

# **Um modelo analítico de um Motor de Corrente Contínua sem Escovas**



# O problema

- Texto original em:

## **Analytical model for the optimal design of a brushless DC wheel motor**

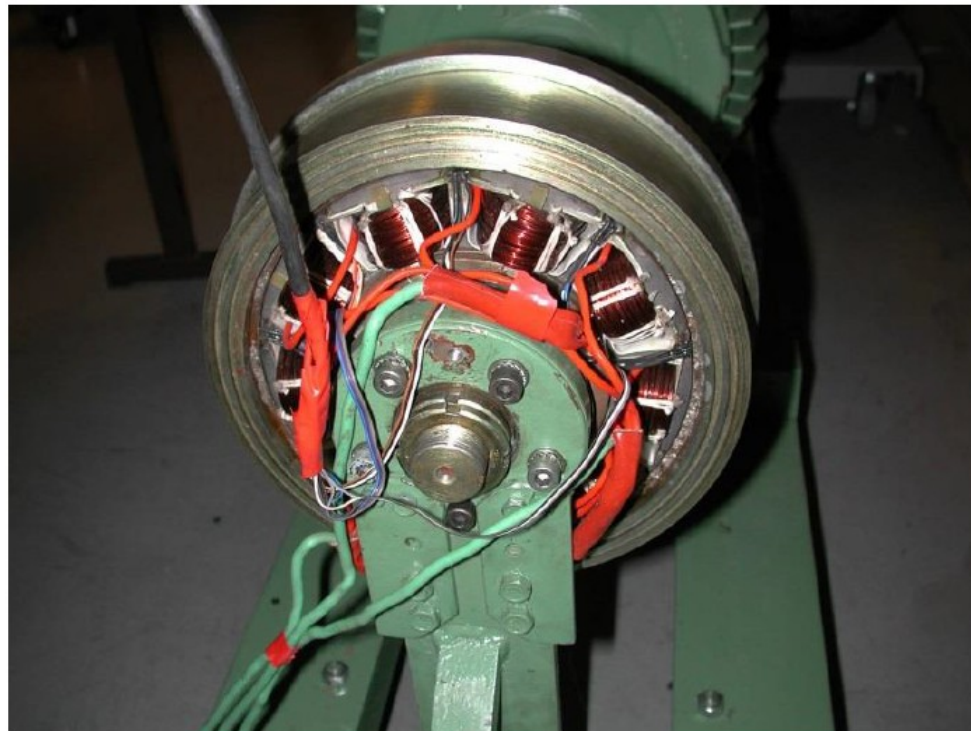
S. Brisset and P. Brochet

COMPEL: The International Journal  
for Computation and Mathematics in  
Electrical and Electronic Engineering  
Vol. 24 No. 3, 2005  
pp. 829-848

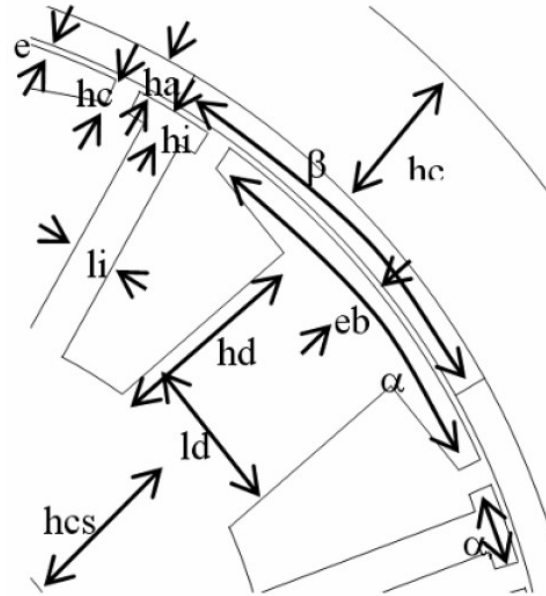
# O problema do anteprojeto do motor

- Motor para carro movido a energia solar
- O problema deve levar em conta os seguintes aspectos:
  - Equacionamento Magnético
  - Equacionamento de Conversão Eletromecânica
  - Equacionamento do Acionamento Eletrônico
  - Equacionamento Térmico
- No anteprojeto, o equacionamento analítico é preferível ao de elementos finitos: menor precisão, maior flexibilidade

