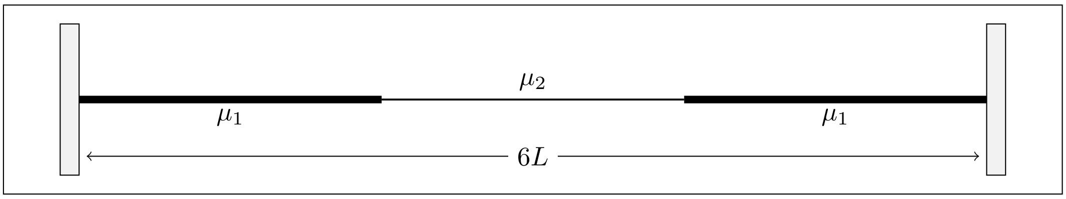
Vibrações e Ondas — 7600025

Lista 4 — teste no dia 6/11/2018

1. Três cordas de mesmo comprimento são emendadas uma na outra conforme mostra a figura abaixo. As pontas livres das cordas da direita e da esquerda estão presas a paredes separadas por uma distância $6L$. Tome como referência um eixo horizontal x com origem no centro da corda do meio. As cordas da esquerda e da direita têm densidade linear μ_1, e a corda do meio tem densidade linear μ_2.



   Nesta primeira questão, suponha que $\mu_2 = \mu_1$ e encontre as duas frequências mais baixas de modo normais que podem formar-se nas cordas, isto é, do modo *fundamental* e do *primeiro harmônico*. Verifique que, no modo fundamental, o deslocamento vertical y da corda é uma função par de x, enquanto que a função é ímpar no primeiro harmônico.

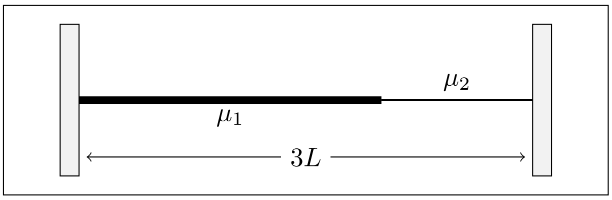
2. Suponha agora que $\mu_1 \neq \mu_2$ e encontre a equação (transcedental) que determina a frequência do modo fundamental. Verifique que, no caso $\mu_2 = \mu_1$, a frequência encontrada na questão 1 para o modo fundamental satisfaz a essa equação. *Sugestão: Antes de mais nada, determine o vetor de onda k em cada corda. Para obedecer à equação de onda, $y(x,t)$ deve ser o produto de uma função trigonométrica (seno ou cosseno) de x por $\cos(\omega t)$. Como a corda está amarrada nas duas extremidades, a função trigonométrica nas cordas da direita e da esquerda tem de satisfazer a $y(\pm 3L, t) = 0$. No modo fundamental, a função trigonométrica que descreve a corda do meio deve ter derivada nula na origem. Com isso, será possível encontrar uma equação que determina os vetores de onda e, portanto, a frequência.*

3. Encontre a equação (transcedental) que descreve o primeiro modo harmônico, nas condições da questão 2. Verifique que, no caso $\mu_1 = \mu_2$, o resultado da questão 1 satisfaz a essa equação. *Sugestão: Use que, no primeiro harmônico, $y(x = 0, t) = 0$.*

4. Discuta, matemática e fisicamente, a questão 2 no limite $\mu_2 \to 0$.

5. Discuta, matemática e fisicamente, a questão 2 no limite $\mu_2 \to \infty$.

6. Considere agora o par de cordas na figura abaixo. A corda da esquerda é igual à da esquerda na questão 1, e a da direita é a do meio cortada pela metade. A tensão ainda é T.



   Encontre a frequência do modo fundamental desse sistema no limite $\mu_1 = \mu_2$. Verifique que ela coincide com a frequência do primeiro harmônico encontrada na questão 1. Discuta fisicamente.

7. Considere o sistema da questão 6 para $\mu_1 \neq \mu_2$. Encontre a equação transcedental que determina a frequência do modo fundamental e compare com a equação encontrada na questão 3.

8. Vimos em classe que a pressão em um gás por onde se propaga som pode ser escrita como $P = P_0 + p(x,t)$, onde P_0 é a pressão de equilíbrio e a variação $p(x,t)$ é muito pequena em comparação com P_0. Um dado volume do gás pode analogamente ser escrito como $V = V_0 + v(x,t)$, onde $v(x,t) \ll V_0$. Admitindo que o gás esteja sempre em equilíbrio térmico, encontre a relação p/v e compare com o resultado obtido em classe para variações adiabáticas.

9. O ar é majoritariamente constituído por moléculas diatômicas (N_2 e O_2). Por isso, o expoente γ para expansões/compressões adiabáticas é aproximadamente igual a 7/5 (para comparação, nos gases monoatômicos, $\gamma = 5/3$). Compare as razões p/v no ar para expansões/compressões adiabáticas e isotérmicas.

10. Numa festa de aniversário, um dos convidados percebe, ao segurar com as mãos um balão cheio de ar perto de uma caixa de som, que a superfície do balão vibra sob ação do som emitido pela caixa. Use estimativas razoáveis para o volume do balão e para a pressão do ar para estimar a variação de pressão em torno do balão. Suponha que as variações de volume são adiabáticas.