

MAE0119 - Introdução à Probabilidade e Estatística I
Sétima lista de exercícios
Vanderlei da Costa Bueno

1. Sejam X e Y variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

X, Y	0	1	2	3	total
1	0,05	0,18	0,13	0,07	0,43
2	0,09	0,14	0,08	0,06	0,37
3	0,11	0,03	0,04	0,02	0,20
total	0,25	0,35	0,25	0,15	1

- a) As variáveis aleatórias X e Y são independentes?
- b) Calcule $P(X + Y \leq 3)$.
- c) Qual a função de probabilidade da variável aleatória $(Y|X = 1)$? Calcule sua média e sua variância.
- d) Qual a função de distribuição da variável aleatória $(Y|X = 1)$?
- e) Calcule a variância de $X + Y$.
- f) Calcule o coeficiente de correlação linear entre X e Y .

2. Sejam X e Y variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

X, Y	-1	0	1	total
-1	0,125	0	0,125	0,25
0	0	0,5	0	0,5
1	0,125	0	0,125	0,25
total	0,25	0,5	0,25	1

- a) As variáveis aleatórias X e Y são independentes?
 - b) Calcule o coeficiente de correlação linear entre X e Y .
3. Uma apólice de seguros para automóvel foi vendida para uma família com três motoristas, o pai, a mãe e o filho para os quais os sinistros são modelados por distribuições de Poisson com taxas anuais 0,2, 0,15, e 0,8, respectivamente. O número de sinistros dos diferentes motoristas são independentes. Determine o menor número k tal que exista ao menos 95% de chance para que o número total de sinistros, no ano, seja menor do que k .
 4. Dois sinistros independentes, X e Y , são normalmente distribuídos, $X \sim N(1.000, 9.225)$ e $Y \sim N(950, 6.400)$. Calcule a probabilidade de que X exceda Y ,
 5. Os custos dos sinistros de certo tipo de apólice são distribuídos normalmente com média R\$1.800,00 e desvio padrão R\$400,00. Calcular a probabilidade de que o custos entre duas apólices escolhidas aleatoriamente difiram por mais do que R\$500,00.
 6. Um industria fabrica uma marca de lâmpadas com tempo de vida (em meses) que tem distribuição normal com média 3 e variância 1. Um consumidor comprará um número dessas lâmpadas com a intenção de substitui-las sucessivamente quando queimassem. As lâmpadas tem tempos de vidas independentes. Qual o menor número de lâmpadas que deve comprar para produzir luz, continuamente, por ao menos 40 meses com probabilidade de ao menos 0,975?

7. Para uma certa classe de negócios de seguros, um conjunto extenso de dados estima a média dos sinistros por $R\$237,00$ e o desvio padrão por $R\$202,00$.
- A) Qual a probabilidade de que um sinistro, escolhido ao acaso, custe menos do que $R\$250,00$?
 - B) Em uma amostra aleatória de 200 sinistros, qual a probabilidade de que no máximo 100 custarem menos do que $R\$250,00$?
 - C) Em uma amostra aleatória de 200 sinistros, calcule a probabilidade de que o custo total dos sinistros excedam $R\$50.000,00$. (Use a distribuição normal).
8. Para uma certa classe de negócios de seguros, um conjunto extenso de dados estima a média dos sinistros por $R\$574,00$ e o desvio padrão por $R\$186,00$. Em uma amostra aleatória de 80 sinistros, calcule a probabilidade de que o custo médio dos sinistros seja menor do que $R\$565,00$.