# A EC Lille já o construiu



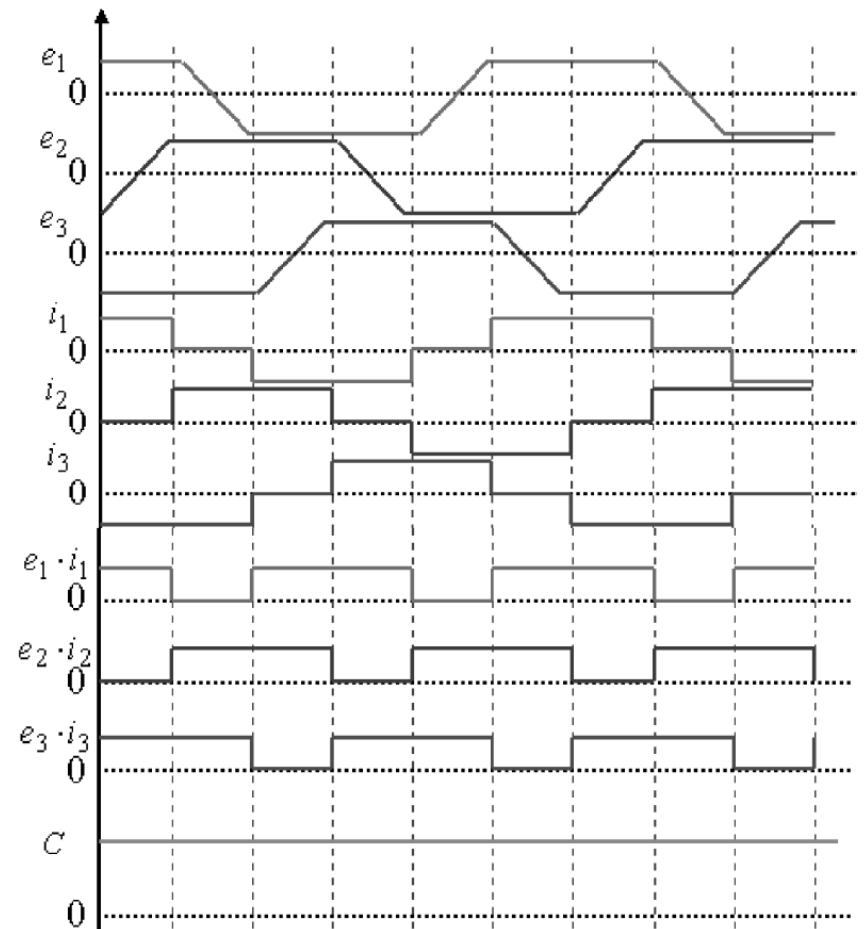
# O motor em corte



# O equacionamento eletromecânico

$$P_{em}(t) = C(t)\Omega(t) = \sum_{i=1}^m e_i(t)i_i(t)$$

$$C\Omega = 2EI$$



# Lei de Lenz

$$E = \frac{n}{4} \frac{d\phi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{n}{4} \frac{2\phi}{\pi/p} \Omega$$

