Esferóides):
32 proposições, parabolóides, hiperbolóides e esferóide de revolução, áreas e volumes das secções de cones, troncos, esferas e parabolóides.
- On floating bodies (Corpos Flutuantes):
Dois livros, princípios básicos da hidrostática, princípio de Arquimedes **“qualquer corpo total ou parcialmente imerso em um fluido experimenta uma força para cima igual, mas em sentido oposto ao peso do fluido deslocado”**.
- Measurement of a circle (Medida do Círculo):
3 proposições, correspondência para Dossiteu de Pelúcio, aproximação para o π usando polígonos inscritos e circunscrito ao círculo.
- The Sand Reckoner (O contador de Areia):
Sistema para expressar números grandes, observações históricas, dimensão do universo, sistema com o sol no centro e os planetas em torno dele.
- The method (O método):
Escrito em forma de carta para Eratóstenes de Alexandria, descrição de resultados geométricos, cálculos infinitesimais, método de exaustão.
- Stomachion:
Quebra cabeça parecido com o tangran formado por 14 peças, um exemplo antigo de combinatória.

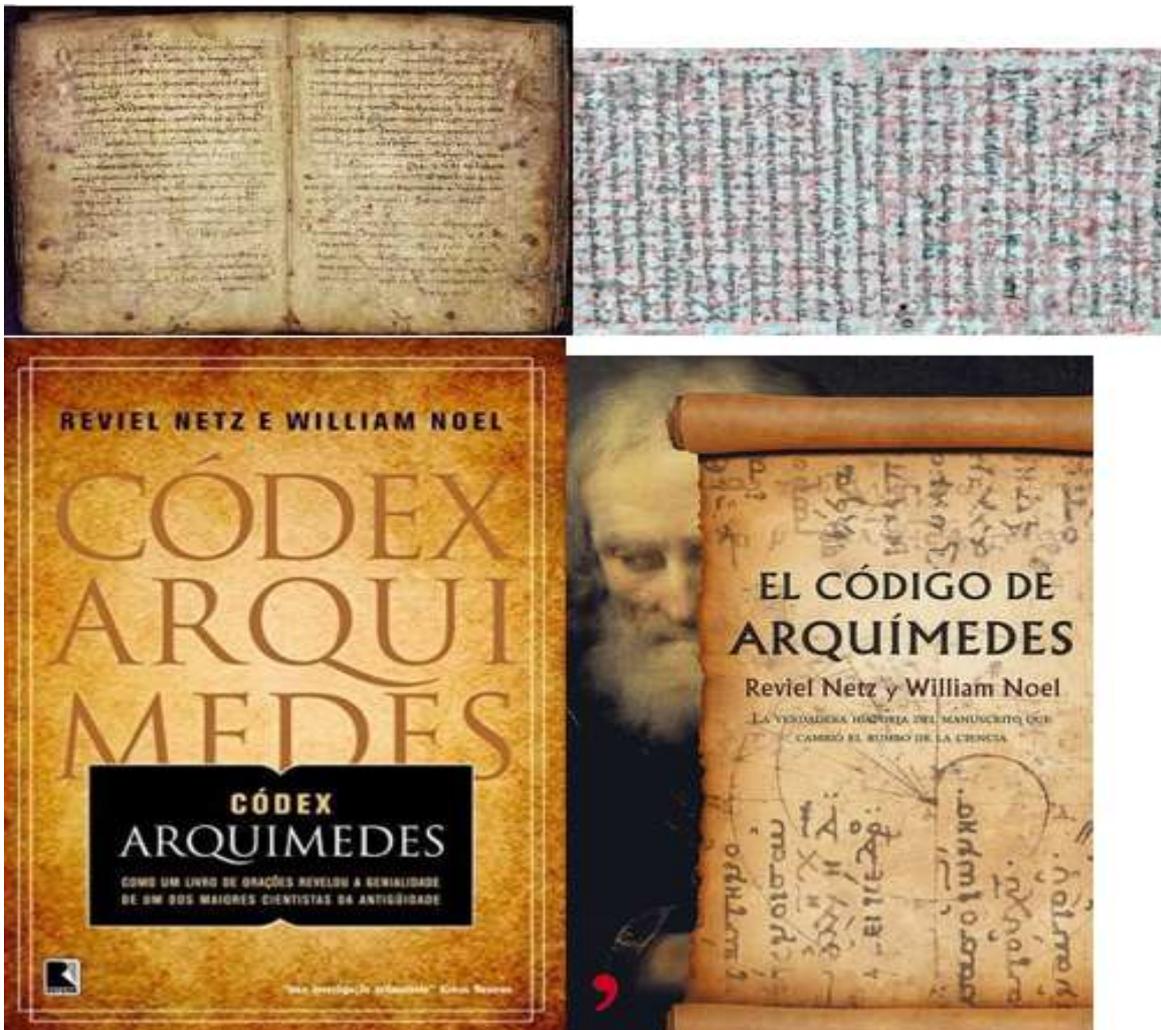
Obras apócrifas

- Problema Bovino: equações lineares.
- Livro de Lemas?: círculos, semicírculos.

- Poliedros semi-regulares?

O Palimpsesto de Arquimedes

Do grego palimpsestos, “raspado de novo”. Papiro ou pergaminho que contém vestígios de um texto manuscrito anterior, que foi raspado ou apagado para permitir a reutilização do material e a posterior sobreposição de um novo escrito. O Palimpsesto de Arquimedes trata-se de uma cópia de algumas de suas obras, feito no século X em pergaminhos de pele de cabra. No século XIII monges o utilizaram para escrever orações. No começo do século XX o professor dinamarquês Johan Ludvig Heiberg encontrou o pergaminho em um monastério de Constantinopla e viu que se tratava de um Palimpsesto. No fim do século XX se teve notícias novamente do Palimpsesto. Após alguns anos de trabalho duro, veio a recompensa. O Palimpsesto de Arquimedes tornou-se a fonte mais antiga em existência dos escritos de Arquimedes e a única de duas obras até então desconhecidas, “O Método” e “Stomachion”.



Bibliografia

Boyer, Carl B. História da Matemática. Tradução: Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo; Editora Edgard Blcher Ltda, 1996

repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/6688/TCC_%20Julio_Profmat_Furg.pdf?sequence=1

www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Archimedes.html

pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes#Obras_sobreviventes

www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/palimpsesto

pt.wikipedia.org/wiki/Arquimedes

Bendick, Jeanne. Arquimedes - Uma Porta para a Ciência. 1.ed. São Paulo: Odysseus Editora, 2002.

Assis, André Koch Torres. Arquimedes, o centro de gravidade e a lei da alavanca.

<http://www.fisica.net/mecanicaclassica/Arquimedes.pdf>

Arquimedes, a esfera e o cilindro - RPM 10 (carta a Eratóstenes)

<http://www.rpm.org.br/cdrpm/10/3.htm>