$$\phi = B_e S_p$$

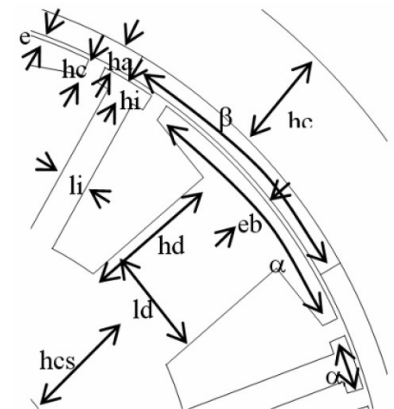
$$S_e = 2p S_p$$

$$C\Omega = 2EI$$



$$C = nIB_e \frac{S_e}{2\pi}$$

$S_e$  área no entreferro  
 $S_p$  área do polo

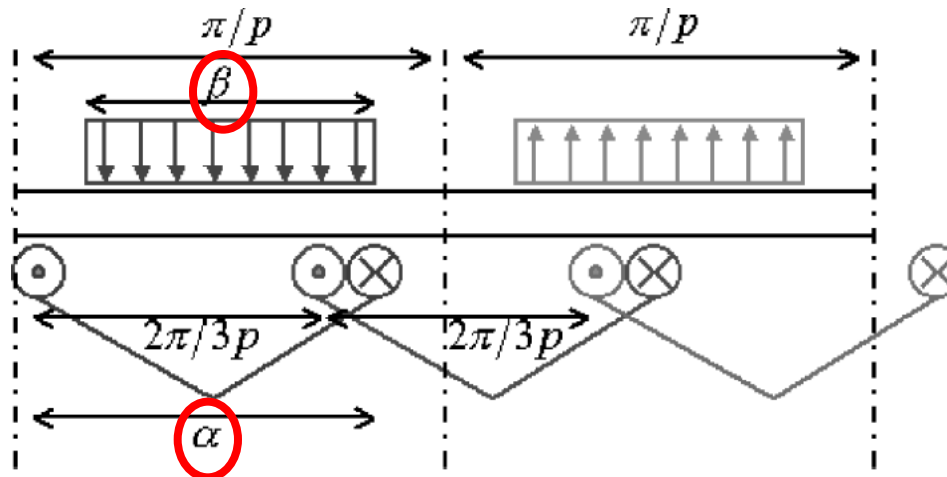


# Lei de Lenz

$$S_e = 2pS_p$$

$$S_e = \pi D_s L_m$$

$$E = \frac{n}{4} B_e D_s L_m \Omega$$





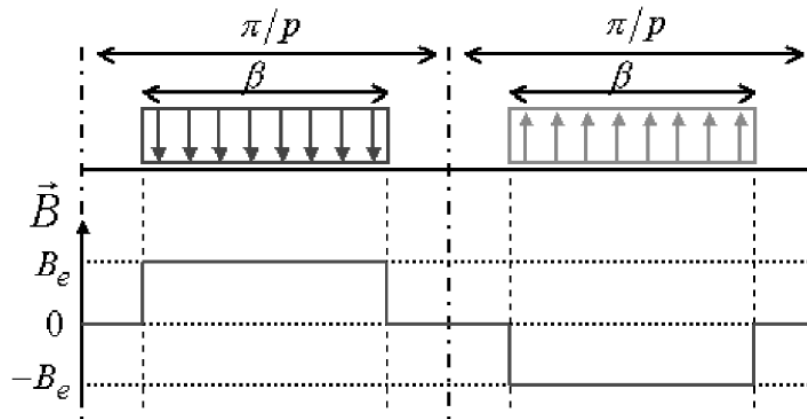
# Indução Magnética ao longo do Entreferro

- Para fluxo máximo e “plateau” máximo de

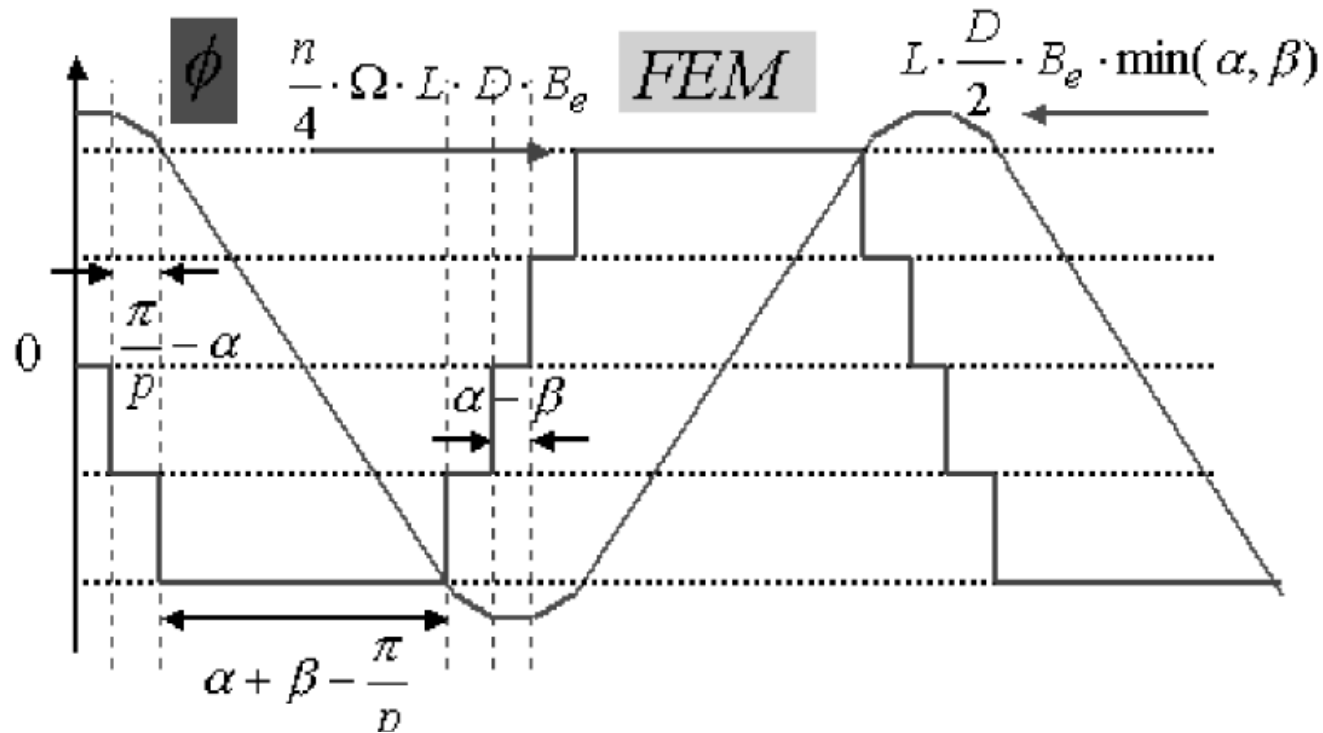
e

$$\alpha = \frac{\pi}{p}$$

$$\beta = \frac{\pi}{p}$$



# Fluxo e Força Eletromotriz



# Relações Geométricas

$$S_{\text{enc}} \approx hd \left[ 2\pi \left( \frac{D_s}{2} - eb \right) - \pi hd - N_e(li + ld) \right]$$

$$S_{\text{enc}} k_r = \frac{3}{2} n \frac{I}{\delta}$$

$$D_{\text{ext}} = D_s + 2(e + ha + hcr)$$

$$D_{\text{int}} = D_s - 2(eb + hd + hcs)$$

$$hc = \frac{eb}{\cos(\alpha/2)} - \frac{D_s}{2} \left( \frac{1}{\cos(\alpha/2)} - 1 \right)$$

$$hi = \frac{D_s}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \right] + hc \cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)$$

$S_{\text{enc}}$  = secção das ranhuras

$K_r$  – fator de enchimento

$D_{\text{ext}}$  Diâmetro Externo

$D_{\text{int}}$  Diâmetro Interno

$\delta$  Densidade de corrente

$N_e$  Número de Ranhuras

# Relações Geométricas

$$R_{tb} \approx \frac{ld - li}{4} + \left( \frac{D_s}{2} - eb - \frac{hd}{2} \right) \frac{\pi}{2N_e}$$

Raio médio da “cabeça”  
de uma bobina

$$L_{ds} \approx \frac{L_m}{k_{foi}} + \pi R_{tb}$$

Comprimento aproximado de meia volta

# Comprimento axial e Massas

$$L_{\text{tot}} \approx \frac{L_m}{k_{\text{foi}}} + 2 \left[ \left( \frac{D_s}{2} - eb - \frac{hd}{2} \right) \frac{\pi}{N_e} - \frac{li}{2} \right]$$

$$M_a = d_a p \beta h a \left[ ha + 2 \left( \frac{D_s}{2} + e \right) \right] L_m r_{rs}$$

Ímãs

$$M_{cr} = d_{cr} \pi h c r \left[ h c r + 2 \left( \frac{D_s}{2} + e + ha \right) \right] L_m r_{rs}$$

Coroa do rotor

$$M_{cs} = d_t \pi h c s \left[ 2 \left( \frac{D_s}{2} - eb - hd \right) - h c s \right] L_m$$

Coroa do estator

$$M_{ds} \approx d_t N_e \left[ (ld + li) h d + \left( \alpha \frac{eb + hc}{2} + \alpha_i \frac{hi + hc}{2} \right) \frac{D_s}{2} \right] L_m$$

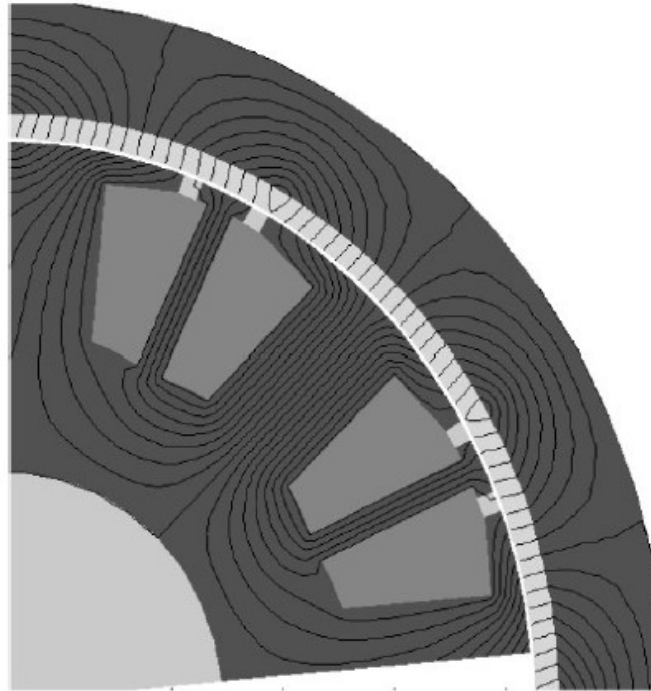
Dentes do estator

$$M_{cu} = d_{cu} \frac{3}{2} n \frac{I}{\delta} L_{ds}$$

Cobre

$$M_{\text{tot}} = M_a + M_{cr} + M_{cs} + M_{ds} + M_{cu}$$

# Linhas de Campo por Elementos Finitos (motor sem carga mecânica no eixo)

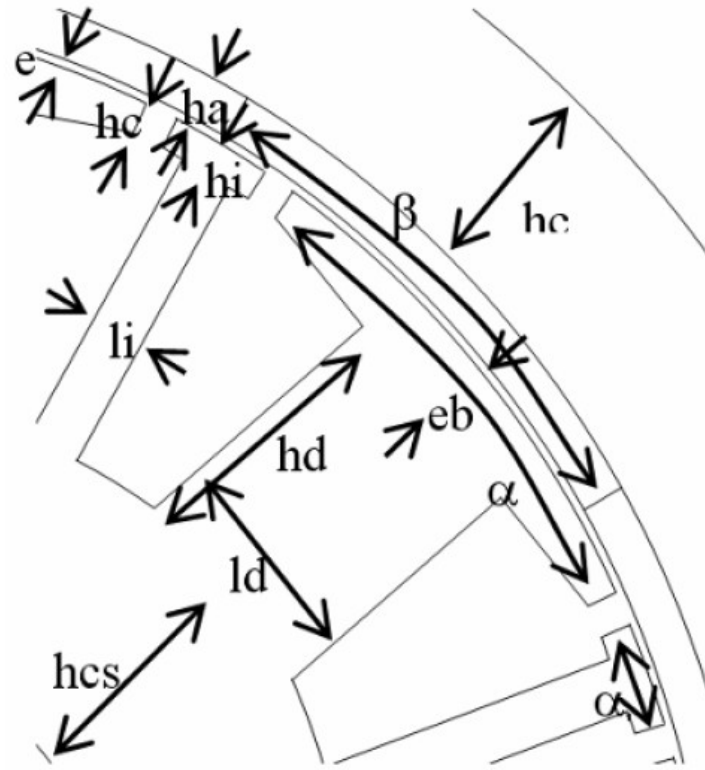


# Algumas relações de Conservação do Fluxo

$$B_d l d = B_e \alpha \frac{D_s}{2}$$

$$B_d l i = B_e \alpha_i \frac{D_s}{2}$$

$$\frac{1}{2} B_d l d = B_{cs} h_{cs}$$



# Lei de Ampère

- Em vazio:

$$\left( \frac{B_a - B_r(1 + \alpha_a T_a)}{\mu_a} \right) ha + B_e e = 0$$

- Em carga:

$$\left( \frac{B_c - B_r(1 + \alpha_a T_a)}{\mu_o \mu_a} \right) ha + \frac{nI_{\max}}{4p} + \frac{B_c \beta}{\mu_o \alpha} \left( 1 + \frac{2e}{D_s} \right) r_{rs} k_{fui} e = 0$$



# Calculo de perdas

- Resistência

$$R_{\text{ph}} = \rho_{\text{cu}}(1 + \alpha_{\text{cu}} T_{\text{cu}}) \frac{n}{2} L_{\text{ds}} \frac{\delta}{l}$$

- Perdas Joule

$$P_j = 2R_{\text{ph}} I^2$$

# Cálculo de Perdas

- Frequência:

$$f = \frac{p\Omega}{2\pi}$$

- Perdas no Ferro:

$$P_f = q_t \left( \frac{f}{f_t} \right)^{1.5} \left[ M_{cs} \left( \frac{B_{cs}}{B_t} \right)^2 + M_{ds} \left( \frac{B_d}{B_t} \right)^2 \right]$$

# Modelo Térmico

$$T_a = T_{cu}$$

$$S_{ext} = \frac{\pi}{2} D_{ext}^2 + \pi D_{ext} L_{tot}$$

$$T_{cu} = T_{ext} + \frac{P_j + P_f + P_m}{hS_{ext}}$$

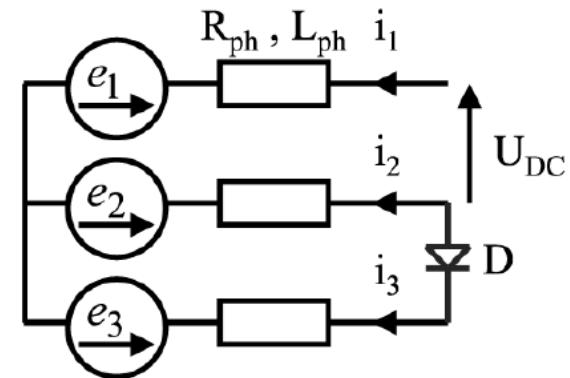
# Modelo do Conversor Eletrônico

- → Comutação é relevante

$$U_{DC} = R_{ph}i_1 + L_{ph} \frac{di_1}{dt} + e_1 - R_{ph}i_2 - L_{ph} \frac{di_2}{dt} + e_2$$

$$0 = R_{ph}i_2 + L_{ph} \frac{di_2}{dt} + e_2 - R_{ph}i_3 - L_{ph} \frac{di_3}{dt} + e_3$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$



$$t_1 = -\frac{L_{ph}}{R_{ph}} \ln \left[ 1 - \frac{3R_{ph}I}{U_{DC}(2 - 1/k_v)} \right]$$

# O problema de otimização

Maximizar  $\eta$

$$150 \text{ mm} \leq D_s \leq 330 \text{ mm}, \quad 0.9 \text{ T} \leq B_d \leq 1.8 \text{ T}$$

$$2.0 \text{ A/mm}^2 \leq \delta \leq 5.0 \text{ A/mm}^2, \quad 0.5 \text{ T} \leq B_e \leq 0.76 \text{ T},$$

$$0.6 \text{ T} \leq B_{cs} \leq 1.6 \text{ T}$$

$$M_{\text{tot}} \leq 15 \text{ kg}, \quad D_{\text{ext}} \leq 340 \text{ mm}, \quad D_{\text{int}} \geq 76 \text{ mm},$$

$$I_{\text{max}} \geq 125 \text{ A}, \quad \text{discr}(D_s, \delta, B_d, B_e) \geq 0, \quad T_a \leq 120^\circ\text{C}$$

**Restrições**

Mais detalhes em <http://optimisation.l2ep.ec-lille.fr/> em **Brushless DC Motor**